



**DISEÑO DE UNA SECUENCIA DE TAREAS QUE
INTEGRA GEOGEBRA PARA LA ENSEÑANZA DE LA
SIMETRÍA AXIAL EN GRADO SEXTO Y SÉPTIMO
DE EDUCACIÓN SECUNDARIA DEL SECTOR RURAL**

YAMILETH RAMÍREZ BALLÉN

UNIVERSIDAD ICESI

ESCUELA DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN

MAESTRÍA EN EDUCACIÓN

SANTIAGO DE CALI

2019

**DISEÑO DE UNA SECUENCIA DE TAREAS QUE INTEGRA GEOGEBRA
PARA LA ENSEÑANZA DE LA SIMETRÍA AXIAL EN GRADO SEXTO Y
SÉPTIMO DE EDUCACIÓN SECUNDARIA DEL SECTOR RURAL**

YAMILETH RAMÍREZ BALLÉN

**Trabajo de grado presentado como requisito para optar el título Magister en
Educación**

Director de tesis:

Mg. Hendel Yaker Agudelo

UNIVERSIDAD ICESI

ESCUELA DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN

MAESTRÍA EN EDUCACIÓN

SANTIAGO DE CALI

2019

Resumen Analítico

Título:	Diseño de una secuencia de tareas que integra GeoGebra para la enseñanza de la simetría axial en grado sexto y séptimo de educación secundaria del sector rural
Autor:	Yamileth Ramírez Ballén
Tutor trabajo de grado:	Hendel Yaker Agudelo
Evaluadores:	
Palabras Claves:	Secuencia de tareas, escuela nueva, GeoGebra recurso pedagógico.
Objetivos:	<p>General</p> <p>Describir el impacto que genera sobre la competencia argumentativa la puesta en acto de una secuencia de tareas que permite abordar el movimiento de simetría axial integrando el software GeoGebra en los estudiantes de grado sexto y séptimo de postprimaria de la I.E Antonio José de Sucre sede Atanasio Girardot del sector rural del municipio Vijes durante el año 2019.</p> <p>Específicos</p> <ul style="list-style-type: none">• Realizar el diagnóstico a través de una prueba piloto acerca de la competencia argumentativa de los estudiantes de grado sexto y séptimo.• Diseñar una secuencia de tareas mediada por el software GeoGebra que permita abordar la competencia argumentativa a través de la transformación de simetría axial• Implementar una secuencia de tareas mediada por el software GeoGebra que permita abordar la competencia argumentativa en los estudiantes de grado sexto y séptimo.• Evaluar las producciones de los estudiantes a partir de una rúbrica que permita dar cuenta de la competencia argumentativa.

Enfoque Metodológico	Investigación – acción, descriptivo ,
Estrategia Metodológica	Secuencia de tareas
<p>El presente trabajo se enmarca en la línea de investigación: de la didáctica de matemáticas</p> <p>Estructurado en cinco capítulos, seguido de las referencias bibliográficas y los respectivos anexos como se muestra a continuación:</p> <p>Capítulo I, corresponde al planteamiento del problema y justificación; de igual forma se presentan los objetivos, alcances y limitaciones del proyecto justificación y antecedentes.</p> <p>Capítulo II, presenta el marco teórico, que contempla el enfoque instrumental y los referentes curriculares para abordar la enseñanza de la geometría en escuela nueva; el enfoque instrumental permitirá analizar la relación existente entre todos los elementos que intervine en el aula de clase para la construcción del instrumento que posibilite ejecución de una tarea.</p> <p>Capítulo III, se define el diseño metodológico del trabajo. Además, se detallan aspectos particulares del estudio entre ellos el grupo de participantes condiciones del estudio y recolección de datos y el plan de análisis</p> <p>Capítulo IV, se describen los aspectos generales de la secuencia, el análisis correspondiente a la fase de implementación</p> <p>Capítulo V, corresponde a las conclusiones y consideraciones finales.</p>	

Resumen

Partiendo de las diversas problemáticas que se viven actualmente en la educación rural en Colombia como lo son: el difícil acceso a las escuelas y a la educación superior, la alta demanda de trabajos agrícolas y pecuarios para el sustento de las familias hacen que los estudiantes dejen de asistir a la escuela, el bajo nivel de educación de los padres, sumados al poco interés que suscita la geometría en el currículo escolar, hacen que se reconozca la importancia de estudiar algunos aspectos de ésta en los grados iniciales de la educación básica primaria. Lo anterior, se asume dentro de la investigación – acción, integrando un Ambiente de Geometría Dinámica (AGD), lo cual procura que los estudiantes de los grados sexto y séptimo de la escuela rural Antonio José de Sucre sede Atanasio Girardot adquieran habilidades que le permitan caracterizar la transformación de simetría. Es así, que se pretende diseñar y poner en escena una secuencia de tareas que se ajuste a las necesidades y dificultades que surgen dentro del marco educativo de escuela nueva, para abordar la geometría. Y que a su vez, brinde herramientas para mejorar las prácticas del docente.

Contenido	
Introducción.....	12
2. Capítulo I.....	15
2.1. Antecedentes y planteamiento del problema	15
2.1.1. Contextualización.....	15
2.2. Antecedentes	17
2.2.1. Históricos.....	17
2.3. Investigación	24
2.4. Curriculares.....	25
2.4.1. Pensamiento geométrico.....	25
2.4.2. Competencia argumentativa	26
2.5. Legales	28
2.5.1. Resultados en pruebas	28
2.6. Justificación	32
2.7. Objetivos.....	35
2.7.1. Objetivo general:	35
2.7.2. Objetivos específicos:.....	35
2.8. Preguntas.....	36
2.9. Planteamiento del problema.....	37
3. Capítulo II.....	40
3.1. Marco teórico.....	40
3.1.1. Dimensión didáctica:	40
3.1.1.1. Ambientes de geometría dinámica (AGD).....	40
3.1.1.2. Competencia argumentativa.....	44
3.1.1.3. Movimiento de simetría axial.....	45
3.1.1.4. Geogebra	47
3.1.1.5. Secuencia de tareas.....	48
3.1.1.6. TIC en educación	50
3.1.2. Dimensión matemática	51

4.	Capítulo III	56
4.1.	Diseño Metodológico.....	56
4.2.	Estrategias de muestreo	57
4.3.	Plan de análisis.....	57
4.4.	Prueba piloto	58
4.4.1.	Hoja de trabajo.....	58
5.	Capítulo IV	60
5.1.	Análisis prueba piloto	60
5.2.	Análisis	80
5.2.1.	Exploración de datos	80
5.2.2.	Diseño de una estructura.....	80
5.2.3.	Definir conceptos y categorías	81
5.2.4.	Describir las experiencias de los participantes según su óptica, lenguaje y expresiones.	83
5.2.5.	Redescubrir categorías, conceptos y/o patrones.	96
5.2.6.	Vincular los resultados con el conocimiento disponible	96
6.	Capítulo V	98
6.1.	Conclusiones recomendaciones	98
6.2.	Consideraciones finales	100
	Bibliografía.....	102
	Anexos	104
	Anexo 1: actividad diagnóstica.....	105
	Anexo 2: Situación 2: Eje de simetría	107
	Anexo 3: Situación 1: La flor	108
	Anexo 4: Situación 2: la mariposa.....	110

Lista de imágenes

Imagen 1: Resumen histórico	19
Imagen 2 Fachada del Templo Edfu.....	20
Imagen 3 Acceso a la cámara funeraria.....	21
Imagen 4: Tumba de Pashedu.....	22
Imagen 5 Esculturas de san Agustín.....	23
Imagen 6: Simetría en una hoja	24
Imagen 7 puntaje promedio	33
Imagen 8 Puntaje promedio en matemáticas	34
Imagen 9: Proceso de construcción del artefacto al instrumento producto de la Génesis Instrumental.....	42
Imagen 10 :Construcción de simetría.....	51
Imagen 11 Estructura conceptual de la transformación isométrica.....	52
Imagen 12: construcción en GeoGebra de la simetría axial.....	53
Imagen 13: recta perpendicular	53
Imagen 14: construcción del punto de intersección U.....	54
Imagen 15: construcción de la circunferencia con centro U y radio UA	54
Imagen 16: construcción del punto A'	55
Imagen 17: construcción de la imagen del polígono ABCD mediante simetría axial.....	55
Imagen 18: configuración dada	64
Imagen 19: Diseños obtenidos después del arrastre	65
Imagen 20: estudiante 2 - Tarea 1	65
Imagen 21: estudiante 1 – Tarea 1.....	65
Imagen 22: estudiante 6 – Tarea 2.....	66
Imagen 23: estudiante 5 – Tarea 2.....	67
Imagen 24: estudiante 3 – Tarea 2.....	67
Imagen 25: estudiante 6 – Tarea 2.....	67
Imagen 26: Comparación de la posición del eje de simetría	68
Imagen 27: Estudiante 2 – Tarea 3	69
Imagen 28: estudiante 1 – Tarea 3.....	69
Imagen 29: Estudiante 4 – Tarea 2	69

Imagen 30: Estudiante 2 – Tarea 4	69
Imagen 31: Estudiante 3 – Tarea 5	70
Imagen 32: Estudiante 6 – Tarea 6	71
Imagen 33: Estudiante 3 – Tarea 6	71
Imagen 34: Estudiante 2 – Tarea 6	71
Imagen 35: Estudiante 3 – Tarea 1	73
Imagen 36: Estudiante 2 – Tarea 1	73
Imagen 37: Estudiante 5 – Tarea 1	73
Imagen 38: Estudiante 2 – Tarea 2	73
Imagen 39: Estudiante 1 – Tarea 2	74
Imagen 40: Estudiante 3 – Tarea 3	74
Imagen 41: Estudiante 2 – Tarea 3	75
Imagen 42: Estudiante 1 – Tarea 3	75
Imagen 43: Estudiante 4 – Tarea 3	75
Imagen 44: Estudiante 6 – Tarea 4	75
Imagen 45: Estudiante 3 - Tarea 4.....	76
Imagen 46: Estudiante 6 – Tarea 4	76
Imagen 47: Muestra la ubicación de las medidas de las distancias	76
Imagen 48: Estudiante 4 - Tarea 4.....	77
Imagen 49: Estudiante 3 – Tarea 5	77
Imagen 50: Estudiante 2 – Tarea 5	77
Imagen 51: Estudiante 4 – Tarea 5	77
Imagen 52: Estudiante 2 – Tarea 6	78
Imagen 53: Estudiante 3 – Tarea 6	78
Imagen 54: Estudiante 1 – Tarea 6	78
Imagen 55: Estudiante 4 – tarea 6	78
Imagen 56: configuración dad	84
Imagen 57: estudiante 3 – tarea 1	84
Imagen 58:arrastre	85
Imagen 59: estudiante 6 – tarea 1	86
Imagen 60estudiante 2 – tarea 2	86

Imagen 61: estudiante 1 – tarea 3	87
Imagen 62estudiante 4 – tarea 2	87
Imagen 63: producción de los estudiantes	88
Imagen 64 estudiante 5 – tarea 4	89
Imagen 65: estudiante 3.- tarea 4.....	89
Imagen 66: estudiante 6 – tarea 5	90
Imagen 67: estudiante 5 – tarea 5	90
Imagen 68: configuración inicial.....	91
Imagen 69 estudiante 2 – tarea 1	93
Imagen 70 estudiante 3. Tarea 1	93
Imagen 71: estudiante 1 – tarea 1	94
Imagen 72: estudiante 5 – tarea 2	94
Imagen 73: producción de estudiante	95
Imagen 74: estudiante 1 – tarea 2	95
Imagen 75: producción de estudiante	95
Imagen 76: estudiante 5 – tarea 2	96
Imagen 77: producción de estudiante	96

Lista de tablas

Tabla 1: hoja de trabajo	59
Tabla 2: interacciones1	61
Tabla 3: interacciones2.....	63
Tabla 4: interacciones 3.....	64
Tabla 5 interacciones 4.....	68
Tabla 6: interacciones 5.....	71
Tabla 7: interacciones 6.....	72
Tabla 8: interacciones 7.....	74
Tabla 9: criterio a evaluar.....	83
Tabla 10: Interacciones 8.....	85
Tabla 11: interacciones 9.....	87
Tabla 12: interacciones 10.....	90
Tabla 13: interacciones 11.....	90
Tabla 14: interacciones 12.....	93

Introducción

A través del presente trabajo se quiere reconocer la importancia que han adquirido los Ambientes de Geometría Dinámica (AGD) en los últimos años para el aprendizaje en el ámbito escolar. Por lo tanto, se busca diseñar una secuencia de tareas que les otorgue a los estudiantes una herramienta que los lleve a potenciar la competencia argumentativa a través de los procesos de abstracción y visualización y a su vez comprender el concepto de simetría. Se escogió este recurso dada la gama de oportunidades que genera para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, especialmente en el área de geometría las figuras dejan de estar inmóviles, “saltan” del papel a la pantalla donde es posible observar desde diferentes puntos de vista pequeños detalles, manipularlas e incluso jugar con ellas.

Ante este panorama, no se puede ser ajeno al creciente auge tecnológico que se vive actualmente, el uso de diferentes dispositivos, computadores y sus múltiples aplicaciones están modificando la manera en que se enseñan y aprenden las matemáticas. Tomando como punto de partida este hecho, se busca plantear una estrategia que permita una aproximación a otras alternativas para abordar el estudio de los objetos geométricos, y emplearlas como un recurso didáctico en aras de transformar la educación, donde el docente sea consciente que no se puede ser ajeno a los cambios generacionales, investigativos y tecnológicos en el ámbito educativo, y sus clases no queden relegadas a la transmisión de conocimientos a través de la enseñanza de términos, conceptos, mediciones y fórmulas que no aportan al trabajo constructivo y analítico.

Al respecto, el Ministerio de educación en su serie de lineamientos curriculares en matemáticas (1998), plantea el porqué de éstas en el ámbito educativo y resalta la importancia de la geometría en el currículo escolar. Para que un estudiante aprenda geometría debe estar en la capacidad de abstraer y visualizar y así comprender las reglas y la lógica que hace de la geometría una herramienta de análisis, posibilita el desarrollo del pensamiento crítico y reflexivo, se constituye en una importante fuente de modelación y un campo propicio para el desarrollo del pensamiento espacial y procesos de nivel superior en particular las diversas formas de argumentar para entender y apreciar un mundo que es geométrico. Que sea consciente de la simetría por fuera de las matemáticas, en los elementos que lo rodean e inmersa en diferentes campos de la vida del hombre, por ejemplo: en un espejo o en el reflejo

del agua; el mismo ser humano: la mano derecha y la mano izquierda, una oreja derecha y otra izquierda, y cada pareja es simétrica. el cuerpo está dividido en dos partes simétricas, izquierda y derecha, respecto a un eje vertical que nos cruza por el centro desde la cabeza hasta los pies; la mayoría de las casas y edificios tienen fachadas simétricas respecto a un eje vertical; la mayoría de objetos cotidianos tienen uno o más ejes de simetría: los teléfonos móviles, un vaso, un plato, una botella, la televisión, el sofá; en el arte también es posible encontrar simetría, los autores la utilizan en pintura, escultura, música e infinidad de disciplinas; incluso en la naturaleza, la mayoría de animales y plantas tienen algún tipo de simetría.

Para dar respuesta a los objetivos planteados, el presente trabajo se divide en cinco capítulos. El primero de ellos da cuenta de la importancia del estudio de la geometría en la escuela y plantea desde qué mirada se va a proyectar el recurso didáctico, se define el problema y se generan preguntas que guían el trabajo. Este capítulo se organiza en seis apartados: contextualización, antecedentes (históricos, investigación, curriculares y legales), planteamiento del problema, justificación, objetivos y las preguntas.

El segundo tiene como propósito delimitar los referentes teóricos que fundamentan la problemática, el diseño de los instrumentos y bajo qué mirada se analizarán los resultados obtenidos. Estos referentes se organizan en dos apartados: uno desde la dimensión didáctica vista a través de la perspectiva instrumental, el uso de la tecnología y el desarrollo de competencias; la dimensión matemática abordada desde los planteamientos curriculares: los movimientos isométricos, específicamente la simetría axial.

En el tercer capítulo se define el diseño metodológico, y se detallan tres aspectos particulares: el tipo de estudio, los sujetos participantes y las fases del estudio, en esta última parte se describen las estrategias de muestreo y el plan de análisis. El capítulo cuatro corresponde a la ejecución y análisis de los instrumentos de mediación. Se divide en dos apartados: el primero corresponde al análisis de la prueba piloto y análisis de los datos recogidos.

El quinto capítulo, correspondiente a las conclusiones, se da respuesta a las preguntas problematizadoras y los objetivos planteados.

Para el caso en particular de la institución educativa Antonio José de Sucre, se busca mejorar los desempeños de los estudiantes a través de la puesta en acto de la secuencia de tareas y que esto se vea reflejado en los resultados de las pruebas saber en el área de matemáticas. No se cierra la posibilidad de sugerir cambios, nuevos planteamientos o reformulación de la secuencia en miras de adaptarla y/o aprovechar otros puntos de vista que la enriquezcan.

1. Capítulo I

En este capítulo se abordan los elementos que van a definir el problema planteado y las posibles causas que llevan a pensar en una propuestas que ayude a mejorar los niveles de desempeño de los estudiantes respecto las pruebas internas y externas con que son evaluados.

Se define el contexto donde se llevará a cabo la propuesta, para el caso la escuela rural y se toma en consideración la importancia de la simetría dentro del contexto social del hombre y de la naturaleza.

1.1. Antecedentes y planteamiento del problema

1.1.1. Contextualización

Para tener una idea más amplia acerca de la importancia que puede generar una secuencia de tareas enfocada en el área de geometría y particularmente en el movimiento isométrico de simetría axial, se hará una breve reseña de lo que fue la base para consolidar el modelo de escuela en la zona rural, poniendo en consideración algunas de las falencias que se detallan en el informe de TIMSS¹ 2007 (Icfes 2007).

A nivel internacional, cuando se habla del modelo de Escuela Nueva se toma como referencia la pedagogía Activa, en oposición a la manera tradicional en que se venía ejerciendo el proceso de enseñanza y aprendizaje en el contexto del quehacer pedagógico y didáctico de la escuela de finales del siglo XIX.

Fue a causa de la segunda guerra mundial y del nuevo reordenamiento del territorio europeo que se pensó en una escuela más activa, que facilitara al estudiante desde su propio interés a explorar y comprender el mundo, una escuela que pensara en preparar al individuo a afrontar el futuro siendo consciente de su particularidad y su dignidad. Desde esa perspectiva, fue

¹ Estudio Internacional de Tendencias en Matemáticas y Ciencias por su sigla en inglés (**Trends in International Mathematics and Science Study**)

surgiendo en varios países europeos como ensayo de una nueva forma de educar, el movimiento de Escuela Nueva. Sin embargo, su origen tiene su fundamento en los planteamientos que hicieron en su tiempo pensadores como Rousseau, Pestalozzi, Froebel, Herbart, Dewey entre otros autores (Córdoba, 2013)

A mediados del siglo XIX la idea de escuela nueva era muy incipientes, pero los frutos del esfuerzo se evidenciaron a partir de la creación de las primeras escuelas que adoptaron el proyecto experimental. Es después de la segunda guerra mundial y a pesar de la situación social y de conflicto que se consolidaron las ideas acerca de lo que hoy se conoce como pedagogía de Escuela Nueva Activa, ofrecida a la población más vulnerable no sólo del sector rural sino también al sector urbano.

A nivel nacional se han adelantado procesos de adopción y mejoramiento según el contexto. A mediados de los años setenta la socióloga Vicky Colbert (1974), Beryl Levinger junto con el psicopedagogo Óscar Mogollón fueron quienes acogieron el modelo como una respuesta a los diversos problemas presentes en la educación primaria rural y como un modelo que buscaba superar las limitaciones del programa de la Escuela Unitaria que se había implementado en el país (Torres, 1992).

Como no era viable tener un solo docente para cada grado, debido al poco porcentaje de matriculados, surge la figura de maestro multigrado, es decir, aquel que atiende varios grados al tiempo; aun así, esta nueva situación no garantizó la calidad y eficiencia de la educación que recibían los niños.

Debido a los bajos resultados académicos de las escuelas rurales colombianas, generados a causa de la educación convencional, se pensó en un tipo de escuela más activa, pertinente, contextualizada y que se centrará en el interés y en la realidad de los niños colombianos de las zonas rurales; además, que tuviera en cuenta, dentro del currículo las actividades que ellos realizan en el campo.

Ante este panorama, un grupo de pedagogos, basados en las teorías de la "Escuela Activa", diseñaron unas guías para que los estudiantes que ya sabían leer y escribir pudieran tener una ruta de aprendizaje autónomo con una serie de actividades didácticas, es decir, que los

estudiantes puedan avanzar a su propio ritmo, de tal manera que si tienen que cumplir con las labores del campo (ganadería y agricultura), una vez retornen a la escuela, encontrarán su guía para poder continuar con su proceso de aprendizaje, ayudando de esta manera a disminuir los altos índices de deserción que se presentaba. La idea era que pudieran transitar por los temas y áreas del conocimiento, de tal manera que el maestro tuviera espacio para atender a los niños que aún no sabían leer ni escribir.

Asimismo, las guías abordan las distintas áreas del conocimiento desde la perspectiva del "aprender haciendo", con actividades acordes a la realidad de los niños. Cortar, pegar, investigar, preguntar, entrevistar, son acciones que las guías plantean para ellos.

Este modelo de escuela, plantea la posibilidad de promoción flexible, para que el estudiante que vaya acabando su guía, deba ausentarse o que sean evidentes algunas condiciones familiares no les permiten avanzar rápido, pueda ser promovido a otro nivel o grado sin tener que esperar a los demás.

En su componente curricular, el Modelo Escuela Nueva exige el trabajo en grupo desde la perspectiva de Piaget, citado en (Hurtado & Vélez, 2010): "el ser humano aprende en compañía de otros". Cada niño posee unas habilidades que desarrollan más que otros, por eso, cuando se unen varios niños con distintas habilidades, se potencia el aprendizaje al aprender el uno del otro (M.E.N, 2010).

1.2. Antecedentes

A continuación se describirán algunas de las características principales del estudio de la geometría a través del tiempo, su importancia en los diferentes campos de la vida del hombre como el arte, la arquitectura e incluso la música, la naturaleza y en la escuela.







1.2.1. Históricos²

La geometría es una de las ciencias más antiguas presentes en diversos períodos de la historia como lo muestra la Imagen 1, la definición etimológica del término se acuñó por primera vez

² <https://www.youtube.com/watch?v=mBXYbr5eIW8>

en Egipto debido a la necesidad de medir y trazar nuevamente límites en los terrenos cultivados por los agricultores luego que el río Nilo inundara los campos, de ahí el significado del término: geo = Tierra, Metría = medida.

A continuación se muestra una tabla con un resumen histórico.

<p>Antigua Grecia</p>	 	<ul style="list-style-type: none"> • Los libros de los elementos de Euclides (325 a.C. – 265 a.C.), constan de 13 libros. • Destacamos el Libro I: Los Fundamentos de la Geometría. Teoría de los triángulos, paralelas y el área. • Se definen los criterios de congruencia e igualdad de triángulos a partir de la Geometría Estática, al revés, de cómo se explican en estos momentos a partir de una Geometría Dinámica.
<p>Mundo Árabe</p>	 	<ul style="list-style-type: none"> • La geometría es muy importante en el Islam. • La forma perfecta es el círculo, que representa a Dios y se utiliza como patrón para realizar otros motivos. • Los patrones geométricos más destacados ,que son utilizados en el arte y decoración islámica, son: <ul style="list-style-type: none"> ~ El uso de polígonos estrellados ~ La superposición de teselaciones en planos paralelos.
<p>Alhambra</p>		<ul style="list-style-type: none"> • Ciudad, fortaleza y palacio de los reyes de la dinastía Nazarí, sus salas y jardines son la máxima expresión del arte musulmán en Europa. • En la decoración de la Alhambra podemos encontrar los 17 grupos de simetría del plano.
<p>Edad Media</p>		<p>Filippo Brunelleschi (1377 – 1416): Fue el primer artista que estudió y utilizó intensivamente las matemáticas. Su pasión por ellas le llevo al descubrimiento de la perspectiva cónica.</p>

		Leonardo de Vinci (1452 – 1519): En su Studio, se realiza un estudio anatómico buscando la proporcionalidad del cuerpo humano, el canon clásico o ideal de belleza, usando el ángulo de 90° y la simetría.
		Alberto Dürero (1471 – 1528): Hizo hincapié en todas sus obras en la geometría y en la medida. Escribió un libro sobre geometría: “Instrucción en la medida con regla y compás” (1525)
Edad Moderna		Gerard Desargues (1591 – 1661): Fue el precursor de la idea de transformación geométrica y el de figura invariante con sus propiedades. Escribe el Primer borrador sobre los resultados de intersectar un cono con un plano que sientan las bases de la geometría proyectiva y da lugar al teorema que lleva su nombre: TEOREMA DE DESARGUES.
		<ul style="list-style-type: none"> • La geometría analítica fue introducida en el siglo XVII por Pierre Fermat (1601-1665) y por Descartes, para el estudio de curvas y superficies. • Poncelet (1788 – 1867) fue considerado como uno de los fundadores de la geometría proyectiva, de especial importancia su obra Tratado de las propiedades proyectivas de las figuras (1822). • Poncelet desarrolla el método de las transformaciones, que llevarían a otros matemáticos como Michel Chasles (1793 – 1880), a realizar nuevas investigaciones.
		
Edad Contemporánea		<ul style="list-style-type: none"> • La clasificación de las transformaciones se debe gracias a los trabajos de Galois (1811 – 1832) sobre teoría de grupos. • Debido a la pronta muerte de Galois, fue Lagrange (1736 – 1813) que impresionado por el concepto de grupo, dedicó la mayor parte de su vida a desarrollarlo y a aplicarlo. • Klein (1849 – 1925) propone un estudio de esas relaciones, describiendo aquellas propiedades de las figuras que permanecen invariantes bajo la acción de un grupo concreto de transformaciones.
		
		
Actualidad		<ul style="list-style-type: none"> • Benoît Mandelbrot (1924 – 2010), que con sus estudios sobre los fractales mostró un nuevo campo donde estaban muy presentes las transformaciones geométricas y que dieron un auge para continuar los estudios sobre esta teoría. • En la actualidad, podemos seguir estudiando a estas transformaciones, como es el caso de los matemáticos John Griggs Thompson y Jacques Tits que en 2008 consiguieron el premio Abel de las ciencias por una investigación sobre simetrías en teoría de grupos.
		

Imagen 1: Resumen histórico

Con la necesidad de medir, surgió la necesidad de construir edificios, canalizaciones, usar elementos geométricos en las esculturas y representaciones. La geometría ya no se aplicaba sólo a solucionar problemas de la vida cotidiana, ahora estaba inmersa en las diferentes

creaciones artísticas producidas por el ser humano (Alsina, Fortuny & Pérez, 1992). Del ingenio y curiosidad del hombre surge los primeros conceptos: punto, líneas, ángulos, polígonos, perímetros, volúmenes, y el uso de instrumentos: compás, regla, metro que permitieron a las civilizaciones antiguas avanzar en el estudio de la arquitectura y astronomía.

La Imagen 2 y 3 muestran la simetría en el arte egipcio basándose en una composición que consiste en desplegar de forma idéntica la misma estructura a ambos lados de un eje imaginario, similar al efecto de reflejo en un espejo.



Imagen 2 Fachada del Templo Edfu



Imagen 3 Acceso a la cámara funeraria

Para los egipcios la simetría era una forma sencilla pero muy eficaz a la hora de plasmar el equilibrio y la armonía, un medio muy útil para enfatizar o destacar determinadas formas, sumándole importantes efectos a nivel visual proporcionando intensidad y matices (Imagen 4).

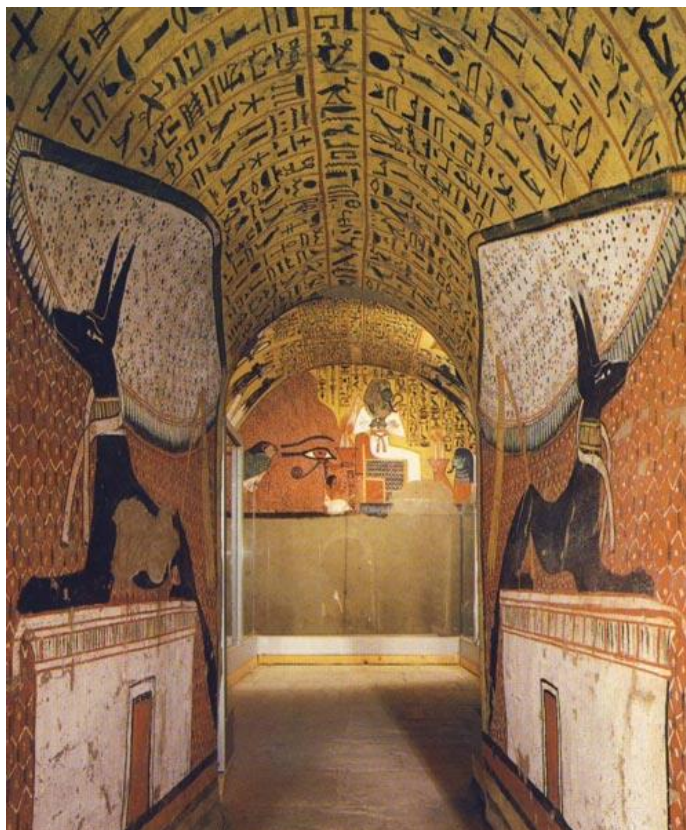


Imagen 4: Tumba de Pashedu

Acercándonos al contexto colombiano es posible evidenciar las transformaciones isométricas en diferentes culturas, una muestra de esto se observa en las diferentes creaciones artísticas de los petroglifos de San Agustín³, de acuerdo con Urbano (2009) estas esculturas representan diferentes fenómenos variables del entorno lo que indica que ellos tenían un vasto conocimiento organizado y planificado de la geometría (Imagen 5).

³ Municipio ubicado en el sur del departamento del Huila, en las estribaciones del Macizo colombiano.



Imagen 5 Esculturas de san Agustín

En la naturaleza, la materia adopta diferentes formas, tamaños, colores y posiciones que están en perfecta correspondencia con las partes de un todo, como lo define la Rae (2018). En las plantas, los nervios que están pegados a la nervadura central que conforman las hojas, es evidencia de un tipo de simetría (Imagen 7), al igual que el cuerpo de los animales incluyendo al del hombre conserva dicha correspondencia: dos ojos, dos brazos, dos piernas, misma cantidad de manos que se asemejan. Pero al unir estas partes se obtiene un figura en completa armonía, lo que la naturaleza estaría indicando que esta relación debe ser juzgada por un criterio estético superior, haciendo alusión a su significado etimológico; “misma medida”, del griego *συμμετρία*, *syn*: juntos, en sinfonía y *metrón*: medición, lo que supone la repetición de una cantidad medible. De acuerdo con Silveria, (2009), para los griegos la simetría también significaba: “la debida proporción”, toda relación que se contempla debe guardar una estrecha relación entre lo armónico y lo placentero.



Imagen 6: Simetria en una hoja

1.3. Investigación

En matemáticas existen una serie de competencias básicas que los estudiantes deben desarrollar y que son características primordiales del pensamiento matemático: Resolución de problemas, Proposición de problemas, Comunicación, Argumentación, Uso de representaciones y Modelación matemática.

En esta ocasión la mirada estará centrada en la competencia argumentativa, como forma de razonamiento usado para que alguien acepte como válida algunas afirmaciones. Para lograrlo, los estudiantes deben: discutir sus ideas, dar cuenta del cómo y del porqué de los procesos que se sigue para llegar a la conclusiones, negociar, especular acerca de los posibles ejemplos y contraejemplos que ayuden a confirmar o desaprobar sus ideas, usar hechos conocidos, propiedades y relaciones para explicar otros hechos, encontrar patrones y expresarlos matemáticamente hasta lograr formular hipótesis, hacer conjeturas y predicciones, incorporar estrategias para aprender a leer, conceptuar y usar argumentos matemáticos cada vez más sólidos; justificar las estrategias y los procedimientos puestos en acción en el tratamiento de problemas. (Benítez, 2006).

1.4. Curriculares

Los aspectos curriculares que guiarán el trabajo son los establecidos por el Ministerio de Educación Nacional (M.E.N), entre ellos: los lineamientos curriculares, resultados de la pruebas saber y estándares básicos de calidad.

1.4.1. Pensamiento geométrico

El Ministerio educación en su serie de lineamientos curriculares (1998, pág. 6) propone un acercamiento a las distintas regiones de las matemáticas y se enfoca especialmente en la geometría activa como una alternativa para restablecer el estudio de los sistemas geométricos y como herramienta de exploración y representación de los objetos del espacio, las relaciones entre ellos, sus transformaciones, y sus diversas traducciones a representaciones materiales.

Al respecto Van Hiele citado en M.E.N (1998), propone un modelo que ha sido aceptado dentro del campo de la geometría escolar que describe el desarrollo del pensamiento geométrico en 5 niveles que muestran un modo de estructurar el aprendizaje de la geometría.

El Nivel 1 corresponde a la **visualización** o familiarización, donde el estudiante percibe las figuras como un todo global, sin percibir las relaciones entre las formas o sus partes. En este nivel, los objetos sobre los cuales los estudiantes razonan son clases de figuras reconocidas visualmente como de “la misma forma”.

El Nivel 2 es de **análisis** de conocimiento de las componentes de las figuras, de sus propiedades básicas. El estudiante observa y comprende las propiedades durante trabajos prácticos como mediciones y/o construcciones de modelos. En este nivel los objetos sobre los cuales los estudiantes razonan son las clases de figuras, piensan en términos de conjuntos de propiedades que asocian con esas figuras.

El Nivel 3 de **ordenamiento** o de **clasificación**. Los estudiantes empiezan a clarificar relaciones y definiciones, pero sólo con ayuda y guía, pueden clasificar figuras jerárquicamente mediante la ordenación de sus propiedades y dar argumentos informales

para la aproximación y justificar sus clasificaciones. En este nivel, los objetos sobre los cuales razonan los estudiantes son las propiedades de clases de figuras.

El Nivel 4 de **razonamiento** está el significado del rigor de las demostraciones.

El Nivel 5 los estudiantes razonan **formalmente** sobre sistemas matemáticos, pueden estudiar geometría sin modelos de referencia y razonar formalmente manipulando enunciados geométricos tales como axiomas, definiciones y teoremas.

Aunque estos niveles son una de las posibles etapas en las que progresa el pensamiento geométrico, distan de lo que podrían ser los logros más importantes del estudio de la geometría: la exploración del espacio, el desarrollo de la imaginación tridimensional, la formulación y discusión de conjeturas, jugar con los diseños y teselaciones del plano y sus grupos de transformaciones. Por lo tanto, es importante tomar una postura crítica al respecto y poner la mirada en la propuesta de geometría activa e incluir el juego con sistemas concretos, de la experiencia inmediata del espacio y el movimiento, que lleva a la construcción de sistemas conceptuales para la codificación y el dominio del espacio, y a la expresión externa de esos sistemas conceptuales a través de múltiples sistemas simbólicos (M.E.N, 1998).

1.4.2. Competencia argumentativa

La comunicación es una necesidad inherente y común del ser humano en todas las actividades, disciplinas, profesiones, considerada el proceso más importante para aprender matemáticas. Al respecto se dice que la comunicación juega un papel fundamental, al ayudar a los niños a construir los vínculos entre sus nociones informales e intuitivas y el lenguaje abstracto y simbólico de las matemáticas, cumpliendo una función clave que ayuda para que los estudiantes tracen conexiones entre las representaciones físicas, pictóricas, gráficas, simbólicas, verbales y mentales de las ideas matemáticas (M.E.N, 1998), permitiéndoles expresar sus ideas hablando, escribiendo, demostrando y describiendo visualmente de diferentes formas, además, comprendan, interpreten y evalúen ideas que son presentadas

oralmente, por escrito y en forma visual, haciendo observaciones y conjeturas, formulando preguntas, reuniendo y evaluando la información para que finalmente produzcan y presenten argumentos persuasivos y convincentes.

Thomas A. Romberg (1991), citado en M.E.N (1998) resalta diversas razones por las cuales la comunicación verbal y escrita es una parte crucial del proceso enseñanza y aprendizaje de las matemáticas:

- La comunicación en forma de argumento lógico es fundamental para el discurso matemático.
- La comunicación es el medio por el cual los conocimientos personales se sistematizan en un ámbito y, por tanto, se aceptan como conocimiento nuevo.
- El desarrollo de las categorías y estructuras del sistema lingüístico estructura la comprensión del niño y la hace progresar hacia un modelo de conciencia pública.

Desde esta perspectiva, es importante establecer ambientes en los que prime la comunicación como una práctica natural en los cuales se le dé valor y sentido a todo tipo de discusión para que de esta manera se permita al estudiante:

- Adquirir seguridad para hacer conjeturas, para preguntar por qué, para explicar su razonamiento, para argumentar y para resolver problemas.
- Se motiven a hacer preguntas y a expresar aquellas que no se atreven a exteriorizar.
- Lean, interpreten y conduzcan investigaciones matemáticas en clase; discutan, escuchen y negocien frecuentemente sus ideas matemáticas con otros estudiantes en forma individual, en pequeños grupos y con la clase completa.
- Escriban sobre las matemáticas y sobre sus impresiones y creencias tanto en informes de grupo, diarios personales, tareas en casa y actividades de evaluación.
- Hagan informes orales en clase en los cuales comunican a través de gráficos, palabras, ecuaciones, tablas y representaciones físicas.

- Frecuentemente están pasando del lenguaje de la vida diaria al lenguaje de las matemáticas y al de la tecnología.

1.5. Legales

1.5.1. Resultados en pruebas

Una inquietud que dio pie a pensar en una situación que generará en los estudiantes una reflexión en torno a la transformación, son los resultados generales de las Pruebas Saber de la institución educativa de los años 2013, 2014 y 2015. Estas pruebas hacen parte del trabajo desarrollado por el Ministerio de Educación Nacional (M.E.N) y el ICFES, que desde el año 1991 ha permitido obtener, procesar, interpretar y divulgar información confiable y análisis pertinentes sobre la Calidad de la Educación Básica en el Colombia, así como el desarrollo de investigaciones que aporten estrategias y alternativas al mejoramiento de la misma.

En el área de interés, las pruebas evalúan tanto el conocimiento matemático escolar que el estudiante ha logrado estructurar, como los procesos que intervienen en la construcción del pensamiento matemático. Se indaga, por el uso de la matemática en situaciones significativas. Para inferir la competencia matemática, se tiene en cuenta el enfoque de resolución de problemas, entendido como mecanismo que permite aprender y evaluar los conceptos, procedimientos, destrezas y estrategias, es decir, “el hacer matemáticas” con sentido (M.E.N, 2005).

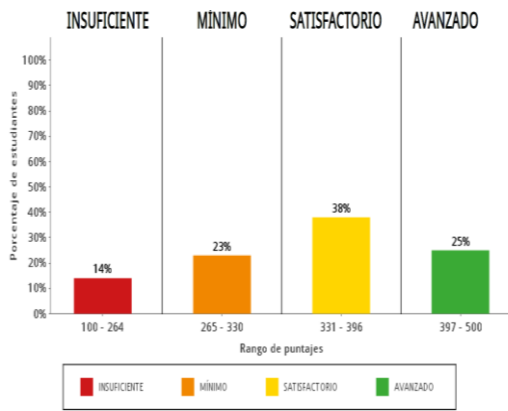
Dentro de lo propuesto en los Lineamientos Curriculares y los Estándares de Competencias (M.E.N, 2013), lo referente al componente Geométrico-métrico se relaciona con la comprensión del espacio, el desarrollo del pensamiento visual, el análisis abstracto de figuras y formas en el plano y en el espacio a través de la observación de patrones y regularidades. Se aborda la comprensión de las características de los objetos geométricos, las relaciones, sus transformaciones; además de los procesos de medición de distintas magnitudes y sus respectivas unidades de medida.

Asimismo, las preguntas relacionadas con la competencia de razonamientos y argumentación exigen al estudiante percibir regularidades y relaciones; hacer predicciones y conjeturas, justificar o refutar esas conjeturas, dar explicaciones coherentes, proponer interpretaciones y respuestas posibles y adoptarlas o rechazarlas con argumentos y razones para dar solución a un problema. Por su parte, la comunicación hace referencia a las habilidades de leer, escribir e interpretar significados en matemáticas, lo cual implica reconocer el lenguaje propio de estas y usar sus nociones y procesos en la comunicación de ideas matemáticas o de otras áreas modeladas mediante las matemáticas. También supone comprender, interpretar y transformar información en distintas representaciones como tablas, diagramas de barras, gráficas, entre otras, con el objetivo de extraer información relevante para presentar argumentos y conclusiones (M.E.N, 2006).

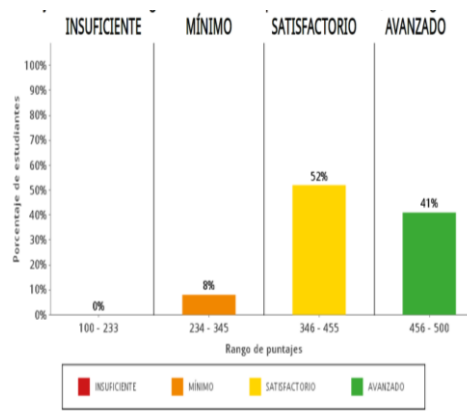
A continuación se muestran las gráficas del porcentaje de estudiantes de la institución educativa Antonio José de Sucre, según los niveles de desempeño en el área de matemáticas, grado quinto y noveno de los resultados de las pruebas saber 2014, 2015, 2016 y 2017. Estos resultados muestran un alto porcentaje de estudiantes en un nivel de desempeño insuficiente y mínimo. Lo que lleva a concluir que en el área de matemáticas el estudiante no logra ser competente, es decir, no poseen la capacidad para dar cuenta del cómo y del porqué de los caminos que va seguir para justificar estrategias y procedimientos puestos en acción en el tratamiento de situaciones problema, formular hipótesis, hacer conjeturas, explorar ejemplos, probar y estructurar argumentos, generalizar propiedades y relaciones, identificar patrones y expresarlos matemáticamente y plantear preguntas, reconocer distintos tipos de razonamiento y distinguir y evaluar cadenas de argumentos. Se le dificulta expresar sus ideas, interpretar y usar diferentes tipos de representaciones, al igual que describir relaciones, situaciones o problemas que requieran del lenguaje escrito, concreto, pictórico o gráfico. A su vez, traducir del lenguaje natural al simbólico formal y viceversa.

Resultados de las pruebas Saber año 2014

Grado 5°

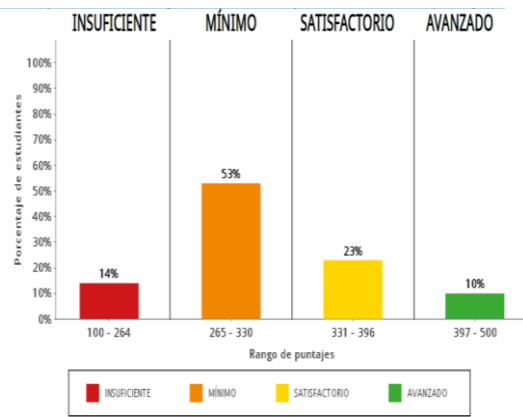


Grado 9°

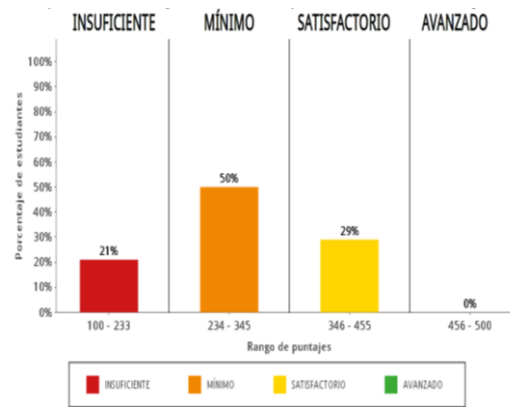


Resultados de las pruebas Saber año 2015

Grado 5°

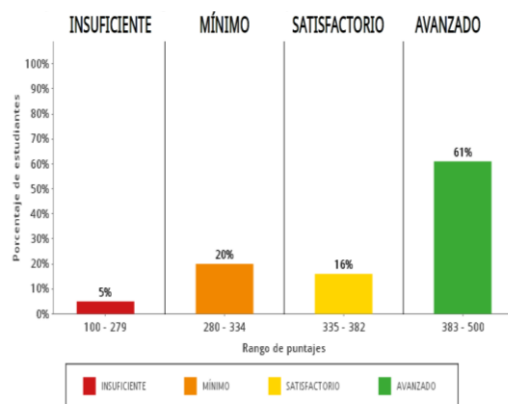


Grado 9°

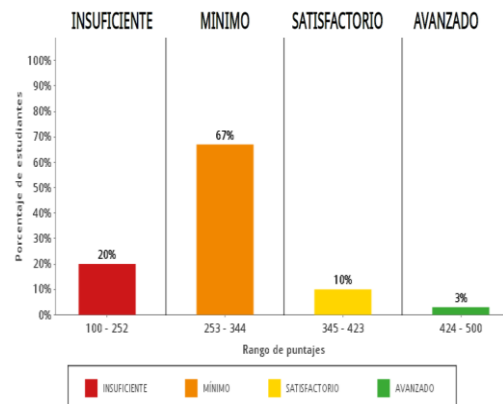


Resultados de las pruebas Saber año 2016

Grado 5°

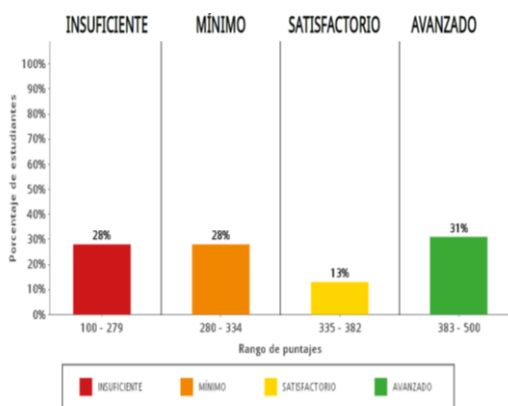


grado 9°

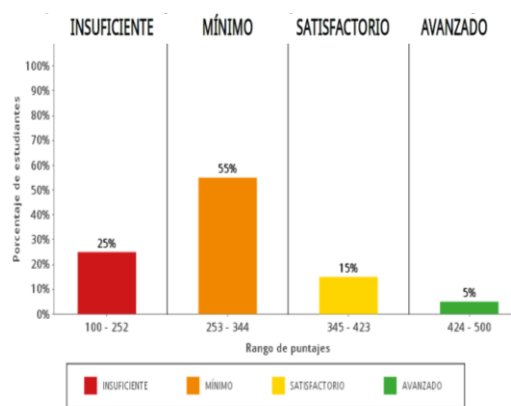


Resultados de las pruebas Saber año 2017

Grado 5°



grado 9°



1.6. Justificación

Como punto de partida se tomará los factores asociados a los resultados que se precisan en el informe de las pruebas TIMSS 2007 (Icfes, 2010) y que amplían el panorama del porque las posibles causas de los bajos desempeños de los estudiantes antes las pruebas internas y externas. Este informe se toma en consideración por su extenso y profundo análisis comparativo entre: la escuela pública y privada, la escuela rural y urbana.

Estos resultados adquieren mayor sentido cuando son analizados a la luz de un conjunto de factores que inciden sobre los procesos de enseñanza y aprendizaje y, por ende, determinan en mayor o menor medida los desempeños de los estudiantes. Estos referentes son la base para diseñar una secuencia de tareas que pretende ofrecer a los estudiantes la oportunidad de explorar con el software GeoGebra la transformación de simetría, en tanto se constituye en un instrumento privilegiado para la indagación, análisis, reflexión y representación del espacio donde los objetos dinámicos que pueden ser manipulados mediante el arrastre. La secuencia de tareas es diseñada para estudiantes de grado sexto y séptimo de postprimaria de la I.E Antonio José de Vives.

En TIMSS 2007 se considera un amplio conjunto de variables relacionadas con: el contexto de los estudiantes sus actitudes, motivaciones y valoraciones en términos del nivel educativo de los padres, la disponibilidad de recursos en sus hogares, sus actitudes y motivaciones hacia las matemáticas y las ciencias. El contexto escolar específicamente en lo que tiene que ver con las condiciones económicas de los estudiantes, la asistencia escolar, la disponibilidad de recursos para la enseñanza de las matemáticas y las ciencias, las condiciones de trabajo de los docentes, el ambiente escolar, y la percepción de estudiantes y docentes sobre la seguridad en los establecimientos educativos. Las características de los docentes y de las aulas, y el proceso de enseñanza de las matemáticas y las ciencias. Tales factores permiten profundizar sobre los resultados en estas áreas y proveen abundante información a docentes, directivos, investigadores y a todas las personas encargadas de la toma de decisiones para apoyar el diseño, implementación o ajustes a programas para el mejoramiento de la calidad educativa del país.

En las escuelas la falta de recursos es evidente, la carencia en la infraestructura física de las aulas, el nombramiento de docentes en zonas rurales que impide la cualificación de la educación, el desconocimiento de la comunidad educativa en el uso de las herramientas informáticas, se constituyen en factores que amplían aún más la brecha en la educación (Icfes, 2010). En el informe no se ubicaron alumnos de la zona rural en el nivel alto del índice en matemáticas. En el 2012 Colombia ocupó un penoso último puesto dentro de un grupo de 67 países participantes, que de acuerdo con el informe PISA 2012 descendió 10 puntos con relación al año 2009. En esta ocasión el énfasis es en matemáticas cuyo promedio para Colombia fue de 376 y de los países participantes fue de 494. En las figuras 6 y 7 muestra que esta realidad no ha tenido cambios significativos, lo que demuestra el fracaso del sistema educativo colombiano (CIPPEC, 2017). Al respecto De Zubiría (2014), afirma que la educación en Colombia es desarticulada y sólo se basa en transmisión de múltiples informaciones sin apropiarse realmente de un concepto. Bajo esta preocupación surge la necesidad de buscar estrategias que aporten y a su vez ayuden a disminuir la brecha en la educación colombiana.

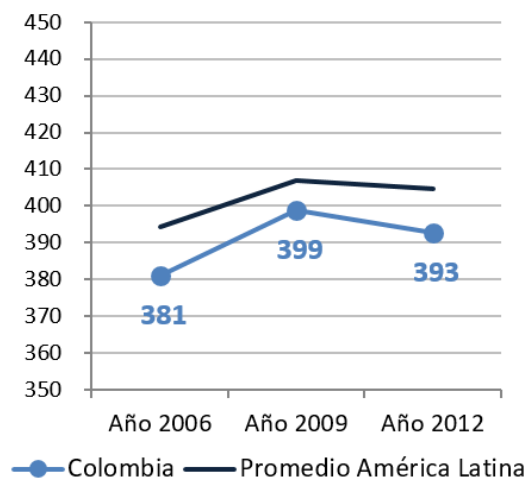


Imagen 7 puntaje promedio

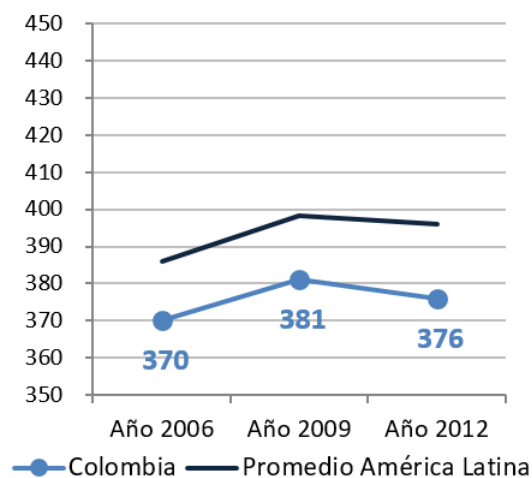


Imagen 8 Puntaje promedio en matemáticas

Por otro lado, es necesario destacar que el sector rural colombiano vive situaciones como: el analfabetismo y la escasa oferta educativa para algunos niveles de la educación básica, especialmente preescolar, secundaria y media, el crecimiento de la pobreza, la intensificación del conflicto armado y el desplazamiento forzoso de la población en estas regiones, que sumados a los mencionados anteriormente dan paso al empobrecimiento de la calidad de la educación.

Ante esta realidad no se puede ser ajenos, por ello la búsqueda del mejoramiento de las prácticas profesionales es un objetivo fundamental para la educación, y especialmente en la institución educativa Antonio José de Sucre donde la problemática se acrecienta y los aspectos mencionados anteriormente suman en la ruptura que se vive en el paso de los estudiantes de primaria a los grados superiores. En este aspecto la integración de las TIC dentro de la escuela rural juega un papel importante, el estudiante deja de ser un agente pasivo y se convierte en el centro del proceso de enseñanza y aprendizaje quien aprende haciendo. Mientras que el profesor pasa a ser un dinamizador de la vida en el aula, al servicio de los intereses y necesidades de los alumnos. Bajo este panorama las TIC propician el intercambio constante de la información y participación en actividades que motivan la construcción de un conocimiento específico, la toma de decisiones y hasta el

aprendizaje cooperativo, ventajas que propician un entorno privilegiado para el aprendizaje de la geometría.

Podesta (2011), plantea que recurrir a un computador para el trabajo en el aula debería constituirse en un aspecto innovador para la enseñanza de un área específica si se tiene en cuenta que los programas de computadoras posibilitan enormemente la visualización, particularmente a través de los aspectos de movimiento, para el caso de la enseñanza de la Geometría, ésta supone tareas de distintos tipos, a saber: de conceptualización, investigación y justificación.

Dentro de toda esta estructura, es trascendental replantear las prácticas profesionales y buscar estrategias que medien el aprendizaje de los estudiantes proporcionándoles situaciones de enseñanza en las que sea posible obtener el mayor beneficio. Y es ahí donde se destaca la labor del docente: la organización de la escuela multigrado precisa un mayor grado de innovación y dedicación

1.7. Objetivos

1.7.1. Objetivo general:

Describir el impacto que genera sobre la competencia argumentativa la puesta en acto de una secuencia de tareas que permite abordar el movimiento de simetría axial integrando el software GeoGebra en los estudiantes de grado sexto y séptimo de postprimaria de la I.E Antonio José de Sucre sede Atanasio Girardot del sector rural del municipio Vijos durante el año 2019.

1.7.2. Objetivos específicos:

- Realizar el diagnóstico a través de una prueba piloto acerca de la competencia argumentativa de los estudiantes de grado sexto y séptimo.
- Diseñar una secuencia de tareas mediada por el software GeoGebra que permita abordar la competencia argumentativa a través de la transformación de simetría axial
- Implementar una secuencia de tareas mediada por el software GeoGebra que permita abordar la competencia argumentativa en los estudiantes de grado sexto y séptimo.
- Evaluar las producciones de los estudiantes a partir de una rúbrica que permita dar cuenta de la competencia argumentativa.

1.8. Preguntas

- ¿Qué impacto produce sobre los estudiantes de grado sexto y séptimo una secuencia de tareas mediada por GeoGebra?
- ¿Cómo influye GeoGebra sobre la competencia argumentativa?
- ¿Cómo evaluar la competencia argumentativa?
- ¿Qué elementos son importantes para el desarrollo de la competencia argumentativa?
- ¿Qué aspectos se deben tener en cuenta en la elaboración de una tarea que ponga en juego la competencia argumentativa?
- ¿Qué papel juegan las herramientas tecnológicas dentro del desarrollo de la competencia argumentativa?

1.9. Planteamiento del problema

A pesar de los esfuerzos por promover una educación de calidad para todos, el sistema educativo colombiano es deficiente y la zona rural se ve afectada enormemente, muestra de esto lo reflejan los resultados de las pruebas TIMMS, sumado a esta realidad abunda la desigualdad, que además se ve afectada por una continua crisis económica y social agravada por el conflicto interno. Entre otros aspectos limitantes que se presentan en la escuela que conllevan a los estudiantes manifestar dificultades sobre la comprensión de los objetos geométricos son: los escasos contenidos en el área trabajados a lo largo de su escolaridad y falta de conciencia de los usos de ésta en la vida cotidiana, sumado a la inseguridad, que se evidencia en el dominio de conceptos y procedimientos de esta rama de la matemática. La repetición de los temas, sin grandes cambios en su extensión y complejidad.

Es importante pensar en iniciativas que propendan por cualificar la calidad de la educación rural y al mismo tiempo permitan mejorar los desempeños de las pruebas saber, considerando que en la actualidad la gama de herramientas y recursos que dan paso a un aprendizaje significativo es amplia: Los tableros digitales y los materiales multimedia interactivos constituyen una fuente de recursos didácticos que dotan de un componente motivacional añadido a las actividades escolares. Del Moral & Villalustre (2009) plantea que la aparición de las tablets y PC mejora el aprendizaje y favorece las actividades conjuntas a partir de wikis y blogs, fortaleciendo metodologías colaborativas, permitiendo el desarrollo de numerosas capacidades cognitivas, así como la adquisición de competencias digitales. Es así, que las ventajas de las TIC junto con las vivencias que se suscitan a su alrededor, estimulan un entorno privilegiado para el aprendizaje, el enriquecimiento a partir de intercambios constantes de la información y de la participación conjunta en la construcción compartida del conocimiento.

Estas son algunas razones por las cuales los aportes que se hagan a la escuela rural deben tener un alto significado, teniendo en cuenta que son pocas las investigaciones en el campo de la educación rural y ésta no puede ser ajena a los cambios científicos y tecnológicos que se viven en la actualidad. Escuelas de este tipo requieren modificar las prácticas tradicionales de enseñanza y desarrollar un proceso de aprendizaje más centrado en el estudiante. Un docente que maneje varios cursos a la vez (con diferentes ritmos de aprendizaje y a la

heterogeneidad presente) debe generar escenarios de aprendizaje que favorezcan el desarrollo de competencias, además debe considerar necesario el desarrollo de estrategias personalizadas y flexibles. Estrategias de enseñanza que demandan dedicación y diseño de materiales para el aprendizaje independiente y el trabajo cooperativo, como lo expresa El Manual de Implementación Escuela Nueva 2010 (M.E.N, 2010).

“El docente en Escuela Nueva cumple un papel vital para el óptimo funcionamiento del modelo y debe estar en capacidad de asumir con flexibilidad diferentes situaciones que se puedan presentar tanto dentro como fuera del aula. Así mismo, su principal labor es el desarrollo integral tanto cognitivo, como afectivo y social de sus estudiantes. Debe actuar como mediador del proceso de aprendizaje y facilitar las relaciones activas no solo con los alumnos, sino también con los padres de familia y el resto de la comunidad”.

Desde esta perspectiva, no nos podemos cegar ante la presencia de las Tecnologías de la Información y las Comunicaciones (TIC) en la sociedad ni en el ámbito educativo, poco a poco han permeado muchas de las actividades de la vida cotidiana condicionando la manera cómo piensan y se comunican los sujetos, modificando su interacción social, además potencializando la capacidad de investigar e innovar, sin dejar de mencionar que han enriquecido y transformado la forma como se produce y circula el conocimiento en el aula, cómo se aprende y se enseña. Marqués (2011), afirma que debido a la constante transformación que se vive por el ritmo acelerado de los continuos avances, se está presentando una obsolescencia de los conocimientos generando cambios en las estructuras económicas, sociales y culturales e incidiendo en casi todos los aspectos de la vida, la manera de percibir la realidad y de pensar. El impacto de las TIC en todos los ámbitos de la vida hace cada vez más difícil actuar eficientemente prescindiendo de ellas.

La forma cómo se está accediendo a la información está siendo afectada, provocando un impacto en diferentes ámbitos como la economía, la cultura y la política del país porque

rompe con las barreras y los paradigmas, ya que se han convertido en un elemento estratégico del desarrollo de la sociedad. De ahí la necesidad de gestar un cambio, repensar la finalidad de la educación, reflexionar acerca de las posibilidades que tiene el profesor al usar estos recursos, dado que las TIC brindan a la educación rural un aprendizaje significativo e innovador. Como lo afirma Moreno citado en Godoy (2011).

“La tecnología informática ofrece a los profesores del área matemática, la posibilidad de producir valiosos y significativos cambios, en la forma en que estos enseñan y en que los alumnos aprenden. La importancia del uso de software matemático en la educación matemática, está asociada a su capacidad para proporcionar medios alternativos de expresión matemática y por su capacidad para ofrecer formas innovadoras de manipulación de los objetos matemáticos. Aparecen nuevas formas para argumentar, apoyar ideas y la construcción de su significado matemático, la sistematización, abstracción y generalización”.

En este sentido, el uso de las TIC ya no es un aspecto ajeno a la realidad del estudiante, su incorporación en el ambiente escolar supone nuevas reflexiones acerca de su interactuar con el medio, amplía la visión que se tiene de los objetos matemáticos y las relaciones didácticas en el proceso de construcción del conocimiento. También supone un nuevo reto para la enseñanza de las matemáticas especialmente de la geometría, gracias a la posibilidad que ofrece los AGD. Allí los objetos dejan de estar estáticos y se definen de acuerdo a un número de propiedades invariantes.

El diseño de la secuencia de tareas debe dar cuenta de un proceso de aprendizaje que permita la exploración de la naturaleza dinámica de los sistemas geométricos que resultan de interiorizar los movimientos, las acciones y transformaciones, enfocada a la simetría de figuras mediante el AGD GeoGebra, y además dé respuesta a la pregunta que orienta el trabajo: ¿qué impacto genera sobre la competencia argumentativa la puesta en acto de una secuencia de tareas que permite abordar el movimiento de simetría axial integrando el software GeoGebra en los estudiantes de grado sexto y séptimo de postprimaria de la I.E Antonio José de Sucre sede Atanasio Girardot del sector rural del municipio Vijes durante el año 2019?

2. Capítulo II

En este capítulo se presentan los referentes teóricos que sustentan el problema planteado, los fundamentos bajo los cuales se crean los instrumentos de investigación y el análisis de los resultados. Se abordan desde la dimensión didáctica y la dimensión matemática.

2.1. Marco teórico

2.1.1. Dimensión didáctica:

Para la construcción del marco teórico se destaca la aproximación que (Rabardel, 1995) aporta a la didáctica de las matemáticas en relación con el uso de TIC en contextos escolares, retomando el principio de mediación, partiendo de una reconceptualización del instrumento, que por ser desarrollado desde la historia social y cultural, producen una fuerte influencia en la vida del sujeto. También se reconoce las diferencias fundamentales entre el artefacto como un dispositivo material o simbólico utilizado para la actividad instrumentada y el instrumento como una entidad mixta construida por el sujeto pero al mismo tiempo, relacionada con el artefacto (Santacruz, 2011).

■ Ambientes de geometría dinámica (AGD)

La dimensión cognitiva del problema de investigación reposa sobre la aproximación ergonómica, en la cual Rabardel (1995), retoma el principio de mediación instrumental, a partir de la reconceptualización del instrumento como un concepto central en las cuales los instrumentos constituyen formas que posibilitan la construcción del conocimiento.

Para ello, es importante reconocer las diferencias existentes entre el artefacto y el instrumento. Mientras el artefacto se entiende como un dispositivo material o simbólico utilizado por el sujeto en la actividad instrumentada. El instrumento es la entidad mixta construida por el sujeto que comprende, por un lado el artefacto y, por otra parte, los esquemas de utilización, las representaciones que hacen parte de las competencias del usuario y que son necesarias para la utilización del artefacto (Rabardel, 1999). De esta manera, el

instrumento no se reduce al artefacto, pues comprende éste, con sus condiciones, restricciones, potencialidades y limitaciones.

Este proceso de construcción del instrumento, no se da de manera inmediata, debe evolucionar con el paso del tiempo y en relación con el tipo de actividades que realiza el estudiante, los medios que tiene a su alcance para realizar la actividad y las formas de uso de los medios culturalmente aceptadas.

Pero la actividad mediada del sujeto requiere previamente la construcción o desarrollo de instrumentos, y es el sujeto quien logra elaborarlos a partir de un proceso doble: la instrumentación y la instrumentalización (Figura 9). Mientras la instrumentación va dirigida hacia el sujeto, lo que lleva al desarrollo y apropiación de esquemas de acción instrumentada para entender las potencialidades y restricciones propias del artefacto que a su vez se constituyen progresivamente en técnicas que permiten una respuesta efectiva para la realización de la tarea. La instrumentalización está orientada del sujeto hacia el artefacto cargándolo progresivamente de potencialidades, lo que conlleva a desarrollar esquemas de uso.

Los procesos de instrumentación son concernientes al sujeto: a la emergencia y a la evolución de los esquemas de utilización y de acción instrumentadas: su constitución, su evolución por acomodación, coordinación y asimilación recíproca, la asimilación de artefactos nuevos a esquemas ya constituidos, (Rabardel, 1995, pág. 11).

Los procesos de instrumentalización son dirigidos hacia el artefacto: selección, agrupación, producción e institución de funciones, desvíos, atribución de propiedades, transformación del artefacto, de su estructura, de su funcionamiento, etc., hasta la producción integral del artefacto por parte del sujeto, (Rabardel, 1995, pág. 11)

Por su parte, Trouche (2002) considera que la instrumentalización es la expresión de la actividad de un sujeto: sobre lo que el usuario piensa en relación para qué fue construido el artefacto y cómo debe ser utilizado: la construcción del instrumento ocurre en su uso. La instrumentalización conduce así al enriquecimiento de un artefacto, o a un empobrecimiento.

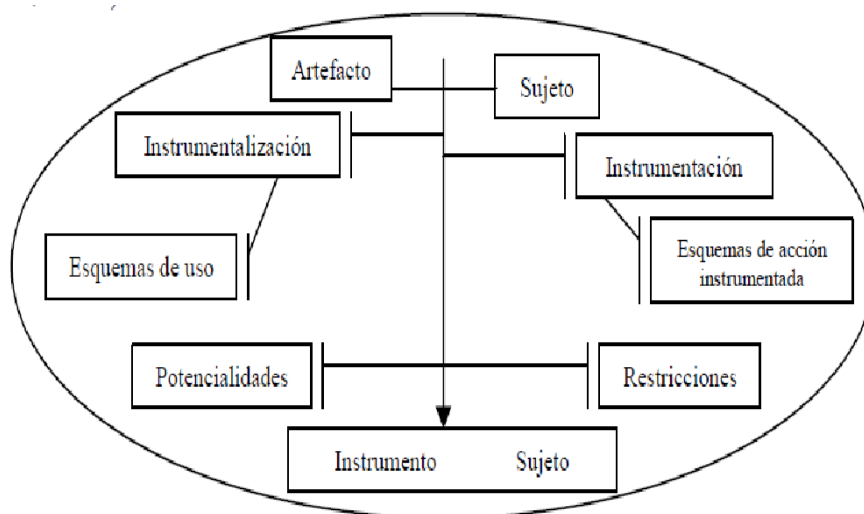


Imagen 9: Proceso de construcción del artefacto al instrumento producto de la Génesis Instrumental

En el caso de la enseñanza y aprendizaje de la geometría, la introducción de un nuevo artefacto a la clase impacta de manera directa los sistemas de instrumentos ya constituidos. Especialmente los Ambientes de Geometría Dinámica (AGD) con sus características de arrastre (o desplazamiento) sobre las figuras construidas y un uso predominante de lugares geométricos y de la traza o huella que deja una figura cuando se le arrastra. Y es desde la mirada de la orquestación instrumental, que se considera central el papel del profesor como gestor de los sistemas de instrumentos de la clase, que median la construcción del saber matemático puesto en consideración en la secuencia, en este caso referido a la transformación de simetría con estudiantes de sexto y séptimo (Santacruz, 2011).

Adicional a esto, no se debe pasar por alto que el profesor requiere conocer las restricciones y potencialidades del artefacto, así como las particularidades de los estudiantes para diseñar y ejecutar actividades apropiadas que movilicen un saber, dinamicen las prácticas profesionales, permitan atender las necesidades de los estudiantes y a su vez impulsen la innovación conservando la esencia de la escuela rural. Sin embargo, el profesor en su afán de innovar no debe excluir la complejidad de los procesos de génesis instrumental de los estudiantes. Por el contrario, debe poner en consideración las herramientas conceptuales suficientes y necesarias para comprender y promover eficazmente la instrumentación y los

aprendizajes. Es decir, coordinar los elementos que intervienen en la clase y que favorecen la conexión de cada individuo con los instrumentos.

En este sentido, la noción de orquestación instrumental en relación con la secuencia de actividades ocupa un papel determinante. La orquestación instrumental se entiende como una categoría que permite articular la concepción, el diseño y la puesta en escena de secuencias didácticas concebidas desde una mirada instrumental. En perspectiva, se reconoce que una orquestación instrumental permite definir los objetivos, la configuración y los modos de aprovechamiento de los diferentes dispositivos que se van a construir, por cada uno de los estudiantes y por la clase, Trouche citado por Santacruz (2011).

Cuando se hace una construcción, realmente se hace referencia a la familia de objetos que tienen esas mismas propiedades, y al ser manipulados arrastrándolos en la pantalla, se puede estudiar las características de esa acción en relación a las propiedades que han sido definidas. De esta manera se abren espacios para que el estudiante viva experiencias que ofrece los AGD gracias a la posibilidad de arrastre. Las TIC permiten ejecutar exploraciones completamente diferentes a las efectuadas en un ambiente convencional como el lápiz y el papel; de ahí que un criterio, para su integración, es el hecho que permita ejecutar de forma rápida, automática y fiable. Con integración de las TIC lo que se procura es crear nuevos escenarios de aprendizaje, gracias a su dinamismo, cambiando así la perspectiva que los actores (saber, estudiante y profesor) tienen del contenido geométrico y de la gestión didáctica.

Dentro de todo este proceso, es importante destacar que las TIC por sí misma no generan el impacto deseado dentro de la educación, es necesario ubicar al profesor como un eje esencial en los procesos tanto de construcción de aprendizaje como de la génesis instrumental de los estudiantes, y considerar toda una organización que conciba esa transformación que desde la perspectiva de (Trouche, 2003) se define como orquestación instrumental, interpretada como la relación que se da entre todos los elementos que intervienen en el aula de clase en un ambiente tecnológico, es decir, todos aquellos elementos que a través del diseño y ejecución de una situación, que gestiona un profesor permiten la construcción de saberes.

Competencia argumentativa

La comunicación es una necesidad inherente y común del ser humano en todas las actividades, disciplinas, profesiones, considerada el proceso más importante para aprender matemáticas. Al respecto se dice que la comunicación juega un papel fundamental, al ayudar a los niños a construir los vínculos entre sus nociones informales e intuitivas y el lenguaje abstracto y simbólico de las matemáticas, cumpliendo una función clave que ayuda para que los estudiantes tracen conexiones entre las representaciones físicas, pictóricas, gráficas, simbólicas, verbales y mentales de las ideas matemáticas (M.E.N, 1998), permitiéndoles expresar sus ideas hablando, escribiendo, demostrando y describiendo visualmente de diferentes formas, además, comprendan, interpreten y evalúen ideas que son presentadas oralmente, por escrito y en forma visual, haciendo observaciones y conjeturas, formulando preguntas, reuniendo y evaluando la información para que finalmente produzcan y presenten argumentos persuasivos y convincentes.

Thomas A. Romberg (1991), citado en M.E.N (1998) resalta diversas razones por las cuales la comunicación verbal y escrita es una parte crucial del proceso enseñanza y aprendizaje de las matemáticas:

- La comunicación en forma de argumento lógico es fundamental para el discurso matemático.
- La comunicación es el medio por el cual los conocimientos personales se sistematizan en un ámbito y, por tanto, se aceptan como conocimiento nuevo.
- El desarrollo de las categorías y estructuras del sistema lingüístico estructura la comprensión del niño y la hace progresar hacia un modelo de conciencia pública.

Desde esta perspectiva, es importante establecer ambientes en los que prime la comunicación como una práctica natural en los cuales se le dé valor y sentido a todo tipo de discusión para que de esta manera se permita al estudiante:

- Adquirir seguridad para hacer conjeturas, para preguntar por qué, para explicar su razonamiento, para argumentar y para resolver problemas.

- Se motiven a hacer preguntas y a expresar aquellas que no se atreven a exteriorizar.
- Lean, interpreten y conduzcan investigaciones matemáticas en clase; discutan, escuchen y negocien frecuentemente sus ideas matemáticas con otros estudiantes en forma individual, en pequeños grupos y con la clase completa.
- Escriban sobre las matemáticas y sobre sus impresiones y creencias tanto en informes de grupo, diarios personales, tareas en casa y actividades de evaluación.
- Hagan informes orales en clase en los cuales comunican a través de gráficos, palabras, ecuaciones, tablas y representaciones físicas.
- Frecuentemente están pasando del lenguaje de la vida diaria al lenguaje de las matemáticas y al de la tecnología.

Movimiento de simetría axial

Desde la perspectiva de los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (M.E.N, 2006) el estudio de las transformaciones isométricas hacen parte fundamental del Pensamiento Espacial y los Sistemas Geométricos, entendiendo éste como “el conjunto de los procesos cognitivos mediante los cuales se construyen y se manipulan las representaciones mentales de los objetos del espacio, las relaciones entre ellos, sus transformaciones, y sus diversas traducciones o representaciones materiales”. Es decir, el pensamiento espacial opera mentalmente sobre modelos internos del espacio en interacción con los movimientos corporales y los desplazamientos de los objetos y con los distintos registros de representación y sus sistemas notacionales o simbólicos.

Lo anterior contempla las interacciones de los sujetos dentro de las diversas dimensiones y relaciones espaciales donde actúan y desarrollan variadas representaciones, que conllevan a un acercamiento conceptual que favorezca la creación y manipulación de nuevas representaciones mentales. Pero, esto requiere del estudio de conceptos y propiedades de los objetos en el espacio físico y de los conceptos y propiedades del espacio geométrico en

relación con los movimientos del propio cuerpo y las coordinaciones entre ellos y con los distintos órganos de los sentidos.

Así, en un primer momento del pensamiento espacial lo realmente importante son las relaciones que surgen entre los objetos involucrados en el espacio, su ubicación y los individuos. A medida que van complejizando los sistemas de representación del espacio, es necesaria la intervención de la metrización, no basta con indicar qué tan lejos o cerca se encuentra algo, es necesario determinarlo. Esto implica un cambio significativo de lo cualitativo a lo cuantitativo lo que conlleva a una aparición de nuevas propiedades y relaciones entre los objetos. Por lo tanto, no se puede desconocer que el estudio de la geometría se relaciona con diversos campos como el arte, la decoración, el diseño, la construcción, la tecnología, diferentes ramas de la educación, entre otras, los enlaces que se muestran a continuación muestran qué tan cerca se está de la transformación isométrica que se ha abordado:

https://www.youtube.com/watch?v=zZpEoq169_Q,

<https://www.youtube.com/watch?v=Hj27tMD84q4>.

De esta manera la complejidad conceptual y la gradualidad del aprendizaje se refleja en los siguientes estándares básicos, que corresponden al Pensamiento Espacial y Sistemas Geométricos para los diferentes grupos de grados, donde el eje principal que se aborda es el concepto de simetría.

De primero a tercero

- Represento el espacio circundante para establecer relaciones espaciales.
- Conjeturo y verifico los resultados de aplicar transformaciones a figuras en el plano para construir diseños.

De cuatro a quinto

- Conjeturo y verifico los resultados de aplicar transformaciones a figuras en el plano para construir diseños.

Geogebra

De acuerdo con Barahona, Barrera y Vaca (2015) GeoGebra es un software interactivo de matemática creado por Markus Hohenwarter junto a un equipo internacional de desarrolladores. La idea básica del programa es unir dinámicamente geometría, álgebra y cálculo, es de libre acceso y código abierto. Además, combina diferentes registros de representación de un mismo objeto matemático. El componente numérico - algebraico muestra coordenadas, ecuaciones explícitas, implícitas o en forma paramétrica, mientras que el componente geométrico muestra el correspondiente conjunto de soluciones. Ambas representaciones pueden ser modificadas por los usuarios: la geométrica arrastrando el ratón (dragging) y la algebraica usando el teclado. De esta manera, facilita los procesos de abstracción mostrando cómo se construye una relación entre un modelo geométrico y un modelo algebraico de una situación, lo que permite encontrar soluciones no sólo matemáticas sino además visuales que representan la solución de un determinado problema.

Hohenwarter y Hohenwarter (2009) propone tres perspectivas diferentes de cada objeto matemático: la *vista gráfica* que permite observar puntos, segmentos, polígonos, vectores, funciones, etc. la *vista algebraica* coordenadas de puntos, y ecuaciones, y celdas en la *vista de hoja de cálculo*. Cuenta con diversas herramientas de construcción o modos que se activan haciendo clic sobre los botones de la *Barra de Herramientas*

De acuerdo con Sánchez (2001) citado en García (2001), entre los atributos que caracterizan el software y que buscan mejorar el proceso de aprendizaje de los estudiantes, se destacan:

- **Constructividad** Es la posibilidad de construir nuevos escenarios a partir de la combinación de objetos en espacio y tiempo. El aprendiz hace cosas, construye, tiene actividad. El desarrollo del software depende de las acciones que el aprendiz haga y de las decisiones que tome. Este concepto está muy ligado al modelo constructivista de aprender.
- **Navegabilidad:** Es la posibilidad de explorar libre y flexiblemente (en contraposición a una linealidad y secuencialidad), los ambientes que componen el mundo, dominio o estructura de información presentada en el software.

- **Interactividad:** Es la capacidad dinámica que refleja un sistema que provee retroalimentación al usuario en tiempo real, adapta o modifica dinámicamente su comportamiento en función de los eventos recibidos y entabla alguna modalidad conversacional con cierto grado de detalle, complejidad y modalidad.
- **Contenido:** Es la calidad, fiabilidad, organización y relevancia de la información entregada en el software. Es un atributo transversal a la presentación y debe ser adaptado y organizado, dependiendo de la audiencia.
- **Interfaz:** Es la superficie de contacto entre el aprendiz y el computador. Es la pantalla con la cual el aprendiz interactúa, su estructura y funcionalidad. Es el modo de capturar la acción y atención del aprendiz y de reflejar el estado y contenido del sistema. La interfaz tiene fuerte impacto en la navegación, construcción e interactividad provista.

■ Secuencia de tareas

Desde la Teoría de Situaciones Didáctica es posible diseñar y explorar un conjunto de condiciones y relaciones concebidas por el profesor con el fin de disponer de un medio para realizar propuestas de aprendizaje que provoquen la emergencia de genuinos problemas en las cuales el conocimiento en cuestión aparezca como una solución óptima a dichos problemas, con la condición adicional de que dicho conocimiento sea construible por los estudiantes. Bajo la teoría de Brousseau (1998) se estudian y modelan fenómenos didácticos que ocurren cuando un profesor se propone enseñar una noción, un teorema o un procedimiento a los estudiantes. En este intento, las palabras, enseñar, aprender, pensar, entender, saber y conocer adquieren diversos significados.

Algunas de esas condiciones pueden variarse a voluntad del profesor, y constituyen una variable didáctica cuando según los valores que toman modifican las estrategias de resolución y en consecuencia el conocimiento necesario para resolver la situación. De esta manera es posible plantear una secuencia de tareas matemáticas reconocida como una herramienta que usa el profesor para dar forma a un diseño de enseñanza, demostrar matemáticas, perseguir

de forma interactiva con los estudiantes o sencillamente pedirles que hagan algo. Según Stein, Grover y Henningsen (1996) citado en Margolinas, (2013) a los estudiantes les permitirá desarrollar, utilizar y comprender un cierto concepto. Por lo tanto, las tareas son las herramientas de mediación para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. De esta manera, la instrucción matemática es generalmente organizada y entregada a los estudiantes a través de tareas matemáticas. A pesar de eso, los estudiantes responden a tareas matemáticas de manera muy diferente, dependiendo de la estructura y las exigencias determinadas por dicha tarea. Esto indica que para llegar a la apropiación de la enseñanza de las matemáticas, las tareas matemáticas juegan un papel crucial. Para Doyle (1988), Stein y Lane (1996), citado en Margolinas (2013) la selección y el diseño de las tareas es esencial para el éxito de la enseñanza de las matemáticas,

Para Doyle citado en Margolinas (2013), las tareas académicas son:

- Productos que los estudiantes han de formular, por ejemplo, las respuestas a una serie de preguntas.
- Las operaciones que han de ser utilizadas para generar el producto, tales como la clasificación de ejemplos de un concepto.
- Los “datos” o recursos disponibles para los estudiantes, mientras están generando un producto.

Desde esta perspectiva, las tareas pueden modificarse no sólo con respecto al contenido de matemáticas, sino también con respecto a los procesos cognitivos involucrados a trabajar. Sólo tareas valiosas ofrecen a los estudiantes la oportunidad de ampliar lo que saben y estimular su aprendizaje con diferentes demandas cognitivas que son propensas a inducir diferentes tipos de aprendizajes. Las tareas que requieren que los estudiantes resuelvan problemas complejos pueden ser consideradas con tareas cognitivamente exigentes; por el contrario, las tareas cognitivamente poco exigentes son las que dan menos oportunidades a los estudiantes a participar en los procesos cognitivos de alto nivel; “tasks with different cognitive demands are likely to induce different kinds of learning”.

TIC en educación

Real (2009) afirma que para los profesores, “los programas de Geometría Dinámica se han convertido en una herramienta valiosa que genera cambios y nuevas posibilidades para el aprendizaje de la geometría escolar”. Estos cambios en la enseñanza impuestos no sólo por las nuevas concepciones en los fundamentos de la geometría, el empleo de metodologías apropiadas para la enseñanza, sino también de las expectativas de la sociedad y las nuevas necesidades en los lugares de trabajo, unido al progreso de la ciencia y la tecnología, han incidido de forma directa en el proceso de enseñanza y aprendizaje que se desarrolla en el aula.

Al respecto Murillo (2005) plantea que estos procesos de cambios generan nuevas formas de trabajo, nuevos medios de comunicación, recursos educativos y procesos de enseñanza - aprendizaje innovador que permiten experimentar las relaciones y propiedades de los objetos geométricos independientemente de la posición que ocupan en el plano o el espacio. Dejando de ser una enseñanza tradicionalmente estática usada mediante el empleo del lápiz y el papel como únicos recursos didácticos que refuerza falsas creencias de los alumnos sobre la forma de las figuras asociada a la posición que ocupan.

La integración y uso de las TIC en el proceso educativo, es un asunto que ocupa un lugar importante dentro de la investigación, que intenta determinar los posibles beneficios que su utilización conlleva, a la vez que se diseñan metodologías y entornos interactivos que produzcan mejoras en los procesos de enseñanza. Para Hohenwarter (2009), la tecnología es esencial en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas debido a que los estudiantes se benefician de las diferentes formas de integración de la tecnología y crea nuevas oportunidades de aprendizaje cuando se les proporcionan entornos tecnológicos, lo que podría proporcionarles diferentes habilidades matemáticas y niveles de entendimiento con base a la visualización y exploración de objetos y conceptos matemáticos en entornos dinámicos. Para los maestros, la tecnología es una herramienta que permite revolucionar los modelos pedagógicos y generar en nuevos paradigmas que cambia su rol del dentro del aula, motiva el uso eficiente y efectivo de éstas, asegurando y democratizando el acceso a información. Además, motiva el debate a través de procesos de interacción mediados pedagógicamente, así como la colaboración y retroalimentación de conocimientos.

2.1.2. Dimensión matemática

Se abordan los elementos que giran alrededor del movimiento de simetría, las propiedades y ejemplos⁴.

La palabra simetría encierra varios significados, entre ellos se dice que es la armonía entre las partes y el todo, también en un sentido más amplio es “una idea a través de la cual el hombre, en todos los tiempos, ha tratado de captar y de crear el orden, la belleza y la perfección” (Weyl 1979). Dentro del contexto geométrico la simetría es una transformación isométrica en la que a cada punto de una figura inicial le corresponde un punto final llamado imagen que está equidistante de una recta denominada eje de simetría⁵ y se cumple que:

Dado un punto arbitrario A, el segmento AA' es perpendicular a l , la recta l pasa por el punto medio del segmento AA' . es decir, la recta l es la mediatriz del segmento AA' (figura 10).

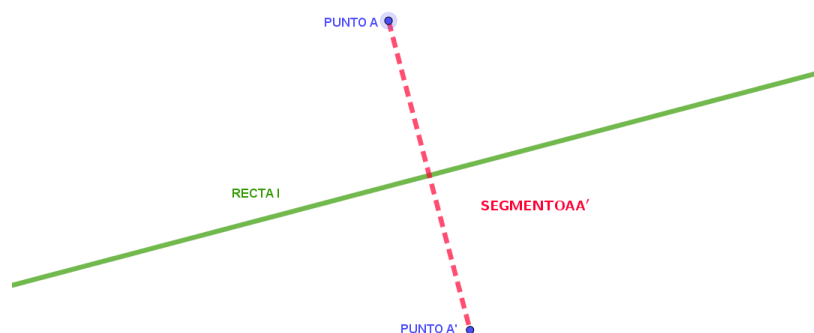


Imagen 10 : Construcción de simetría

El punto A' es la imagen de A respecto de la línea recta l , entonces, recíprocamente, A es la imagen de A' en l . Así es posible aludir que los puntos son imágenes uno del otro respecto de la línea recta dada si A' es la imagen de A respecto de la línea recta entonces también se puede decirse que es simétrico de A con respecto a línea recta l . lo que implica que la transformación de simetría axial es una función inyectiva.

⁴ https://www.youtube.com/watch?v=DbVhTi4y_2k.

⁵ <https://www.youtube.com/watch?v=ccc2ZICsDVI>

La transformación de simetría axial se puede realizar a un punto, un segmento o los polígonos en general, lo que permite afirmar que es una función sobreyectiva⁶. Cuando se aplica la transformación a un polígono arbitrario, todos los puntos de la imagen están relacionados con al menos un punto de la figura inicial.

La figura 11 muestra los elementos que interviene en la transformación de simetría axial.

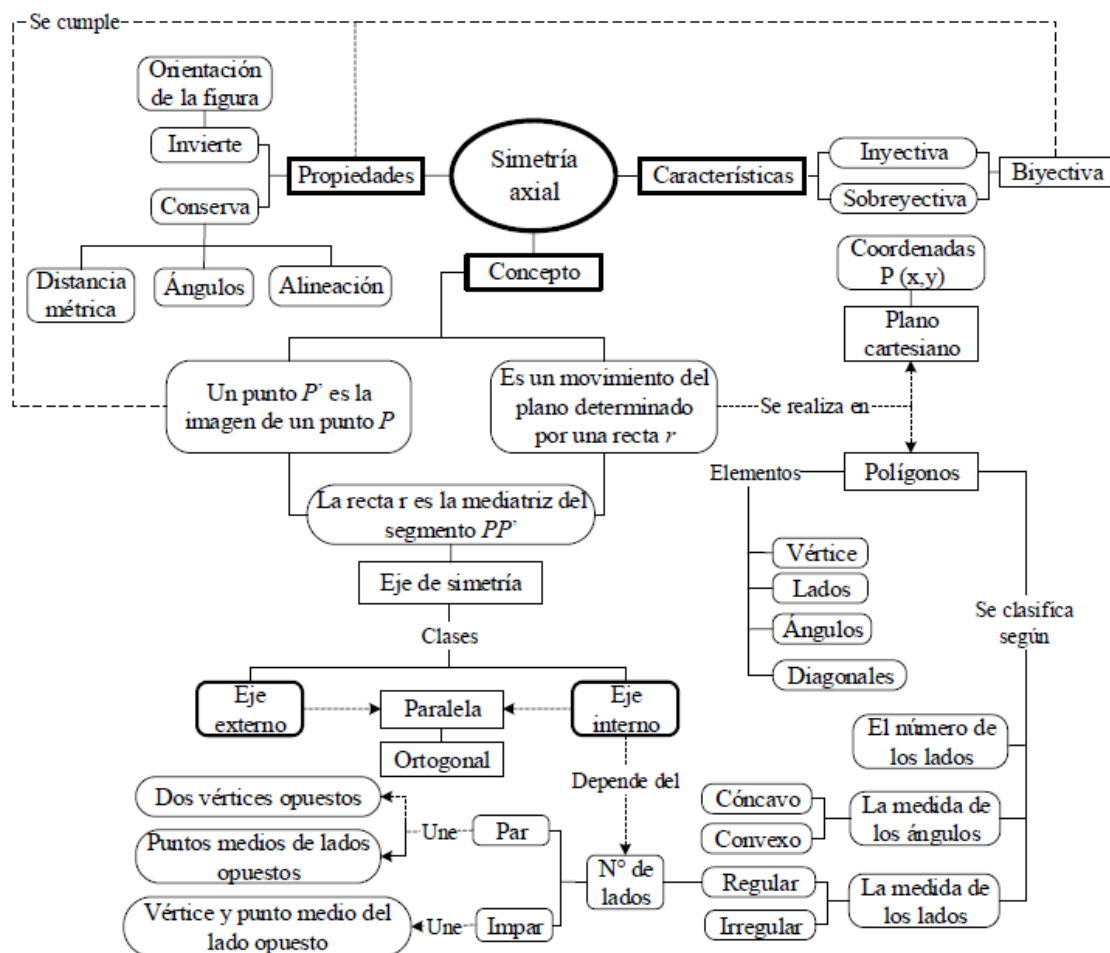


Imagen 11 Estructura conceptual de la transformación isométrica

Para hallar el polígono $A'B'C'D'E'$ (figura 12) que sea simétrico al polígono inicial $ABCDE$ con respecto a la recta PQ (eje de simetría), se traza una perpendicular al eje y que pase por

⁶ <https://www.geogebra.org/m/gWSKktdT>

el punto A (figura 13). El punto de intersección entre la recta perpendicular y la recta PQ lo llamaremos U (figura 14) y es el centro de la circunferencia con radio UA (figura 15). Donde se interseca la circunferencia con la recta AA , el punto A' corresponde a la imagen del punto A (figura 16). La distancia $UA \cong UA'$, el punto U es el punto medio del segmento AA' . Este procedimiento se realiza para cada uno de los vértices del polígono, una vez construidas las imágenes, se unen los segmentos correspondientes (figura 17).

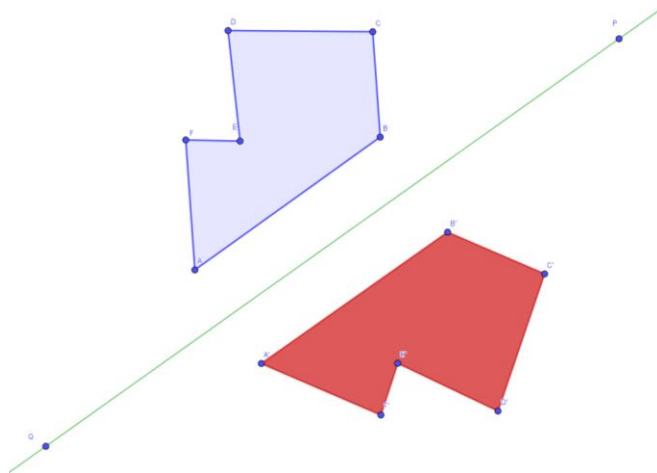


Imagen 12: construcción en GeoGebra de la simetría axial

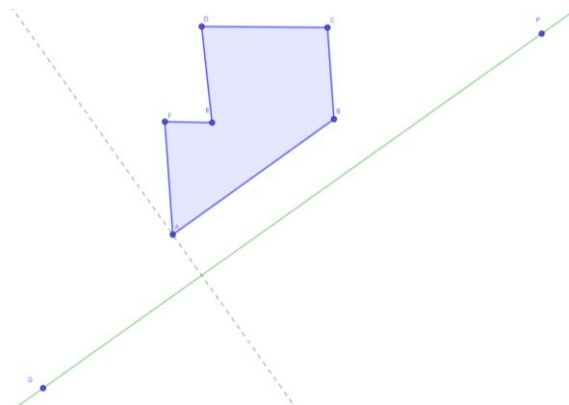


Imagen 13: recta perpendicular

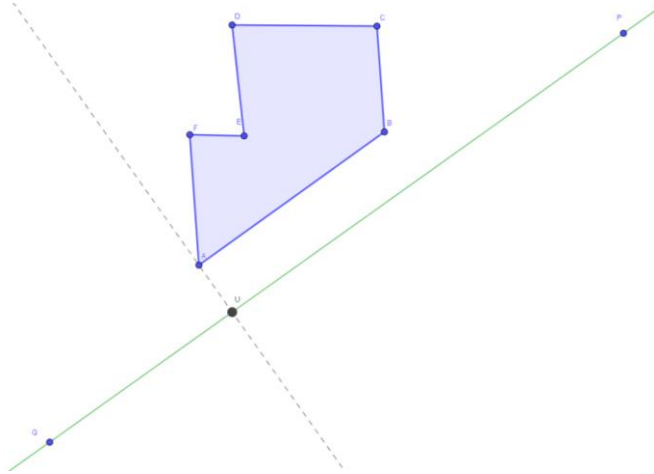


Imagen 14: construcción del punto de intersección U

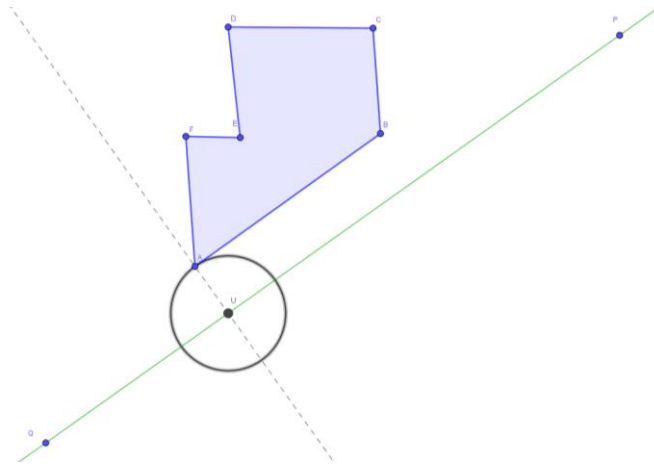


Imagen 15: construcción de la circunferencia con centro U y radio UA

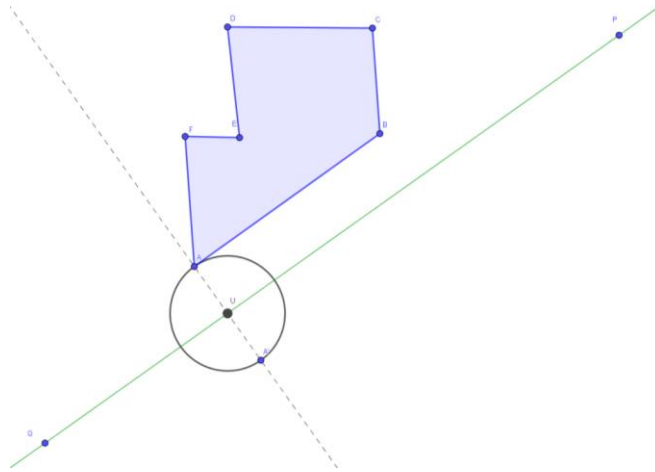


Imagen 16: construcción del punto A'

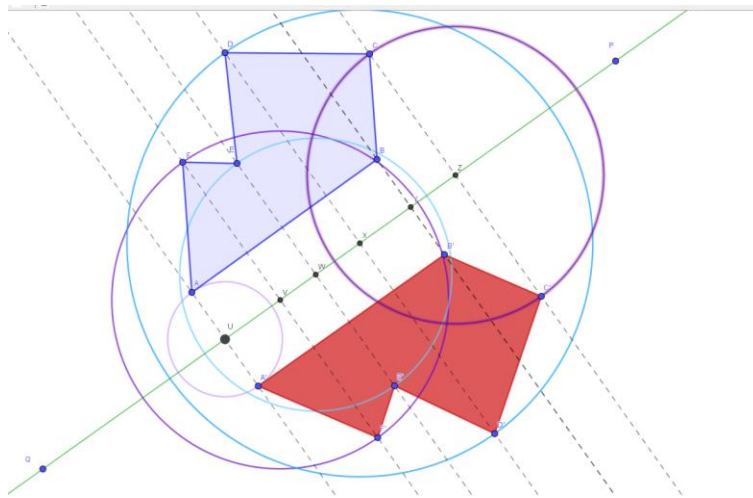


Imagen 17: construcción de la imagen del polígono $ABCD$ mediante simetría axial

3. Capítulo III

En este capítulo se concibe el diseño metodológico que guía el trabajo, se precisa el tipo de estudio, se caracterizan las estrategias de muestreo, se define el diseño del pilotaje, las hojas de trabajo, el recurso tecnológico y el plan de análisis.

3.1. Diseño Metodológico

El presente trabajo pretende mostrar una estrategia que permita fortalecer la competencia argumentativa a través de una secuencia de tareas por lo tanto, el enfoque será cualitativo. Parar Hernández (2014) no existe un orden estricto dentro de la investigación, la acción indagatoria se mueve de manera dinámica en ambos sentidos: entre los hechos y su interpretación, y resulta un proceso más bien circular en el que la secuencia no siempre es la misma y es posible desarrollar preguntas e hipótesis antes, durante o después de la recolección y el análisis de los datos. Esta actividad sirve para descubrir cuáles son las preguntas de investigación más importantes para luego perfeccionarlas y responderlas.

Por otro lado, es descriptivo: busca detallar y especificar los objetos que se van a poner en juego dentro de la investigación: las propiedades, características y los perfiles de los participantes, además de los procesos, objetos y fenómenos que se someten al análisis. Es decir, se pretenden medir o recoger la información de manera conjunta sobre las variables del objetivo.

Y finalmente, es de tipo investigación-acción: su finalidad es comprender y resolver la problemáticas que se planteó dentro de la propuesta, el objetivo es aportar la información que guía la toma de decisiones para la investigación, los procesos y reformas estructurales. Sandín (2003) citado en Hernández señala que la investigación-acción pretende, esencialmente, propiciar el cambio social y transformar la realidad educativa y que las personas tomen conciencia de su papel en ese proceso de transformación.

3.2. Estrategias de muestreo

La población que se eligió para poner en acto la secuencia de tareas es un grupo heterogéneo compuesto por 11 estudiantes: uno de grado sexto y diez del grado séptimo, por ser un grupo reducido se tomará como muestra. La recolección de datos que se implementa a lo largo del proceso debe permitir dar cuenta de las interacciones ocurridas en el aula, la actuación y la evolución de los estudiantes, las reflexiones y decisiones tomadas por el grupo investigador.

Al ser secuencia cuyo diseño metodológico es de tipo cualitativo que se centra en la investigación – acción, se debe poner en juego múltiples métodos para la recolección de la información. Una manera de capturar dicha información con respecto a la interacción en el aula es a través de observar directamente cada sesión, reportarlas en videos y fotografías complementadas con la toma de notas; con el diseño de una rejilla que permitan dar cuenta de la pertinencia y validez del recurso. Las preguntas que se plantean dentro de cada una de estas dimensiones aportan a la calidad del recurso y ayudan a destacar las fortalezas y debilidades de éste para mejoras futuras. Y finalmente, el informe de la puesta en acto (Hernández 2014).

Igualmente, se debe recoger la información sobre las ideas que surgen de los investigadores y las decisiones tomadas a lo largo del estudio. Para describir la evolución, conjetura y el diseño de las intervenciones en el aula, se recurrirá a las anotaciones y entrevistas a los miembros del grupo.

3.3. Plan de análisis

Al ser un proceso cualitativo el análisis de los datos no sigue una estructura rígida por lo cual, a las evidencias recolectadas por el docente como fotografías, videos, grabaciones, textos escritos, anotaciones y las narraciones hechas por los participantes se le debe proporcionar una estructura que cumpla con los propósitos del análisis cualitativo, Hernández (2014) plantea la siguiente categorización para el respectivo análisis de los datos:

1. Explorar los datos.

2. Diseñar una estructura (organización en unidades y categorías),
3. Definir los conceptos, categorías, temas y patrones presentes en los datos, así como sus vínculos, a fin de otorgarles sentido, interpretarlos y explicarlos en función del planteamiento del problema.
4. Describir las experiencias de los participantes según su óptica, lenguaje y expresiones.
5. Redescubrir categorías, conceptos y/o patrones.
6. Vincular los resultados con el conocimiento disponible.

3.4. Prueba piloto

La prueba piloto (anexo 1) permite visualizar

3.4.1. Hoja de trabajo

Hoja de trabajo N° 1	Unidad 1:	Tema: simetría axial
Fecha:	Tiempo aprox.	Materiales: tablets
Instrucciones		
Competencias particulares		
<ol style="list-style-type: none"> 1. Analiza situaciones del ambiente donde esté implícita la simetría axial. 2. Predice y compara los resultados de aplicar la transformación de reflexión sobre figuras en situaciones matemáticas y en el arte. 		
Competencia específica		

-
1. Identifica los elementos que se ponen en juego al momento de construir una imagen a través de simetría axial.
 2. Construye propiedades geométricas a través del doblado de papel
 3. Sigue un conjunto de pasos para construir un modelo geométrico que lo lleve a comprender, analizar y dar solución a situaciones reales que involucre la transformación de simetría.
 4. Utiliza un recurso tecnológico para facilitar el aprendizaje de los conceptos.

Estrategias metodológicas

1. Escribe con tus palabras que significa simetría y dibuja una.
2. Lee cuidadosamente la actividad diagnóstica.
3. Busca elementos del ambiente sean simétricos.
4. Expón los elementos encontrados argumentando el porqué de la elección.
5. Lee cuidadosamente cada situación presentada y responde cada una de ellas.
6. Al finalizar debes socializar tus resultados.

Tabla 1: hoja de trabajo

4. Capítulo IV

En este capítulo se analizan las producciones de todos los participantes, tanto de la prueba piloto como de la muestra seleccionada para la aplicación de la propuesta. Igualmente, se plantea la respuesta a las preguntas planteadas.

4.1. Análisis prueba piloto

En la primera etapa de la experimentación se llevó a cabo la implementación de una prueba piloto a un grupo reducido de seis estudiantes. Se ejecutó en dos sesiones de aproximadamente dos hora cada una. Para el desarrollo de la primera situación llamada *“Exploración de saberes”* la gestión didáctica inicia con una presentación por parte de la profesora del trabajo a realizar, la metodología, los objetivos y la evaluación, se hizo especial énfasis en el software y direccionando ejercicios de reconocimiento de las herramientas que se tiene a disposición (trazar puntos, rectas, polígonos y circunferencias), para familiarizarlos con el arrastre, intentado crear un ambiente relajado, generando expectativas en el artefacto y no preocupación, teniendo en cuenta que los estudiantes no habían tenido hasta el momento un acercamiento a un AGD ni se habían abordado a fondo los objetos geométricos necesario para ejecutar las tareas, sólo conocían algunos conceptos relacionados con los polígonos.

Los resultados obtenidos fueron los siguientes:

Profesora: Hoy vamos a trabajar en las tabletas con un programa que nos sirve para aprender geometría, este programa se llama GeoGebra, con él podemos hacer muchas cosas divertidas e interesantes. Pero antes vamos a hacer una actividad, que nos va a ayudar a entender lo que trabajaremos en las tabletas.

Estos es un espejo ¿para qué nos sirve?

Estudiante 1: para vernos cómo amanecemos

Estudiante 2: para peinarnos

P: ¿servirá para algo más?

Estudiante 3: para ver si estamos bien.

P: ¿Qué sucede cuando nos vemos en el espejo? Por ejemplo, si levanto la mano derecha ¿será que la mano que vemos en el espejo es la misma?

E 4: si

E 5: no, es la otra, porque en el espejo todo se ve al revés.

E 6: si profe, cuando nos vemos en el espejo estamos viendo es el reflejo. La derecha es la izquierda en el espejo... es todo lo contrario, y la izquierda es la derecha.

P: de eso es precisamente lo que vamos a trabajar del reflejo. ¿Dónde más podemos ver una reflexión? ¿Será en los animales podemos ver alguna reflexión? ¿Aquí en el salón?...

E 6: en los pájaros, un cuadro y algunas letras.

E 4: las manos también, cuando las juntamos se ven como si se estuvieran viendo al espejo...

Tabla 2: interacciones I

Se le entrega a cada estudiante una tableta para el trabajo junto con las hojas de trabajo.

P: En la pantalla pueden ver un par de figuras, las vamos a dejar un momento ahí, aún no las vamos a necesitar, ¿ustedes ya conocían este programa para trabajar geometría?

Todos: No

P: vamos a abrir un nuevo documento para que aprendamos a usarlo... Primero vamos explorar las opciones que nos brinda el programa. Si ustedes se fijan la pantalla aparece dividida por una franja color uva o morada, la parte de arriba es blanca y en la de abajo

dice Herramientas básicas aparecen unas opciones con unos iconos. Entonces, tenemos la opción Mueve y una fecha. Si la tocan notaran que se despliega en la parte de abajo aparece una lectura que explica de que se trata esa opción. Al lado dice punto y como el anterior nos dice cómo se usa cuando lo tocamos. Luego segmento, recta, polígono, circunferencia. ¿Qué más dice?

Todos: Más

P: ¿Qué sucede si le damos en Más?

E: aparecen otras cosas.

P: ¿Cómo cuáles?

E 4: edición, mostrar/ocultar, borrar ángulos, segmentos, circunferencias, polígonos, aparecen un poco de cosas.

P: si llegan hasta abajo dice: transformación. Una de esas es la que vamos a trabajar. Ahora, ¿cómo se maneja? Es muy fácil, una vez que seleccionemos una opción se toca en la parte de arriba de la pantalla y listo... si necesitamos

Hagamos un ejemplo, seleccionen la opción de punto, ahora toque la pantalla. Y el programa de una vez lo nombra. ¿Cómo lo nombra?

Todos: con la letra A.

P: con este programa podemos crear cualquier cosa. Seleccionamos polígono, voy a esta parte blanca de la pantalla y la toco ¿Qué me aparece?

Todos: Un punto azul

P: toco en otro lado y me aparece otro punto, el tercero lo voy a poner aquí para cerrar el polígono, ¿Qué figura se formó?

Todos: Un triángulo

P: Pero yo puedo hacer todos los puntos que quiera, aquí sólo hice tres. Y esos 3 puntos me formaron un triángulo. También se puede cambiar el color, el tamaño y la forma. Vayan a la opción mueve para que cuando toquen la pantalla no se le hagan más puntos. Toquen el punto que hicieron, ven la ventana que apareció, hay otros iconos, esos iconos sirven para eso, revisen ustedes. Ahora les voy a dar tiempo para que exploren la aplicación antes de iniciar con la tarea...

Tabla 3: interacciones2

Una vez se les explica a los estudiantes el manejo del programa, se da inicio a la situación 1. Previamente se había orquestado toda la organización del espacio y de los elementos necesarios para la ejecución de cada tarea: un espejo como elemento didáctico de apoyo para explicar o describir las situaciones, las tabletas (una para cada estudiante), en cada una se instaló el software y las configuraciones en GeoGebra que se abordaron con el fin del hacer efectivo el tiempo de cada sesión y la proyección de un video beam con el propósito de apoyar la lectura y socializar la situación, lo que permitió una constante alimentación de las tareas por parte de los estudiantes, las devoluciones de la profesora y finalmente las conclusiones.

Se lee en conjunto la primera tarea. Obteniendo como respuesta lo siguiente:

P: ¿Qué elementos cambian cuando se mueve el punto A?

E 3: Se mueve esta letra (señalando con el dedo el punto G en la tableta).

E 6: Se alarga la figura igual que la azul.

P: ¿Qué sucede con la figura roja cuando muevo el punto B?

E 6: Se mueve el punto H parecido a este (punto B).

E: Este (punto H) se mueve parecido a este (punto B).

P: ¿Puedo mover algún punto de la figura roja? ¿Por ejemplo el punto H?

E 2: No se mueve, se queda quieta. Sólo se mueve la azul.

E 3: Sólo se puede mover la azul.

Tabla 4: interacciones 3

A continuación se muestran algunos de los modelos que se crearon a partir de la opción de arrastre con relación a la configuración inicial.

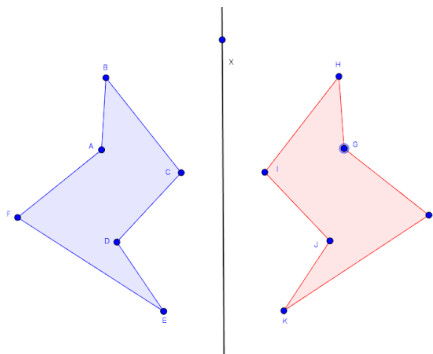
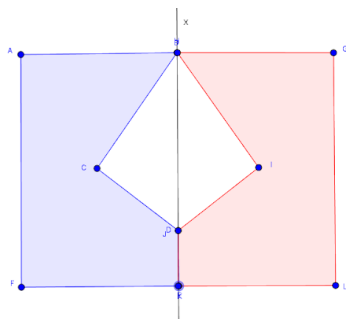
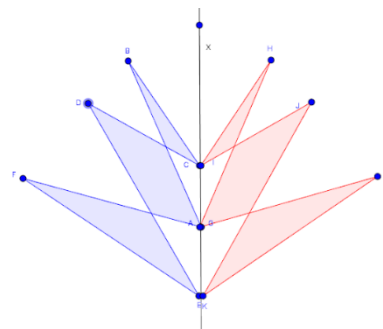


Imagen 18: configuración dada

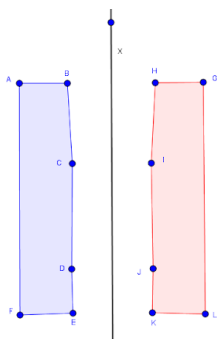
Estudiante 1



Estudiantes 2



Estudiante 3



Estudiante 4

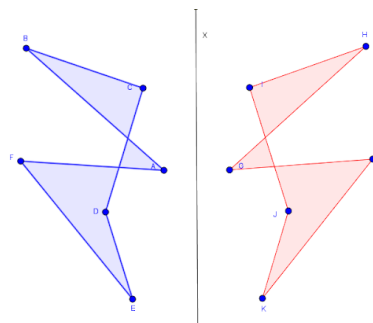


Imagen 19: Diseños obtenidos después del arrastre

Una vez terminada la tarea de arrastre, los estudiantes logran concluir que:

Cuando movemos la figura azul a la derecha
la roja se mueve a la izquierda y
cuando movemos la figura azul a la izquierda
la roja se mueve a la derecha

Imagen 20: estudiante 2 - Tarea 1

Una de las dificultades que se evidenció al momento de hacer el registro, es la distinción entre los conceptos: punto y figura, para los estudiantes no es claro estas definiciones. Pero si lograron establecer una relación entre los puntos correspondientes de las figuras.

La diferencia que hay es que si move-
mos la figura azul hacia la derecha la
figura roja se mueve hacia la izquierda

Imagen 21: estudiante 1 - Tarea 1

En la segunda tarea, un estudiante leyó la información y otro proyectó en el video beam la exploración a sus compañeros, lo que garantizó que se identificaran en conjunto el movimiento que hace la figura roja cuando la azul se desplaza hacia arriba, abajo, derecha e izquierda respectivamente. Para reforzar la idea se tomó como referencia el ejercicio. De igual manera, lograron identificar que la posición del eje de simetría influye en la forma cómo se desplaza la figura roja.

La primera sesión termina con las tareas 1 y 2, se empieza a evidenciar una aproximación a la actividad instrumentada de los estudiantes al intentar visualizar e identificar los efectos del arrastre dentro de la configuración.

- Cuando la figura azul se mueve hacia la izquierda, la figura roja se mueve hacia Derecha
- Cuando la figura azul se mueve hacia la derecha, la figura roja se mueve hacia Izquierda
- Cuando la figura azul se mueve hacia arriba, la figura roja se mueve hacia Arriba
- Cuando la figura azul se mueve hacia abajo, la figura roja se mueve hacia Abajo

Imagen 22: estudiante 6 – Tarea 2

Las conclusiones que se obtuvieron van enfocadas hacia el movimiento que hacen las figuras cuando se arrastra la figura azul hacia arriba y abajo, es decir, cuando el eje de simetría está en posición vertical, no hubo ninguna reflexión cuando la figura azul se mueve de derecha a izquierda.

La conclusión que podemos sacar es, cuando el eje está en posición vertical, las figuras se mueven en este sentido, es decir suben y bajan, a la misma vez...

Imagen 23: estudiante 5 – Tarea 2

siempre la figura roja y azul a la azul

Imagen 24: estudiante 3 – Tarea 2

En esta conclusión se percibe una comparación cuando el eje de simetría cambia de posición a horizontal.

que las figuras se mueven con forma del eje. si es vertical se mueve en vertical y horizontal se mueve horizontal.

Imagen 25: estudiante 6 – Tarea 2

Al igual que en la primera sesión, se dispusieron de todos los recursos y herramientas necesarias para desarrollar las tareas restantes. Antes de iniciar con los registros se hizo la retroalimentación del trabajo realizado, recordando las características del software.

En la tercera tarea se apunta al reconocimiento de la relación que se da entre las figuras y la posición del eje de simetría para hacer la respectiva comparación.

P: Aquí vemos las mismas figuras ¿Qué es lo único diferente?

E 6: El eje de simetría está volteado, este está acostado y el otro parado.

P: Uno está horizontal y el de la izquierda está en posición vertical. ¿Qué pasa si arrastro la figura azul de la derecha hacia arriba? ¿Quién desea proyectarlo en el video beam para que todos podamos ver lo que sucede cuando se arrastra la figura?

E 2: La roja también se mueve hacia arriba.

P: Haz lo mismo con la otra figura azul, la del lado derecho, arrástrala hacia arriba ¿hacia dónde creen que se mueve? ¿Se moverá igual la del lado derecho?

E 1: La otra se mueve hacia abajo.

E 3: Se mueven en direcciones diferentes, una se mueve igual y la otra para arriba.

Tabla 5 interacciones 4

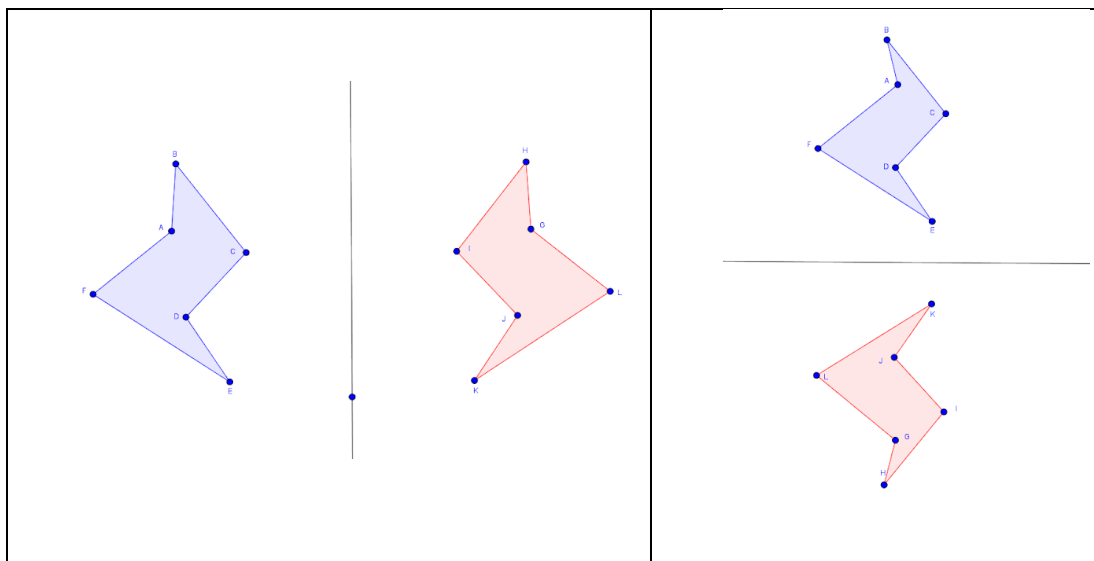


Imagen 26: Comparación de la posición del eje de simetría

La mayoría de los estudiantes respondieron la opción NO, cuando el eje de simetría está en posición horizontal y se hacen los arrastres precisos los estudiantes notan que cambia el recorrido de la figura roja: al mover la figura azul a la derecha e izquierda la figura roja sigue este mismo desplazamiento, mientras que si se mueve hacia arriba o abajo el movimiento lo hace de manera invertida es decir, hacia abajo o arriba.

no Por que el eje se cambia de posición
a horizontal y las figuras se mueven confor-
me al eje.

Imagen 27: Estudiante 2 – Tarea 3

Porque si cambiamos el eje las Figuras
cambian de vertical a horizontal

Imagen 28: estudiante 1 – Tarea 3

Quienes respondieron la opción si, no precisan con claridad lo que sucede con las figuras.

porque el rojo lo limita

Imagen 29: Estudiante 4 – Tarea 2

En la cuarta y quinta tarea no se presentaron dificultades con la interpretación del enunciado. Se puede observar en ambas tarea que los estudiantes identificaron que el punto los puntos correspondientes entre las figuras azul y roja (Ilustración 16).

aerecha. Determina qué punto de la figura roja también se mueve.
Cuando movemos el punto A se mueve el punto B.

Imagen 30: Estudiante 2 – Tarea 4

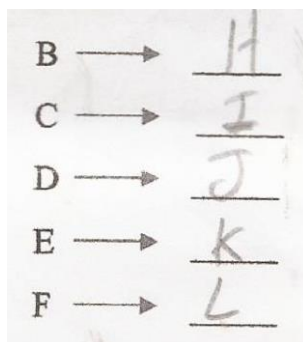


Imagen 31: Estudiante 3 – Tarea 5

En la última tarea es posible evidenciar un acercamiento al concepto de simetría. Los estudiantes lograron identificar dos características que se mantienen invariantes en las figuras cuando se realizan algún tipo de arrastre a la figura azul, ellos lo expresan en términos de igualdad. Reconocen que cuando la figura azul se mueve la figura roja también se mueve, conservando su tamaño y su forma, pero que las distancias al eje si varían.

P: ¿A qué conclusión llegaron?

E 1 y 3: Se mueven parecido pero para el otro lado,

P: Pero que observamos en las figuras azul y roja que no cambia, estas dos figuras son exactamente las mismas pero reflejadas, por eso cuando arrastramos la figura azul la roja también se mueve porque hay un eje de simetría que nos permite mantener ciertas características, pero hay propiedades, cositas que no cambian ¿Cuáles serán esas cosas? ...Observen bien... ¿Recuerden cuando se ven en el espejo?... ¿Será que ustedes cambian con respecto a la persona que ven en el espejo?

E 4: No, es el mismo pero al revés,

P: entonces ¿Qué cosas no cambia?... ¿Qué relación podemos establecer?... Que opinan los demás.

E 2: si yo muevo esta para acá, la roja sigue siendo la misma.

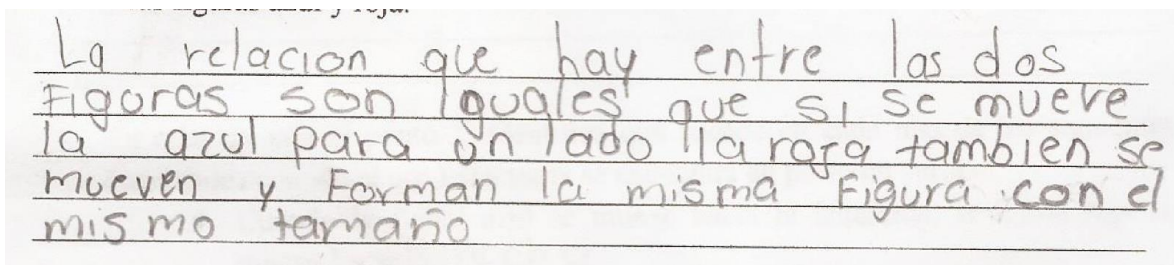
P: Entonces, si son las mismas es porque conservan las misma.... ¿si arrastro la azul la roja se agranda o se vuelve más pequeña?

E 6: No, a ya sé no cambia el tamaño.

P: ¿Será que hay otra cosa que no cambia?

E 5: y la forma.

Tabla 6: interacciones 5



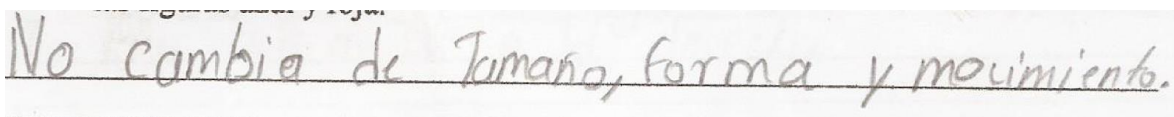
La relacion que hay entre las dos figuras son iguales que si se mueve la azul para un lado la roja tambien se mueven y forman la misma figura con el mismo tamaño

Imagen 32: Estudiante 6 – Tarea 6



la figura roja es mismo tamaño

Imagen 33: Estudiante 3 – Tarea 6



No cambia de tamaño, forma y movimiento.

Imagen 34: Estudiante 2 – Tarea 6

La segunda etapa de la experimentación “*eje de simetría*” se llevó a cabo durante dos sesiones de trabajo, cada una con una duración de una hora y media aproximadamente. La

situación se enfocó en formular y verificar una conjetura a través del análisis del eje de simetría y el reconocimiento de regularidades de las distancias desde un punto cualesquiera a éste.

P: En la sesión pasada trabajamos con las figuras, las estuvimos arrastrando por la pantalla y notamos que no cambia de forma y de tamaño cuando las arrastramos, que una es el reflejo de la otra... que podemos arrastran también los puntos. Hoy vamos a trabajar con el eje de simetría ¿Recuerdan cuál es?... ¿con que letra lo nombramos?

E 6: Está de aquí, X

P: Muy bien, este eje de simetría es muy importante cuando hacemos una reflexión, entonces eso es lo que vamos a aprender hoy, por qué es importante... ¿Alguno se sabe por qué es importante?

E 2: Es como el espejo

E 5: Porque parte a la mitad... está en la mitad de ellos dos

E 2: Ah! Si esta justo en la mitad

P: Esto se parece cuando doblamos una hoja de papel... o como lo mencionaron anteriormente, se parece al espejo... cuando doblamos la hoja nos queda dividida en dos partes iguales, si hacemos un dibujo con la hoja doblado y apoyamos fuerte el lápiz nos queda la marca en ambos lados.

E 1: si y cuando la abrimos una queda al revés.

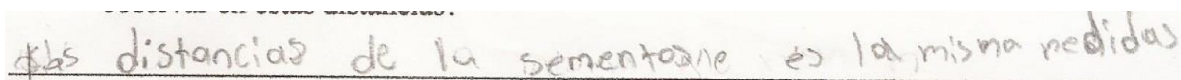
P: Leamos la primera tarea....

Tabla 7: interacciones 6

En esta parte de la secuencia no se presentan mayores dificultades para interpretar las tareas a resolver, por lo que evidencia la construcción del instrumento por parte de los estudiantes,

sólo una pareja de estudiantes no cumplió con el trabajo a ejecutar, sus repuestas no dan cuenta de un análisis que los lleve a una conclusión valida.

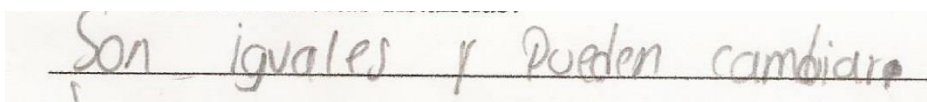
Se puede observar que en la primera tarea todos los estudiantes determinaron que las distancias entre los segmentos BM y MH son iguales.



Las distancias de la sementane es la misma medidas

Imagen 35: Estudiante 3 – Tarea 1

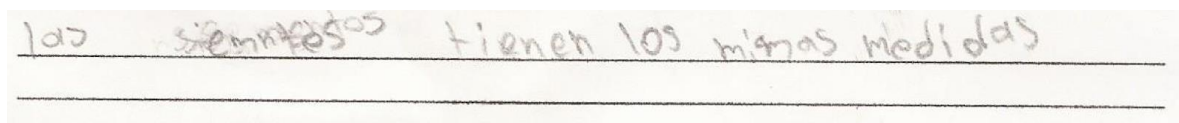
Sólo una pareja de trabajo notó que estas distancias son variables:



Son iguales y pueden cambiarse

Imagen 36: Estudiante 2 – Tarea 1

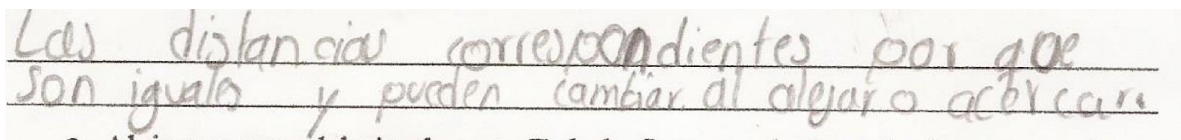
Al igual que la tarea anterior, en la segunda no hubo dificultades, los estudiantes manifiestan que las distancias de los segmentos AN y NG, FP y PL son iguales.



los segmentos tienen las mismas medidas

Imagen 37: Estudiante 5 – Tarea 1

(Transcripción: Los segmentos tienen las mismas medidas)



Las distancias correspondientes por que son iguales y pueden cambiar al alejar o acercarse

Imagen 38: Estudiante 2 – Tarea 2

Para dar respuesta, los estudiantes tomaron casos particulares con los que comprobaron la premisa que les permitió llegar a la conclusión, sólo tuvieron en cuenta un par de segmentos para hacer el registro respectivo.

P: ¿todas las distancias miden lo mismo?... ¿la medida que le dio Sebastián es la misma que le dio a Brayan?

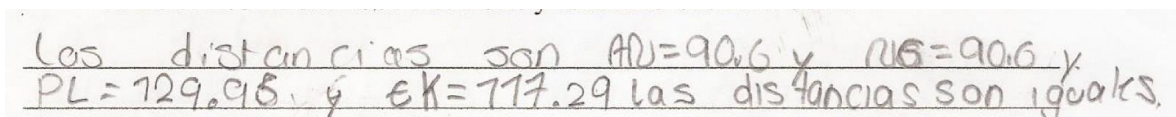
E 1: son diferentes porque a Sebas le dio 6,92 ya nosotros nos dio 8,56

E 2: y a nosotros nos dio diferente: 117,29

P: ¿y siempre les da lo mismo? ...¿si arrastro el punto A o el punto F la distancia de AN y NG o de este otro segmento cambia o queda igual?... esas medidas es para un caso en particular, no quiere decir que siempre es la misma, ella cambia... traten de buscar una conclusión general.

E 4: No profe, ella cambia, pero es la igual con la otra.

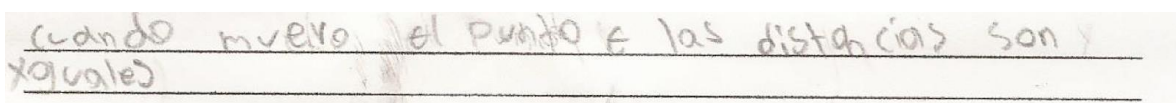
Tabla 8: interacciones 7



Las distancias son $AN=90.6$ y $NG=90.6$ y $PL=729.95$ y $EK=717.29$ las distancias son iguales.

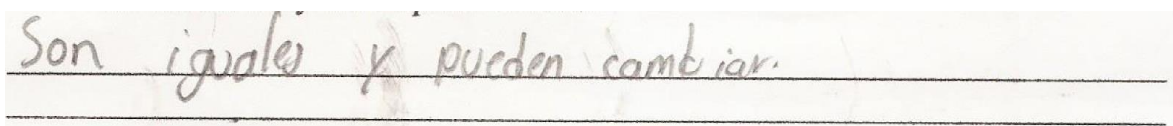
Imagen 39: Estudiante 1 – Tarea 2

Tercera tarea: fue posible evidenciar que los estudiantes empiezan a reconocer que las distancias entre los puntos ER varían pero se mantiene igual con la distancia el segmento formado por los puntos RK.



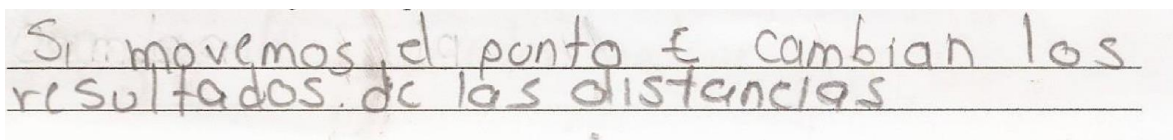
cuando muevo el punto E las distancias son iguales

Imagen 40: Estudiante 3 – Tarea 3



Son iguales y pueden cambiar.

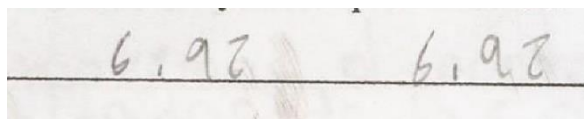
Imagen 41: Estudiante 2 – Tarea 3



Si movemos el punto E cambian los resultados de las distancias.

Imagen 42: Estudiante 1 – Tarea 3

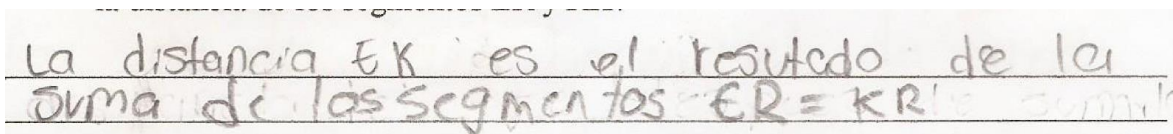
Un estudiante sólo registró dicha medida, sin realizar ninguna reflexión alrededor de ésta, a pesar de las pautas y explicaciones que se dieron. Los demás analizaron varias opciones antes de concluir.



6.92 6.92

Imagen 43: Estudiante 4 – Tarea 3

Este análisis corresponde a la tarea cuatro: la mayoría de los estudiantes identificaron que la medida del segmento EK corresponde a la suma de la medida de los segmentos ER y EK.



La distancia EK es el resultado de la suma de los segmentos ER = KR.

Imagen 44: Estudiante 6 – Tarea 4

las distancias del segmento EK sales de ER x RK

Imagen 45: Estudiante 3 - Tarea 4

De acuerdo con los registros los estudiantes no se apropian de los conceptos, no usan términos matemáticos para describir lo que sucede, lo expresan en términos de arriba - abajo por la ubicación con relación al eje de simetría. La medida de la distancia del segmento EK, está ubicada en la parte superior de la línea punteada que traza, mientras que las medidas de las distancias de los segmentos ER y RK están en la parte inferior.

Los dos de abajo hacen el de arriba.

Imagen 46: Estudiante 6 – Tarea 4

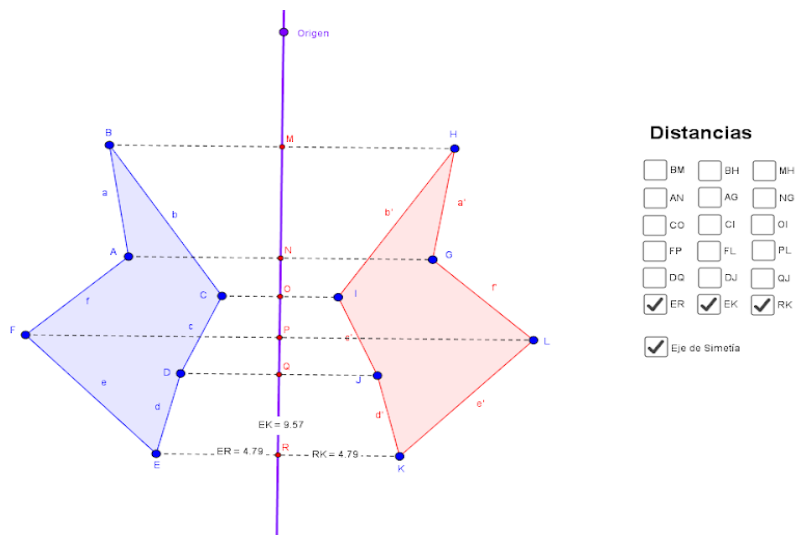


Imagen 47: Muestra la ubicación de las medidas de las distancias

Para un estudiante no existe ninguna relación entre las distancias de los segmentos.

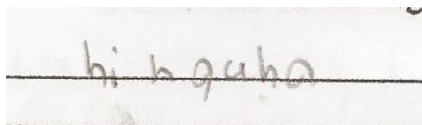


Imagen 48: Estudiante 4 - Tarea 4

Las devoluciones de la profesora intentan que los estudiantes perciban la intención matemática que se aborda mediante la opción de arrastre, y nuevamente la discusión gira en torno a medidas particulares y no en términos generales, en esta ocasión los argumentos de los estudiantes se contrastan con las retroalimentaciones del medio, para que todos los participantes al final logren formular y verificar la conjetura que establecieron, la profesora se soporta de lo que está sucediendo en las tabletas para que en conjunto se formule una conjetura.

Para la quinta y sexta tarea fue necesaria una sesión más de la exploración de aproximadamente una hora, para los estudiantes es evidente que las distancias cambiaban a media que el eje se movía, pero las distancias correspondientes entre los segmentos se conservaban.

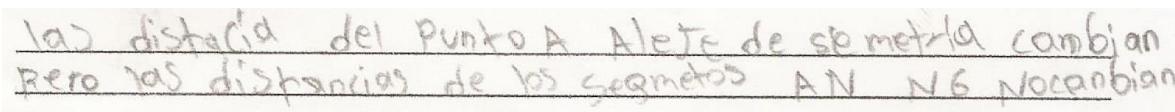


Imagen 49: Estudiante 3 – Tarea 5

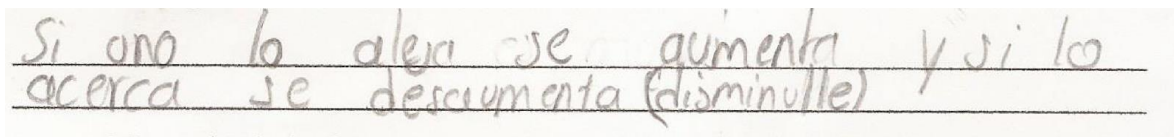
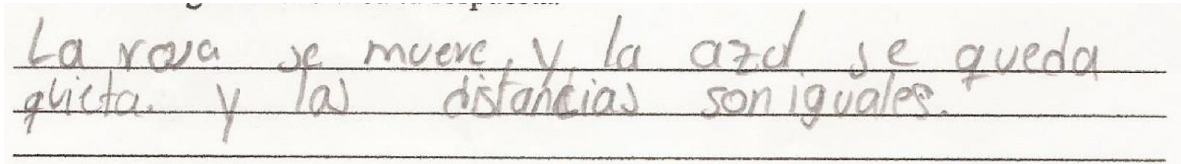


Imagen 50: Estudiante 2 – Tarea 5



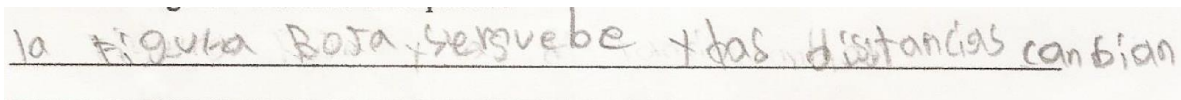
Imagen 51: Estudiante 4 – Tarea 5

En la sexta tarea los estudiantes logran percibir los cambios con respecto a las distancias entre los segmentos que unen las figuras al eje de simetría, pero no lograron identificar que es el mismo eje para ambas figuras. Mencionan las características que fueron evidentes en tareas anteriores sin profundizan en sus respuestas.



La roja se mueve, y la azul se queda quieta. y las distancias son iguales.

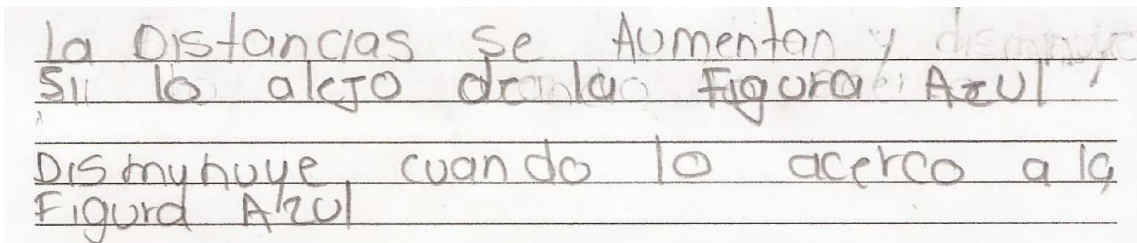
Imagen 52: Estudiante 2 – Tarea 6



la figura roja se mueve y las distancias cambian

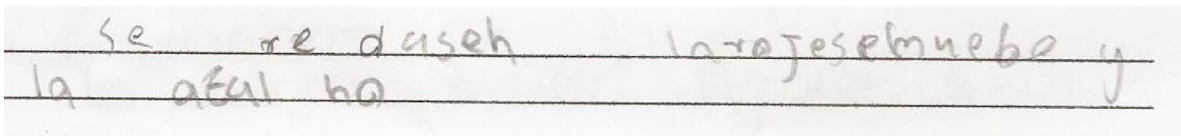
Imagen 53: Estudiante 3 – Tarea 6

Cuando mencionan “si lo alejo” y “lo acerco” hacen referencia al eje de simetría.



la distancias se aumentan y disminuyen si lo alejo de la figura azul disminuye cuando lo acerco a la figura azul

Imagen 54: Estudiante 1 – Tarea 6



se reduce la roja se mueve y la azul no

(Transcripción Se reducen la roja se mueve y la azul no).

Imagen 55: Estudiante 4 – tarea 6

Con cada situación, la transformación de simetría se constituyó un elemento central para la búsqueda de nuevas expresiones de una misma propiedad, permitió traducir algunas regularidades a otro sistema y seleccionar relaciones entre distintos elementos del concepto, cada tarea proporcionó un campo favorable para la adquisición de destrezas y desarrollo de capacidades, con las cuales fue posible relacionar distintos conceptos que se pusieron en juego, interpretar propiedades y desarrollar argumentos de prueba y validez.

Cada uno de los diseños que se realizaron en el software GeoGebra cumplió con los objetivos establecidos para las tareas a ejecutar, para lograrlo se pensó en una configuración que sólo requiriera arrastrar un punto o un objeto básico de la configuración construida para comprobar las premisas. Algunos de los participantes a pesar de ser la primera vez que tenían un acercamiento a un AGD lograron manipular sin dificultad las figuras. Esto permitió que la mayoría comprendiera y caracterizara la transformación geométrica y así construir una imagen mental de la simetría. Además, que reconocieron que el eje de simetría no es estático puede cambiar de posición de acuerdo a las necesidades e influye en la dinámica de las figuras y en la magnitud de este a las figuras.

Las tareas de la secuencia permitieron a los participantes involucrarse fácilmente en la ejecución de cada situación y plantear así una estrategia que los condujera a alcanzar a los objetivos propuestos, esto generó una mayor participación. Los debates que se presentaron entre un grupo de trabajo permitieron ampliar las posibilidades de respuesta aclarando las dudas sin la necesidad de la intervención del profesor.

La sencillez de cada enunciado y facilidad de manipulación del software, dio pie a que los participantes crearan nuevos diseños a partir de la configuración inicial, pudiéndose comprobar las conjeturas, queriendo ir más allá de lo que se les proponía.

4.2. Análisis

4.2.1. Exploración de datos

La exploración de datos se realizó a través de la observación directa y toma de apuntes por parte de la docente. El propósito de la puesta en acto de una secuencia de tareas era generar impacto sobre la competencia argumentativa a través de la simetría axial, en un grupo heterogéneo de estudiantes de la zona rural de Vijos. Se llevó a cabo en dos fases: la primera es la prueba piloto; se elige una muestra al azar distinta a la intervenida para realizar un primer acercamiento al software y verificar la claridad de los enunciados. La segunda fase es de intervención con las tareas planteadas. Los estudiantes de acuerdo a la metodología descrita anteriormente realizan las tareas propuestas y se registran los alcances para luego ser analizados.

4.2.2. Diseño de una estructura

Para el análisis, es importante tener presente que, para la muestra que se eligió era la primera vez que se enfrentaban a un software como GeoGebra y una situación que involucra un ambiente de geometría dinámica. Además, dentro de su proceso educativo la geometría no era importante y estaba relegada a las últimas temáticas del plan de estudio, por lo que, los niveles de comprensión de los objetos geométricos que circularon en el aula no fueron los más adecuados con respecto a lo que se deseaba.

La información que se obtuvo luego de la implementación de las tareas a través de las hojas de trabajo se registró mediante la observación directa, registro fotográfico y video. Al respecto Goñi (2008) manifiesta la importancia de la pertinencia y la calidad de la evidencia aportada para evaluar una competencia mediante la emisión de un juicio valorativo. Para su respectivo análisis se elaboró una rúbrica, en la que se evalúa las acciones que el estudiante pone en juego a la hora de argumentar. Se eligió esta herramienta de valoración para expresar los criterios relacionados con el aprendizaje y el desarrollo de la competencia a evaluar, donde se establecen niveles progresivos de dominio y

pertinencia relativos al desarrollo de la competencia que demuestra el estudiante (Díaz-Barriga, 2006). Esto implica que por un lado, se garantice que las evidencias estén relacionadas con la competencia a valorar; y por el otro, que las acciones de todos los estudiantes no son de la misma calidad, por lo tanto, se hace imprescindible determinar niveles de adquisición. Además, por su estatus de instrumento dinámico permite modificaciones y ajustes durante la práctica.

4.2.3. Definir conceptos y categorías

Los criterios a evaluar son:

- **Comprender el problema:** el estudiante lee y relee la tarea para formularla con sus propias palabras, determinar premisas o proposiciones y analiza casos particulares. Para lograr una mejor comprensión del problema el estudiante debe determinar y ser consciente de los conceptos que circulan en la tarea, recordar definiciones y aplicarlos para fundamentar la veracidad o falsedad de la proposición dada. Luego expresar de forma oral o escrita.
- **Elección del procedimiento:** después de leer y comprender el problema el estudiante debe determinar un procedimiento a utilizar, ejecutarlo, revisar regularidades o patrones y formular una respuesta con lo observado.
- **Ejecuta correctamente un plan para dar solución al problema:** después de comprobar los pasos uno y dos, el estudiante debe verificar si no encuentra dificultades para justificar su respuesta. En caso de algún hallazgo debe volver al principio, reordenar las ideas y probar de nuevo.

Criterio	Acciones		
	Nivel 1	Nivel 2	Nivel 3

		Identifica los conceptos propios de la transformación isométrica.	Identifica algunos los conceptos propios de la transformación isométrica.	Se le dificulta identificar conceptos propios de la transformación isométrica.
Comprensión el problema		Analiza los fenómenos cuando se arrastra las figuras en la configuración dada.	Reconoce los fenómenos cuando se arrastra las figuras en la configuración dada.	Observa los fenómenos cuando se arrastran las figuras en la configuración dada, pero no da cuenta de ellos.
		Plantea el problema en términos geométricos.	Usa términos geométricos en la resolución del problema.	No usa términos geométricos en la resolución del problema.
		Emplea la herramienta tecnológica con criterio, para interpretar las configuraciones dadas.	Usa la herramienta para resolver el problema dado.	Desconoce el uso de la herramienta como recurso para la resolución del problema.
Elección del procedimiento		Elige los puntos adecuados para resolver el problema.	Distingue algunos puntos a tener en cuenta para la resolución del problema.	Se le dificulta reconocer los puntos que debe arrastrar para resolver el problema.
		Arrastra las figuras para encontrar una solución al planteamiento.	Selecciona las figuras pero no las organiza.	No identifica las figuras que son imagen para encontrar una

				solución al planteamiento
		Obtiene una solución a la tarea.	Encuentra parcialmente una solución a la tarea.	No encuentra la solución a la tarea.
Ejecuta correctamente un plan para dar solución al problema		Justifica con fundamentos geométrico.	Encuentra la solución al problema pero no la justifica con fundamentos geométrico.	No uso lenguaje geométrico para dar la respuesta.
		Enuncia sus ideas y hallazgos a manera de conclusión.	Se le dificulta concluir.	No concluye.

Tabla 9: criterio a evaluar

4.2.4. Describir las experiencias de los participantes según su óptica, lenguaje y expresiones.

La primera sesión inició a las 9:15 a., duró aproximadamente 2 horas y solo se le dio respuesta a las tres primeras tareas. Se le entrega a cada estudiante la hoja de trabajo y una tableta con una adaptación del recurso⁷ del autor David Acosta Portillo tomado del portal Geogebra. Antes de poner en marcha las situaciones, se hace un acercamiento al software, al ser la primera vez que los estudiantes se enfrentan a un ambiente de geometría dinámica, existe cierto temor con el manejo del recurso. Se les explica con detalle cada una de las herramientas que tiene a disposición y se hacen algunos ejercicios básicos de arrastre. Una vez están familiarizados se procede realizar la primera situación, llamada la flor.

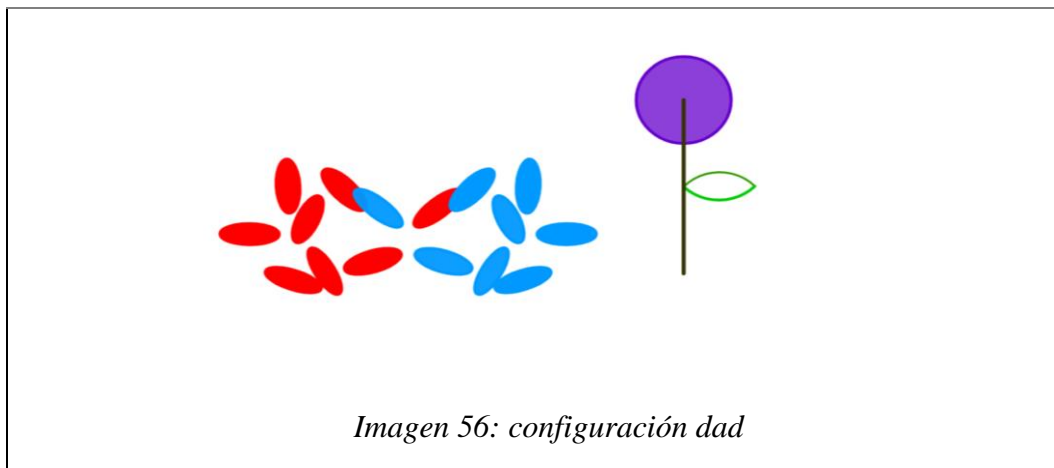
⁷ <https://www.geogebra.org/m/SdZjVCmf>

Dicha adaptación tiene como fin desglosar paso a paso cada uno de los enunciados para que los estudiantes lo comprendan más fácil.

A continuación se describen cada una de las sesiones en que ejecutó la secuencia.

En conjunto se lee el primer enunciado e inmediatamente los estudiantes comienza a revisar cuales de los pétalos son posible arrastrar. Pronto se percatan que son los rojos.

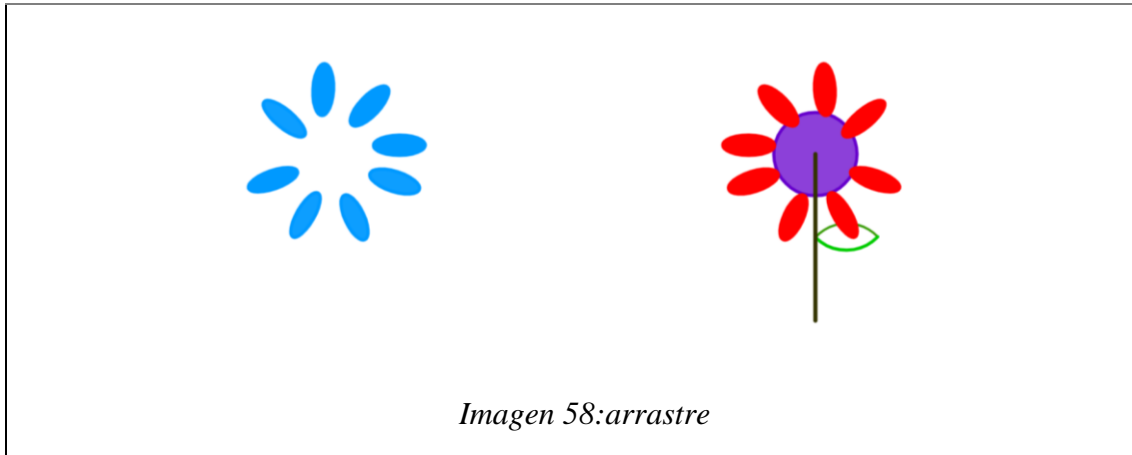
1. Dada la configuración, ubica los pétalos sobre la flor.



¿Lo lograste? Explica como lo hiciste

Arrastrando los pétalos rojos sobre la Flor

Imagen 57: estudiante 3 – tarea 1



Otros son conscientes que existe una relación entre los pétalos rojos y azules. Y se preguntan porque no es posible arrastrar los azules.

<p>Estudiante (E): profesora, ¿Por qué no podemos mover el azul hacia la flor?</p> <p>Profesora (P): eso es precisamente lo que vamos a descubrir. La relación que existe entre los pétalos, el ¿Por qué solo se pueden mover los pétalos rojos y no los azules?</p> <p>Cuando los estén arrastrándolos pétalos fíjense que sucede con los azules, ¿hacia dónde se mueve?</p> <p>E: se mueve hacia el otro lado.</p> <p>E: se mueve igual, pero invertido, hacia el lado opuesto.</p> <p>P: ¿Cómo podemos nombrar ese movimiento? O ¿a qué se parece?</p> <p>E: se parece cuando nos vemos en el espejo, que nos vemos al revés.</p> <p>E: se ve como el reflejo.</p>

Tabla 10: Interacciones 8

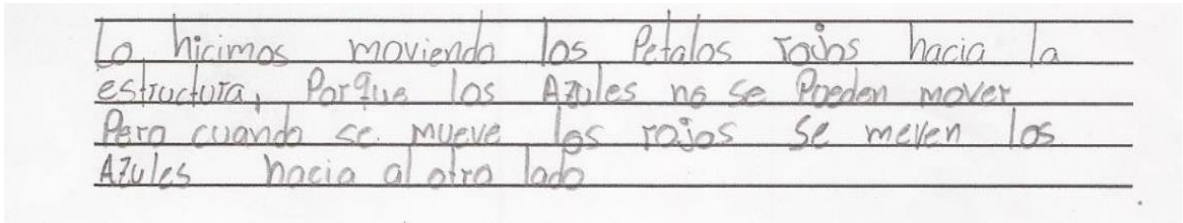


Imagen 59: estudiante 6 – tarea 1

Al día siguiente siendo las 11:30 a.m. se inició la segunda sesión, debido al tiempo destinado en la primera sesión para la ambientación, no fue posible culminar las tareas. Se retoma la situación recordando lo que se había hecho el día anterior para recordar el manejo del software y la dinámica del trabajo.

Para todos fue evidente que se trataba de una reflexión.

2. ¿Qué pétalos fueron posibles ubicar? ¿Por qué?

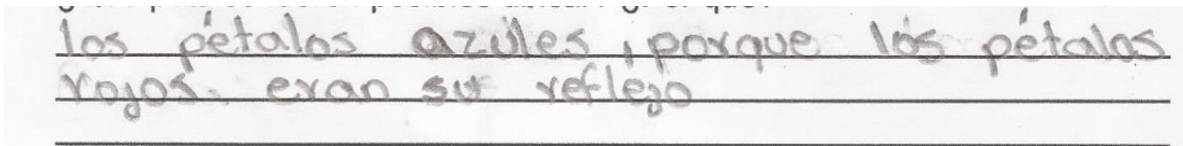


Imagen 60 estudiante 2 – tarea 2

En la tercera tarea a los estudiantes se les dificultó reconocer que implícitamente se les indagaba por el eje de simetría. Luego de varios intentos lograron dar respuesta coherente que se ajustaba al pedido.

P: ¿hacia dónde van a arrastrar el tallo de la flor?

E: hacia la derecha porque hacia allá se mueven los pétalos azules.

P: pero si lo mueven hacia la derecha, ¿quedan todos los pétalos en la flor?

E: no

P: entonces, pensemos dónde ponerlo, porque no pueden quedar unos pétalos por un lado y los azules por otro lado, necesitamos que todos queden en el tallo. Fíjense bien, cómo se mueven los pétalos.

E: lo ponemos aquí, en el centro.

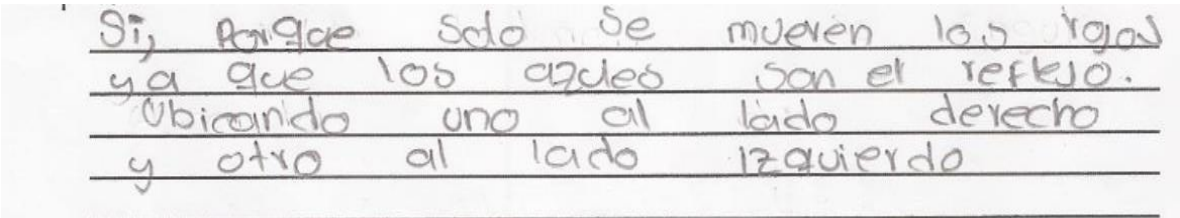
P: ¿en el centro de qué? ¿Cómo sabemos cuál es el centro?

E: porque movemos los pétalos y ellos se juntan en el centro.

Tabla 11: interacciones 9

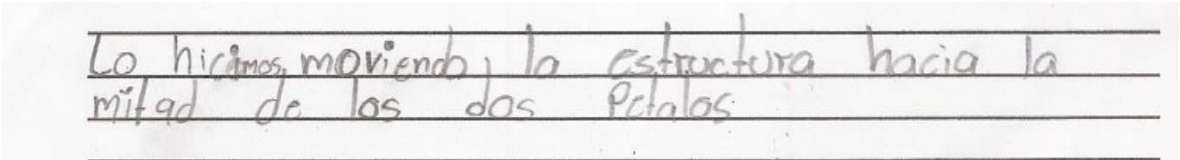
3. Mueve la flor a un lugar, de tal manera que puedas poner todos los pétalos (alternando los colores) sobre ella. ¿Lo lograste?

Explica cómo lo hiciste



Si, porque solo se mueven los azules ya que los azules son el reflejo. Ubicando uno al lado derecho y otro al lado izquierdo

Imagen 61: estudiante 1 – tarea 3



Lo hicimos moviendo la estructura hacia la mitad de los dos pétalos

Imagen 62 estudiante 4 – tarea 2

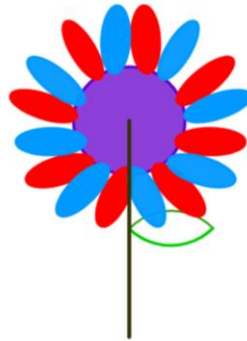
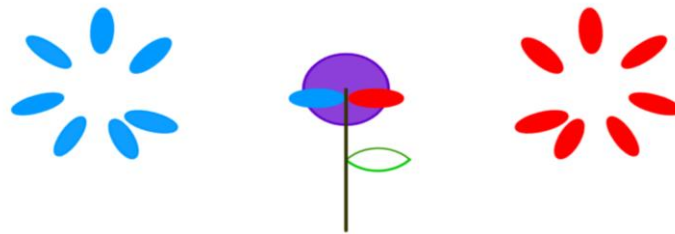


Imagen 63: producción de los estudiantes

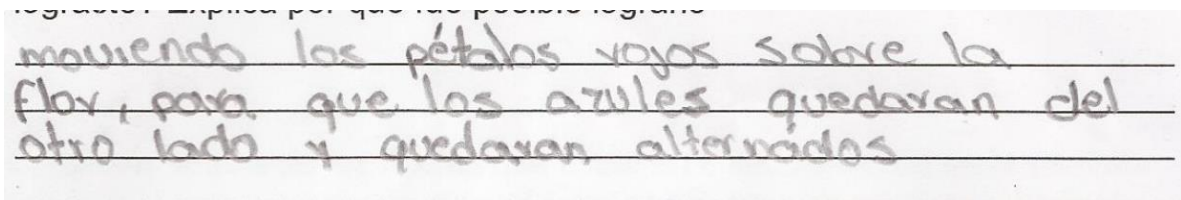
Hasta este punto se ejecutó la situación 1: la flor, de la segunda sesión de implementación. Manipular los objetos geométricos con los que el estudiante no ha estado familiarizado ha dificultado la dinámica. Un aspecto a reconocer es que una vez los estudiantes entendieron la dinámica del software, estuvieron atentos y motivados, para ellos fue novedoso trabajar geometría desde un ámbito diferente al de lápiz y papel.

Dada la autonomía que se tiene en cuanto al horario de escuela nueva, fue posible continuar al siguiente día con la práctica y de esta manera no perder el hilo conductor. A la tercera sesión se le dio inicio a las 11:00 a.m. con una duración de alrededor de 1 hora, se retomaron las tareas 1, 2, 3 para recuperar la atención y concentración.

Cuarta tarea se logró sin dificultades, pues ya había un conocimiento previo.

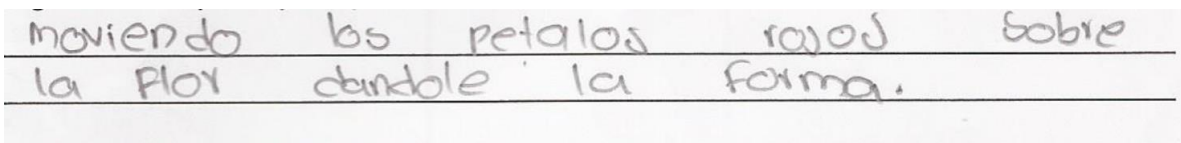
4. Ubica los pétalos de tal manera que queden a un lado los rojos y en el otro los pétalos azules.

¿Lo lograste? Explica por qué fue posible lograrlo



moviendo los pétalos rojos sobre la flor, para que los azules quedaran del otro lado y quedaran alternados

Imagen 64 estudiante 5 – tarea 4



moviendo los pétalos rojos sobre la flor cambiando la forma.

Imagen 65: estudiante 3.- tarea 4

P: ¿Quién nos cuenta cómo lo hicieron?

E: fue muy fácil, movimos uno para la derecha y otro para la izquierda.

P: ¿Qué movieron a la derecha o a la izquierda?

E: los pétalos rojos.

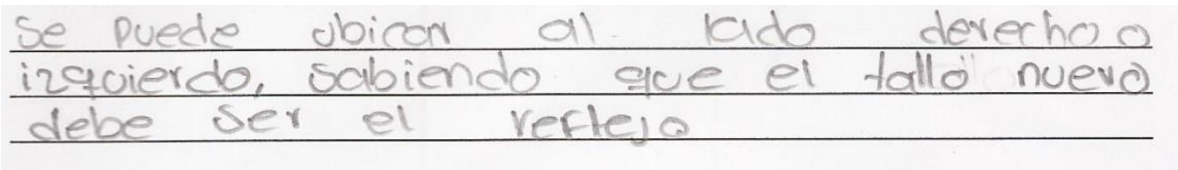
P: y ¿a la derecha o izquierda de qué?

E: moví un pétalo rojo a la izquierda del tallo y luego un pétalo rojo a la derecha, dándole forma.

Tabla 12: interacciones 10

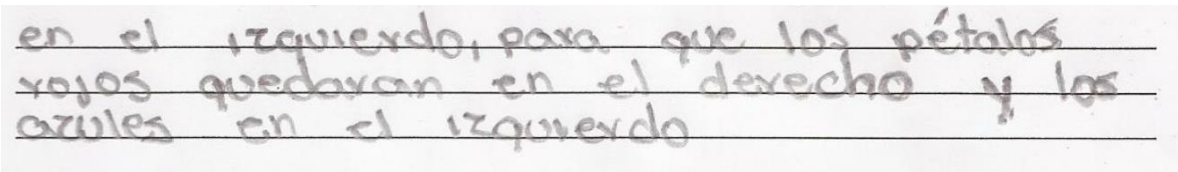
En la última tarea, hubo dificultades para identificar el lugar donde se debía ubicar el nuevo tallo y así obtener dos flores, al ser una configuración predeterminada no hay opción de agregar o eliminar atributos.

5. Si hubieran más flores ¿En qué lugar la pondrías? ¿Por qué?



Se puede ubicar al lado derecho o izquierdo, sabiendo que el tallo nuevo debe ser el reflejo

Imagen 66: estudiante 6 – tarea 5



en el izquierdo, para que los pétalos rojos quedaran en el derecho y los azules en el izquierdo

Imagen 67: estudiante 5 – tarea 5

E: profesora, ¿Cómo hacemos para dibujar el tallo?

P: en esta ocasión no es posible, pero si pueden describir el lugar dónde lo ubicaría. Teniendo en cuenta los elementos de los que hemos trabajado.

E: quedaría al otro lado, pero reflejado.

Tabla 13: interacciones 11

La situación 2, titulada la mariposa, fue una adaptación del recurso de Rudy Stefany Díaz, tomado del portal de Geogebra⁸, busca que los estudiantes ordenen las piezas del rompecabezas e implícitamente identifiquen que el eje de simetría es el responsable que cada una de las partes que componen la mariposa sean equidistante a las dadas.

Situación 2: la mariposa

1. Cada una de una de las figuras que están en el lado derecho de la pantalla hacen parte de la mariposa. Ella no sabe cómo verse en el espejo. ¡Ayúdala!

Describe cuál fue el procedimiento que seguiste para lograrlo.

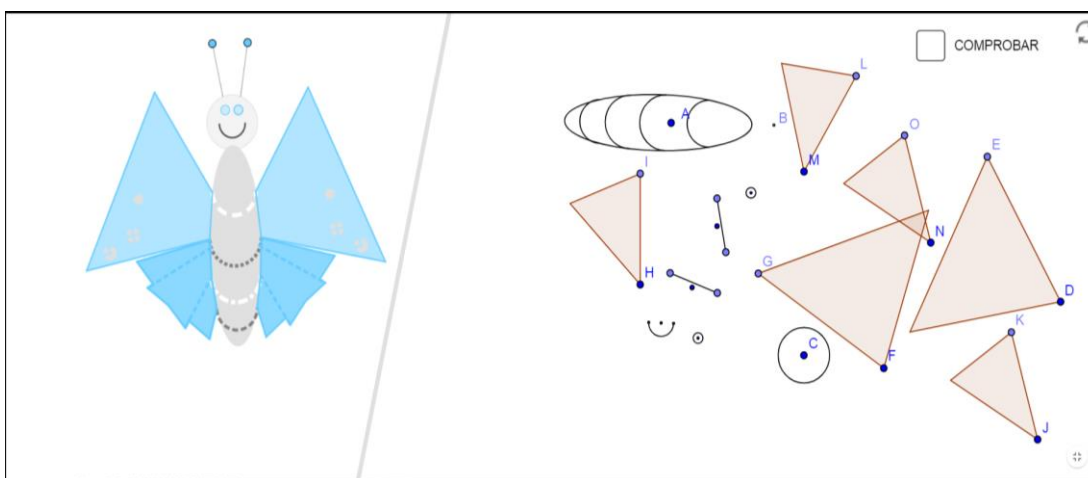


Imagen 68: configuración inicial

P: en este punto van a describir con mucho detalle cuál fue el procedimiento que pusieron en marcha para lograr armar y a su vez reflejar la mariposa. Escriben el paso a paso. ¿Qué fue lo primero que hicieron? ¿Qué elementos tuvieron en cuenta para arrastrar las partes de la mariposa? Para que les quedará una imagen igual a la que tenemos ahí.

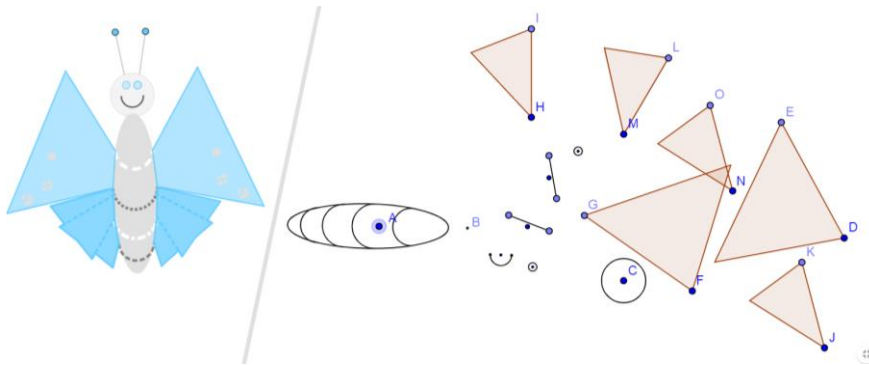
⁸ <https://www.geogebra.org/m/rf3psjcz>

E: profe, lo primero que hicimos fue ubicar el tronco de la mariposa.

P: ¿dónde la ubicaron?

E: ahí al lado del eje de simetría

P: ¿cuál lado, lo podemos poner así?



E: no, debe quedar derecho....

E: hay que ponerlo parado, parecido a este (cuerpo de la mariposa).

P: ¿Dónde debemos ponerlo?

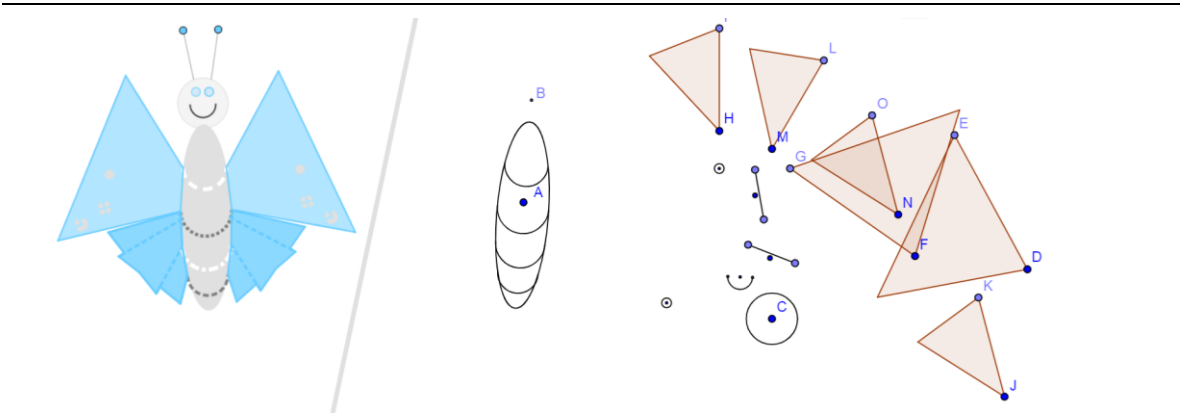
E: al lado derecho

P: ¿al lado derecho de qué? Cuando se les pide describir algo deben ser muy específicos porque podemos ubicar el cuerpo de la mariposa en muchos lugares donde queda a la derecha (se hacen varios ejemplo).

E: lo ponemos al lado derecho del tronco esta mariposa (figura de la mariposa dada). Pero reflejado...

P: ¿Cómo sabemos el lugar dónde debe quedar?

E: es por aquí.



Solo que un poquito torcido porque la línea está torcida...

P: entonces, escriben cómo lo van a hacer. ¿Qué hacen primero? ¿Luego que sigue?

Tabla 14: interacciones 12

Paso 7. Se ubica el tronco, luego la cabeza, ojos, alas, antenas, boca. Para simular el reflejo de la mariposa.

Imagen 69 estudiante 2 – tarea 1

Corri el cuerpo en forma vertical y despues arrastre las alas al cuerpo y por ultimo la cabeza y las antenas. y asi fue como hice la mariposa. La mariposa queda como era por que de la manera que la hice me funciona y me queda Toda una mariposa.

Imagen 70 estudiante 3. Tarea 1

Primero pusimos el tronco de la mariposa luego su cabeza, ojos, boca, las antenitas, y luego las alas.

Imagen 71: estudiante 1 – tarea 1

2. ¿Qué estrategia usaste para lograrlo?

En este punto son evidentes las falencias de los estudiantes para describir de manera escrita procesos, desde la oralidad logran deducir ciertos criterios y elementos, pero al momento de plasmar sus ideas en el papel se quedan sin argumentos. No usan los conceptos geométricos, ni las diferentes formas de presentar un argumento, se les debe presentar explícitamente el objetivo a lograr.

Las siguientes son algunas de las producciones de los estudiantes:

Se tenía que poner el tronco simulando el reflejo de la mariposa, después las alas se rotaron para ubicarlas en su lugar, luego la cabeza se ubica en la parte del tronco. Para ubicar el reflejo de la mariposa, tuvimos en cuenta la distancia entre la figura original y el eje de simetría.

Imagen 72: estudiante 5 – tarea 2

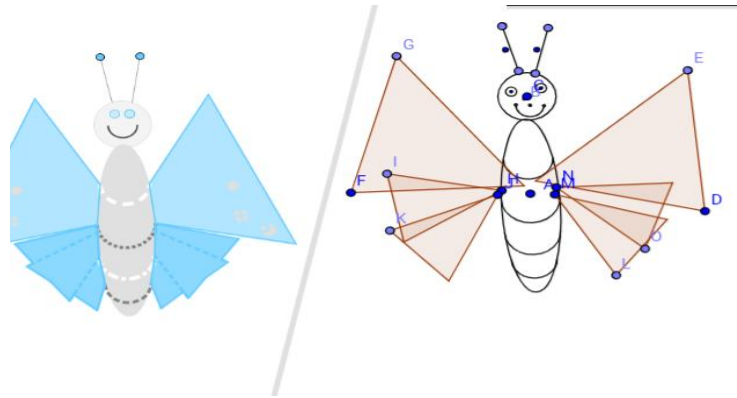


Imagen 73: producción de estudiante

se tenía que poner el tronco simulando el reflejo de la mariposa y las alas sobre el tronco y arrastrar la cabeza hacia el tronco de la mariposa para así poder armarla

Imagen 74: estudiante 1 – tarea 2

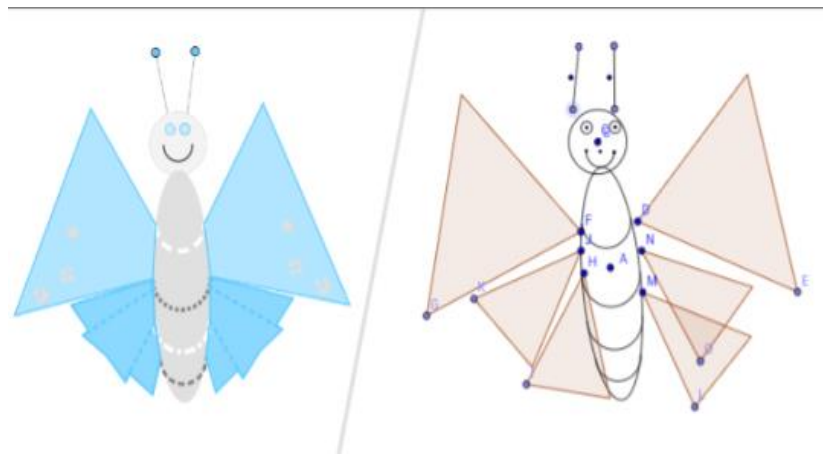


Imagen 75: producción de estudiante

Lo primero colocamos el tronco en forma vertical teniendo en cuenta el Eje de simetría, la cabeza, ojos y de último las alas

Imagen 76: estudiante 5 – tarea 2

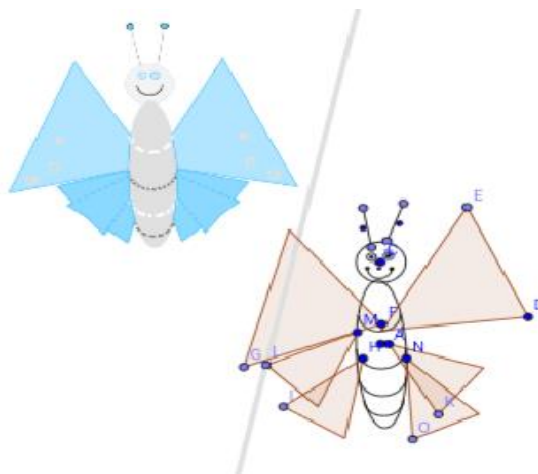


Imagen 77: producción de estudiante

4.2.5. Redescubrir categorías, conceptos y/o patrones.

Este ítem del plan de análisis no se modificó, las categorías que se plantearon fueron a un nivel bajo, considerando el contexto de los estudiantes, y el poco estudio de los objetos geometría en el aula de clase.

4.2.6. Vincular los resultados con el conocimiento disponible

Poner en acto una secuencia de tareas que impactara sobre la competencia argumentativa, permitió evidenciar grandes dificultades que se presentan en el aula de clase. Luego del análisis se podría considerar que: abordar una competencia y evaluarla no es exclusivo de

una valoración cuantitativa basada en la percepción del docente sobre los aprendizajes de los estudiantes o a través de unos cuantos instrumentos evaluativos o exámenes, esto se ha convertido en algo complejo, donde cada ente participante debe adaptarse y generar cambios para mejorar la calidad educativa.

A pesar de los esfuerzo por alcanzar los objetivos planteados de la propuesta, no fue suficiente para lograr llegar a la meta, pero se dieron los primeros pasos para concebir alternativas de cambio en el aula. En este aspecto el software que se incorporó se convirtió en una herramienta potente para movilizar conocimiento, los estudiantes percibieron y manipularon el concepto trabajado de manera diferente, desde lo dinámico y no desde lo estático (lápiz y papel) como se hace regularmente en el aula con los objetos geométricos. Esto permitió que los estudiantes tuvieran una visión más amplia y dieran cuenta de los cambios que se generaban cuando arrastraban una figura. Aunque en los niveles de producción escrita no se aprecian los alcances logrados.

Para evaluar la competencia argumentativa se consideraron dos variables: desde la oralidad y de manera escrita. En el aula se propiciaron ambas, aunque se le dio mayor énfasis al código escrito, en algunos casos los estudiantes no logran organizar y plasmar las ideas, fue posible con la intervención de la docente a través del dialogo, preguntas o indicaciones que descubren la solución y hacer la traducción desde lo verbal a lo escrito genera confusión. En el caso de los registros escritos se buscaba que los estudiantes empelaran conceptos propios del área de geometría para: describir de manera detallada sucesos o hallazgos que se presentaron en cada tarea; comprender los enunciados para establecer relaciones entre los diferentes conceptos, además de regularidades y patrones con el fin de dar solución a la tarea; expresar ideas y procesos geométricos de manera comprensible con la intención de convencer o persuadir a sus interlocutores.

5. Capítulo V

Este capítulo corresponde a las conclusiones generales del trabajo, los hallazgos y algunas recomendaciones.

5.1. Conclusiones recomendaciones

Finalizada la implementación de la secuencia y haciendo una retrospectiva del proceso surge la idea de seguir mejorando y transformando las prácticas de aula que lleven a enriquecer los procesos cognitivos de los estudiantes y a su vez que aporten al modelo educativo que se ofrece en la institución sin ir en contrariedad a los lineamientos curriculares que lo rigen. Desde este punto de vista, el objetivo es poner de manifiesto la importancia de expresar acciones que conlleven a mejorar los procesos matemáticos que intervienen en las prácticas de aula para promover el aprendizaje, teniendo en cuenta que el análisis de los conocimientos que se ponen en juego en los procesos de enseñanza - aprendizaje originan diseños idóneos que contribuyen a potencializar el desempeño de los estudiantes.

Con cada situación, la transformación de simetría se constituyó un elemento central para la búsqueda de nuevas expresiones de una misma propiedad, permitió traducir algunas regularidades a otro sistema y seleccionar relaciones entre distintos elementos del concepto, cada tarea proporcionó un campo favorable para la adquisición de destrezas y desarrollo de capacidades, con las cuales fue posible relacionar distintos conceptos que se pusieron en juego, interpretar propiedades y desarrollar argumentos de prueba y validez.

Dado que el estudio de las matemáticas tiene lugar usualmente bajo la dirección del profesor y de interacciones con otros aprendices, el análisis desde esta dimensión avanza desde una situación problema y de las prácticas matemáticas que se usaron para su resolución, abarcando las configuraciones del objeto. De esta manera, las tareas de la secuencia permitieron al estudiante involucrarse fácilmente en la ejecución de cada situación y plantear así una estrategia que lo condujera a alcanzar a los objetivos propuesto, esto generó una mayor participación, dinamismo durante las sesiones e interacción entre todos los entes

participantes. Los debates que se presentaron entre los grupos de trabajo donde tiene lugar la construcción y difusión del conocimiento matemático permitieron ampliar las posibilidades de respuesta aclarando las dudas, algunas ocasiones sin la necesidad de la intervención de la profesora, porque se buscaba que los estudiantes pusieran de manifiesto sus habilidades y saberes en circunstancias en las que no cuente con un guía.

Cada una de las tareas se estructuró pensando en la necesidad de los participantes y guiado por los objetivos que se establecieron, por lo tanto, se podría considerar que las tareas no se diseñaron con un nivel muy alto de complejidad. Teniendo en cuenta que los estudiantes no habían tenido un acercamiento previo a un AGD, para lograrlo se pensó en una configuración que solo requiriera arrastrar un punto o un objeto básico de la configuración construida para comprobar las premisas.

Es importante tener presente que la idea de proponer una secuencia de tareas que dé respuestas a las falencias que se presentan en la institución en el área de matemáticas y especialmente en geometría, fue el pilar que dio origen al presente trabajo. Una propuesta que generara nuevas formas de concebir los objetos geométricos, que le permita al estudiante construir el concepto y apropiarse de él y de esta manera mejorar sus niveles de desempeño. Por lo tanto, las situaciones planteadas se pensaron desde una necesidad existente, lo que permitió modificarlas y adaptarlas para que fueran pertinentes tanto para el grado como para el concepto que se abordó. Lo anterior no implica que se haya logrado a cabalidad impactar sobre una competencia, el proceso no se da de la noche a la mañana, debe ser continuo y permanente para tener bases sólidas.

Un aspecto a tener en cuenta para futuras implementaciones que conlleven a potenciar la secuencia, es la retroalimentación de las situaciones, rescatar los aspectos que tuvieron mayor relevancia y revisar las fallas que se generaron, modificarlas y obtener una versión que se mejore los resultados esperados.

A pesar de los intentos de plantear propuestas innovadoras, los elementos que circulan alrededor del contexto de los estudiantes hacen que esta labor vaya a paso lento: la cultura juega un papel importante dentro de este aspecto y salirse de los parámetros tradicionales entra en conflicto con las prácticas de aula, los padres de familia aún no toman conciencia de

la época en se vive es tecnológica y que los modelos tradicionales de enseñanza - aprendizaje no proporcionan muchos elementos para un aprendizaje significativo. Otro de los aspectos que estanca los procesos es la falta inversión en el ámbito educativo, equipos tecnológicos desactualizados, en desuso o en mal estado no permite vivenciar otras maneras de aprender.

5.2. Consideraciones finales

Después de seleccionar y analizar los documentos que dan paso a los referentes teóricos, los que permitieron caracterizar y dar respuestas al objetivo planteado, se determinaron los aspectos teóricos y metodológicos en los que se fundamentó el diseño de la secuencia de tareas que integró el software GeoGebra, para la enseñanza de la transformación de simetría axial en estudiantes de grado sexto y séptimo de postprimaria del sector rural. Este último aspecto, el contexto donde se ejecuta el trabajo ha sido un componente importante, dado la poca documentación de trabajo de campo en este sector, se hace enriquecedor aportar a esta línea de investigación.

Posteriormente, se dio inicio al proceso de búsqueda de los recursos pedagógicos disponibles en el portal Intergeo para la prueba piloto, su practicidad y organización facilitó la búsqueda. Específicamente para las transformaciones isométricas se encuentran recursos pedagógicos diseñados con GeoGebra donde no se hace necesario que los estudiantes conozcan a fondo el software ni que ejecuten comandos complicados. Para el desarrollo de las tareas, sólo es indispensable la herramienta arrastre, lo cual se convierte en un medio de reconocimiento y verificación de las propiedades geométricas. De esta manera, el estudiante tiene la libertad de explorar, observar, conjeturar y verificar propiedades y resultados, lo que asegura la coordinación e integración entre las herramientas y las situaciones propuestas. Una vez se encuentra el recurso pedagógico en el portal, se realiza su respectiva traducción y adaptación.

Una vez se tiene diseñada la prueba piloto, se escogen al azar estudiantes diferentes a la muestra, con el fin de observar y verificar la complejidad de las tareas.

Para la propuesta se elige dos recursos del portal de GeoGebra, que son igualmente adaptadas y modificadas para la comprensión de los estudiantes. Con ambos recursos se logra un acercamiento a los objetivos planteados, aunque no se alcanzan a cabalidad, dio pie a proyectar nuevos retos para seguir enriqueciendo la labor docente y darle un giro las prácticas de aula, más aún cuando los estudiantes están a la espera de nuevas experiencias novedosas y aprendizajes.

Bibliografía

- Barahona, F., Barrera, O., & Vaca, B. (2015). *Geogebra para la enseñanza de la matemática y su incidencia en el rendimiento académico estudiantil*. Riobamba - Ecuador: XVIII Congreso Internacional EDUTEC "Educación y Tecnología desde una visión.
- Brousseau, G. (1998). *Téorie des Situations Didactiques*. Grenoble: La Pensée: . Sauvage Éditions.
- Confrey, J. (2006). The evolution of design studies as methodology, en sawyer, r.k. (ed.). *The cambridge handbook of the learning sciences*. Nueva York: Cambridge University press.
- García, M. d. (2001). *Evolución de actitudes y competencias matemáticas en estudiantes de secundaria al introducir GeoGebra en el aula*. Almería: Universidad de Almería.
- Godoy, C. (2011). *Papel y Lápiz y Programas de Geometría Dinámica en el Aprendizaje de Conceptos Geométricos y su Aplicación a Resolución de Problemas*. Barcelona: Universidad Autómata de Barcelona.
- Hernández, R. (2014). *Metodología de la investigación*. México: McGraw Hill.
- Hohenwarter, J. H. (2009). Introducción del software de matemáticas dinámicas a maestros de escuela secundaria: el caso de GeoGebra. *Revista de Computación en Enseñanza de Matemáticas y Ciencias*, 28 , 135-146.
- Hohenwarter, M., & Hohenwarter, J. (2009). *Documento de Ayuda de Geogebra. Manual Oficial de la Versión 3.2*.
- Icfes. (2010). *Resultados de Colombia en TIMMS 2007*. Bogotá.
- M.E.N. (1998). *Lineamientos básicos de competencias - Matemáticas*. Bogotá: Magisterio.
- M.E.N. (2005). *Programa Saber Evaluación Cesal*. Bogotá: Grupo de Procesos Editoriales

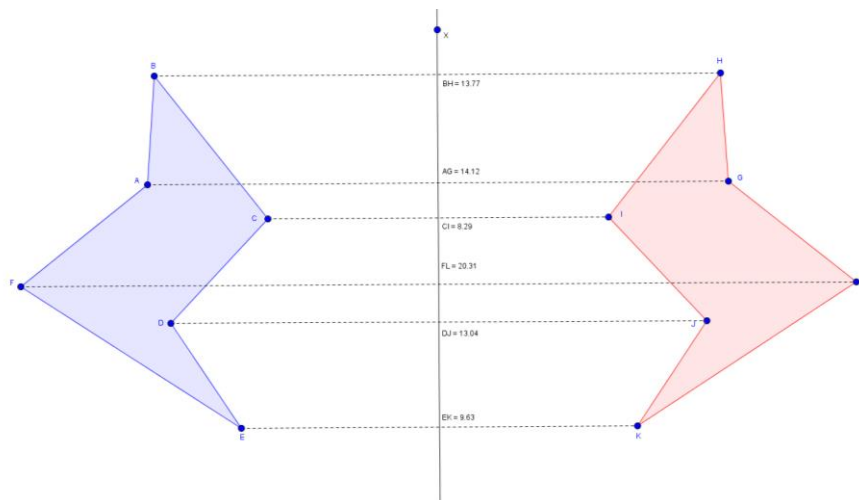
- M.E.N. (2013). *Sugerencias Pedagógicas para el Mejoramiento de los Aprendizajes Área de Matemáticas*. Bogotá.
- Margolinas, C. (2013). *Task design in mathematics education. Proceedings of ICMI Study 22*. Oxford.
- Marquès, P. (2011). *Las TIC y sus Aportaciones a la Sociedad*.
- M.E.N. (2006). *Estándares básicos de competencias en matemáticas*. Bogotá: Magisterio.
- Murillo, J. (Diciembre de 2005). *Implementación del software de geometría dinámica en la enseñanza de la asignatura de matemáticas y su didáctica*. Obtenido de <http://www.seiem.es/publicaciones/archivospublicaciones/comunicacionesgrupos/cd/grupo>
- Podesta, P. (2011). *Geometría*. . Buenos Aires - Argentina.
- Rae. (15 de JULIO de 2018). *Diccionario de la lengua española*. Obtenido de <https://dle.rae.es/?id=XutFnYl>
- Real, M. (2009). La Potencia de las TIC Para el Cálculo Simbólico. *Revista SUMA*, 55 - 61.
- Silveria, E. (15 de julio de 2009). *Blog de Emilio Silveria*. Obtenido de <https://www.emiliosilveravazquez.com/blog/2012/11/28/%C2%A1simetria-en-la-naturaleza/>
- Zubiría, J. d. (3 de enero de 2018). *Revista Semana*. Obtenido de <https://www.semana.com/educacion/articulo/el-cambio-que-necesita-la-educacion-en-colombia/558650>

Anexos

Anexo 1: actividad diagnóstica

Situación 1: Exploración de saberes

1. Observa en la pantalla del computador la figura ABCDEF, toma los puntos A, B, C, D, E y F de la figura azul y arrástralos hacia la derecha luego hacia la izquierda. Describe el tipo de cambios que puedes observar en la figura roja con respecto a la figura azul.



2. En relación con el punto 1, identifica qué sucede en cada uno de los siguientes enunciados cuando el eje de simetría se encuentra en posición vertical.
 - Cuando la figura azul se mueve hacia la izquierda, la cara roja se mueve hacia _____
 - Cuando la figura azul se mueve hacia la derecha, la figura roja se mueve hacia _____
 - Cuando la figura azul se mueve hacia arriba, la figura roja se mueve hacia _____
 - Cuando la figura azul se mueve hacia abajo, la figura roja se mueve hacia _____

Describe lo que ocurre y establece una conclusión.

3. Si el eje de simetría está en posición horizontal ¿Crees que lo anterior que describes se seguirá cumpliendo? Si _____ No _____ ¿Por qué?

4. Toma el punto A de la figura azul y arrástralo hacia la izquierda, luego hacia la derecha. Determina qué punto de la figura roja también se mueve.

5. Teniendo en cuenta el enunciado anterior. Determina qué puntos de la figura roja se mueven si se arrastra los puntos B, C, D, E y F respectivamente.

B → _____

C → _____

D → _____

E → _____

F → _____

6. De acuerdo a los cambios que se generan entre las figuras azul y roja, describe una relación

Anexo 2: Situación 2: Eje de simetría

1. Toma las medidas de los segmentos BM y MH. ¿Qué característica se puede observar en estas distancias?

2. Considera las distancias de los segmentos AN y NG, FP y PL respectivamente. ¿Qué puedes decir respecto a ellas?

3. Aleja y acerca del eje el punto E de la figura azul. Describe lo que sucede con distancias ER y RK respectivamente.

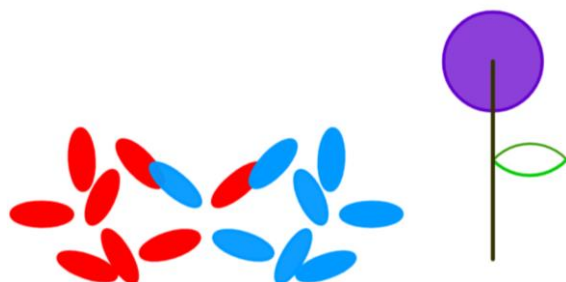
4. ¿La distancia del segmento EK determina alguna relación métrica con respecto a la distancia de los segmentos ER y RK?

5. Si toma el punto A, B, C, D O E lo alejas y acercas al eje. ¿Las distancias correspondientes cambian?

6. Mueve hacia la derecha el eje de simetría mediante el arrastre, observa lo que sucede con la figura azul y la figura roja ¿Es siempre un eje de simetría de las dos figuras? Justifica tu respuesta.

Anexo 3: Situación 1: La flor⁹

1. Dada la configuración, ubica los pétalos sobre la flor.



¿Lo lograste? Explica como lo hiciste

2. ¿Qué pétalos fueron posibles ubicar? ¿Por qué?

3. Mueve la flor a un lugar, de tal manera que puedas poner todos los pétalos (alternando los colores) sobre ella. ¿Lo lograste?
Explica como lo hiciste

4. Ubica los pétalos de tal manera que queden a un lado los verde y en el otro los pétalos amarillos.
¿Lo lograste? Explica por qué fue posible lograrlo

⁹ Tomada de <https://www.geogebra.org/m/SdZjVCmf>

5. Si hubieran más flores ¿En qué lugar la pondrías? ¿Por qué?
