



**INCLUSIÓN DE LA CONDUCTA DE LOS AGENTES PARA LA SELECCIÓN Y
DIVERSIFICACIÓN DE PORTAFOLIOS**

AUTORES:

SEBASTIÁN MARTÍNEZ CEBALLOS

MARÍA PAULA SANCLEMENTE GAVIRIA

DIRECTORA DEL PROYECTO:

YENY ESPERANZA RODRÍGUEZ RAMOS, PHD

UNIVERSIDAD ICESI
FACULTAD DE CIENCIAS ADMINISTRATIVAS Y ECONÓMICAS
PROGRAMA DE ECONOMÍA Y NEGOCIOS INTERNACIONALES
PROGRAMA DE CONTADURÍA Y FINANZAS INTERNACIONALES
SANTIAGO DE CALI
NOVIEMBRE DE 2017

Tabla de contenido

RESUMEN	3
1. MARCO TEÓRICO	6
<i>Selección de Portafolio</i>	6
<i>Componente Conductual</i>	8
<i>Medidas de ortogonalización de activos correlacionados</i>	9
<i>Medidas de diversificación</i>	11
<i>Determinando el coeficiente de Tolerancia al riesgo</i>	12
2. METODOLOGÍA	14
<i>Fuente de información</i>	15
<i>Técnicas de portafolio utilizadas</i>	15
3. RESULTADOS	20
<i>Media-Varianza</i>	20
<i>Portafolio Conductual</i>	21
<i>Medidas de Diversificación</i>	23
4. CONCLUSIONES	26
5. BIBLIOGRAFÍA	28
ANEXOS	29

RESUMEN

La teoría de portafolio de los últimos 50 años se ha concentrado en buscar nuevas formas de medir el riesgo asociado a la inversión en un grupo de activos. Cuando Harry Markowitz, en 1952, propuso la medición del riesgo y del retorno a partir de un análisis geométrico, se sentaban las bases de lo que hoy se constituye en uno de los campos más estudiados dentro de las finanzas.

La presente investigación nace a raíz de un problema en el que se plantea la inexistencia de una medida de diversificación que tenga presente la conducta de los inversionistas y su grado de aversión al riesgo, como indicador de la cantidad máxima de pérdidas que está dispuesto a soportar. Por ello, se propone la búsqueda de una medida de riesgo y diversificación que tenga presente las imperfecciones del mercado, la alta correlación entre los activos y el comportamiento o tolerancia al riesgo de los inversionistas; para así, capturar mejor los efectos de la racionalidad de los agentes y los factores que los afectan en el estudio del riesgo. Para resolver este problema, se utilizaron no solo los análisis tradicionales del riesgo y retorno propuestos por Markowitz sino las medidas de riesgo propuestas por Attilio Meucci (2009 y 2015) involucrando un factor comportamental (coeficiente de tolerancia al riesgo) que propusieron Nawrocki y Viole (2014), y se contrastaron los efectos de estas medidas sobre la percepción del riesgo.

Así, de este trabajo se obtiene como resultado el hallazgo de fronteras eficientes que evidencian como cambia la percepción del riesgo de un portafolio con igual retorno de acuerdo a la aversión al riesgo del agente. Asimismo, estas fronteras muestran cuál sería la asignación eficiente de cada uno de los activos de acuerdo a la contribución marginal al riesgo del activo y la diversificación esperada involucrando las técnicas de mínima torsión y componentes principales estudiadas por Attilio Meucci (2009 y 2015).

Por lo anterior, la importancia de este estudio radica en el hallazgo de una forma de involucrar conductas (que no son necesariamente racionales) en las decisiones de inversionistas con distintos grados de tolerancia al riesgo. Además muestra cómo en ocasiones las decisiones guiadas por la aversión al riesgo dan como resultado portafolios que no llevan al inversionista a distribuir sus activos de forma eficiente y permiten reconocer factores críticos en la asignación de los pesos correspondientes a cada activo. Además este estudio comprueba como la medida de entropía propuesta por Shanon en 1948.

Palabras claves:

Tolerancia al riesgo, Mínima Torsión, Componentes Principales, Regla E-V, Frontera Eficiente, Entropía.

ABSTRACT

The portfolio theory of the last 50 years has focused on finding new ways to measure the risk associated with investing in a group of assets. When Harry Markowitz, in 1952, proposed the measurement of risk and return from a geometric analysis, they laid the foundations of what today is one of the most studied fields in finance.

The present investigation was born as a result of a problem in which the inexistence of a diversification measure that takes into account the behavior of the investors and their degree of risk aversion, as an indicator of the maximum amount of losses that is willing to support . Therefore, we propose the search for a measure of risk and diversification that takes into account the imperfections of the market, the high correlation between the assets and the behavior or risk tolerance of the investors; in order to better capture the effects of agents' rationality and the factors that affect them in the study of risk. To solve this problem, not only the traditional risk and return analyzes proposed by Markowitz were used, but also the risk measures proposed by Attilio Meucci (2009 and 2015) involving a behavioral factor (risk

tolerance coefficient) proposed by Nawrocki and Viole (2014), and the effects of these measures on the perception of risk were contrasted.

Thus, this work results in the finding of efficient frontiers that show how the risk perception of a portfolio with the same return changes according to the agent's risk aversion. Also, these borders show what would be the efficient allocation of each of the assets according to the marginal contribution to the risk of the asset and the expected diversification involving the minimum torsional techniques and main components studied by Attilio Meucci (2009 and 2015).

Therefore, the importance of this study lies in the finding of a way to involve behaviors (which are not necessarily rational) in the decisions of investors with different degrees of risk tolerance. It also shows how sometimes decisions guided by risk aversion result in portfolios that do not lead the investor to distribute their assets efficiently and allow to recognize critical factors in the allocation of the weights corresponding to each asset. In addition this study proves like the measure of entropy proposed by Shannon in 1948.

Key words:

Risk tolerance, Minimum Torsion, Main Components, Rule E-V, Efficient Frontier, Entropy

1. MARCO TEÓRICO

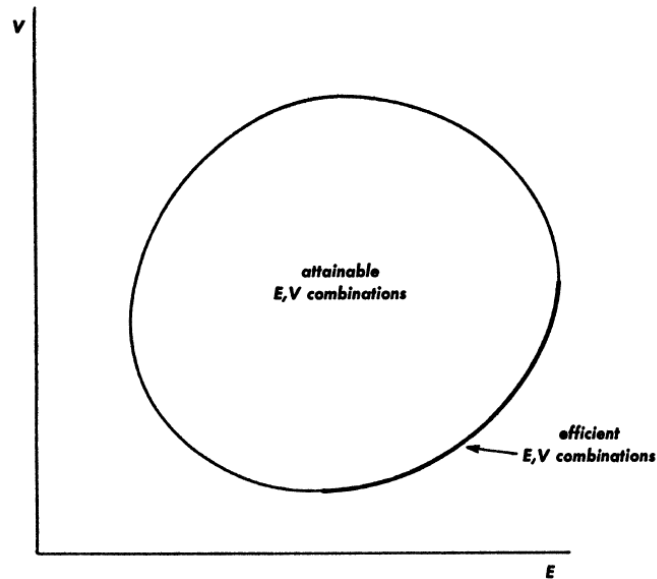
Esta sección contiene cinco partes. En la primera se hace una revisión de la literatura más relevante en materia de selección de portafolios, en la segunda se describe una medida de riesgo que involucra de forma explícita el coeficiente de tolerancia al riesgo de un individuo. Posteriormente, la tercera describe procedimientos estadísticos y económicos que descorrelacionan activos de mercados imperfectos. La cuarta sección presenta una medida de diversificación y, finalmente, en la quinta parte se muestra una forma de calcular el coeficiente de tolerancia al riesgo de acuerdo a un componente económico.

Selección de Portafolio

Harry Markowitz, el creador de la teoría de portafolio, ponía en duda la veracidad de la hipótesis que afirmaba que el principal propósito de los inversionistas es la implacable búsqueda de maximización del retorno esperado sin importar la variación o riesgo que esta decisión pueda implicar. Es decir, si se basan los análisis en dicha regla, sería imposible pensar que un portafolio diversificado pudiera ser preferible a otros no diversificados.

Por otro lado, Markowitz (1952) propone que el inversionista además de maximizar el retorno esperado, debería diversificar para ajustarse al uso de la regla E-V, la cual implica encontrar el mínimo riesgo para un retorno dado o un retorno máximo para una varianza dada. Esta regla del inversionista soporta la construcción de una Frontera Eficiente (Figura 1), que exhibe las posibles combinaciones de activos o portafolios que cumplan con los criterios mencionados antes. Esta frontera incluirá el portafolio que se preocupe únicamente por la maximización del retorno sin diversificar, pues el portafolio de máximo retorno esperado no necesariamente está diversificado.

Figura 1. Frontera Eficiente



Fuente: Markowitz (1952)

La frontera eficiente permite un rango en el cual el inversionista puede moverse de acuerdo a sus preferencias. Ofrece las mejores opciones de acuerdo a la regla E – V (conocida como Media-Varianza) y es la reproducción de posibilidades para el inversionista más amante al riesgo. Así, de acuerdo a lo planteado por Markowitz (1952), los determinantes de esta frontera serán:

$$\begin{aligned}
 E &= \sum_{i=1}^N X_i \mu_i & \sum_{i=1}^N X_i &= 1 \\
 V &= \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N X_i X_j \sigma_{ij} & X_i &\geq 0 \text{ for } i = 1, 2, \dots, n \\
 & & \sigma_{ij} &= \rho_{ij} \sigma_i \sigma_j
 \end{aligned}$$

Donde X_i serán los pesos asignados a cada activo i , μ_i es la rentabilidad ofrecida por la acción i y σ_i es la desviación del activo i y ρ_{ij} es el coeficiente de correlación entre los activos.

Esta frontera será la primera directriz que tiene como referencia un inversionista para llevar a cabo sus operaciones en el mercado de capitales. Sin embargo, no es por si sola una herramienta válida.

Algo que destacar dentro de la teoría del economista estadounidense es que ya para mediados del siglo pasado buscaba una variable que pudiese incluir el juicio de un hombre o su comportamiento en la toma de decisiones. Sus razones se centraban en que el uso de técnicas estadísticas, como único determinante en la elección de un portafolio, son insuficientes. El por qué es explicado por varios hechos. El más relevante de ellos es que los rendimientos futuros de los activos no sólo se ven afectados por los datos históricos (que es lo utilizado en la mayoría de los análisis). Estas rentabilidades esperadas involucran factores externos y, siempre, tienen en cuenta el comportamiento y las decisiones de los agentes.

Componente Conductual

A diferencia de Markowitz (1952), Nawrocki & Viole (2014) proponen una forma alternativa de considerar el riesgo del portafolio. Esta tiene presente el comportamiento del inversionista. Es decir, toma en consideración qué tan averso o amante al riesgo es el tomador de decisiones. Para involucrar la conducta de los agentes, los autores plantean una nueva medida de riesgo que no solo se basa en la desviación estándar de los retornos, sino que considera la asimetría, la curtosis y la tolerancia al riesgo como determinantes de la percepción de riesgo. Así, la medida de desviación estándar de cada acción se verá afectada por las variables anteriormente mencionadas. Justamente, para los autores la medida de volatilidad de cada activo se verá representada por la siguiente ecuación:

$$\sigma_B^2 \approx \sigma^2 \left(1 - \frac{2\sigma}{3T} skew + \frac{\sigma^2}{3T^2} kurtosis \right)$$

Donde,

T= Tolerancia al riesgo y σ es la desviación estándar del activo.

De ella se extrae que para distribuciones con asimetría y curtosis nulas, la medida conductual será la misma desviación mostrada por Markowitz (1952). Si el valor de la asimetría es positivo la nueva medida de desviación estándar se reducirá más para una persona aversa al riesgo o poco tolerante (bajo riesgo) que para una amante. Esto implica que quienes son aversos deben desear una asimetría positiva. Desde la curtosis, un exceso positivo añadirá más riesgo para el poco amante (bajo T) que al tolerante (alto T); mientras que un exceso negativo tendría el efecto contrario en esta medida de riesgo. Por ello, un inversionista averso al riesgo prefiere un activo con poca curtosis a un activo con distribución normal.

Figura 2. Sesgo Positivo

Aversion	Asimetría	Riesgo
averso (bajo T)	+	Reduce
Amante	+	Aumenta

Fuente: Elaboración propia.

Figura 3. Exceso de Curtosis

Aversion	Kurtosis	Riesgo
averso (bajo T)	Exceso	Mas riesgo
Amante	Exceso	Menos riesgo

Fuente: Elaboración propia.

Finalmente, Contreras, Rodríguez & Gómez (2017) concluyen que el riesgo conductual logra evidenciar grandes efectos en portafolios conformados por activos correlacionados perfectamente positivos. Lo que evidencia la necesidad de una técnica que no sólo reúna los activos en grupos no correlacionados sino que tenga en cuenta un componente conductual.

Medidas de ortogonalización de activos correlacionados

Para tener presentes las imperfecciones del mercado y la probable correlación de los activos y mercados, Meucci (2009) determina una propuesta alternativa para la presupuestación de

riesgo. Esta alternativa mide las contribuciones reales al riesgo de factores no correlacionados o Bets, que estarán conformados por grupos de activos altamente correlacionados. Para lograr un coeficiente de correlación cero entre factores, Meucci (2009) propone su desarrollo a través de la técnica estadística de Componentes Principales. Esta última se preocupa por reducir la dimensión de los datos, por medio de los autovalores y autovectores de la matriz de Varianza-Covarianza.

$$E' \Sigma E \equiv \Lambda$$

Dónde,

Λ representa la diagonal de autovalores (ordenada en orden decreciente) y E es la respectiva matriz de autovectores.

Pese a las múltiples ventajas de esta técnica, ella no es suficiente para ortogonalizar de forma eficiente los aspectos relacionados. Esto se debe a que, inicialmente, los Bets de PCA¹ tienden a ser estadísticamente inestables cuando los autovalores de la matriz de Varianza - Covarianza son muy pequeños. Adicionalmente, los factores resultado de la aplicación de componentes principales no son únicos porque pueden presentar dos combinaciones diferentes posibles a partir de un autovector (e_k) y su opuesto ($-e_k$); inclusive, estos Bets no son fáciles de interpretar debido a que pueden cambiar de una fecha a otra y, por último, generan resultados contra intuitivos (Meucci, Santangelo & Deguest, 2015).

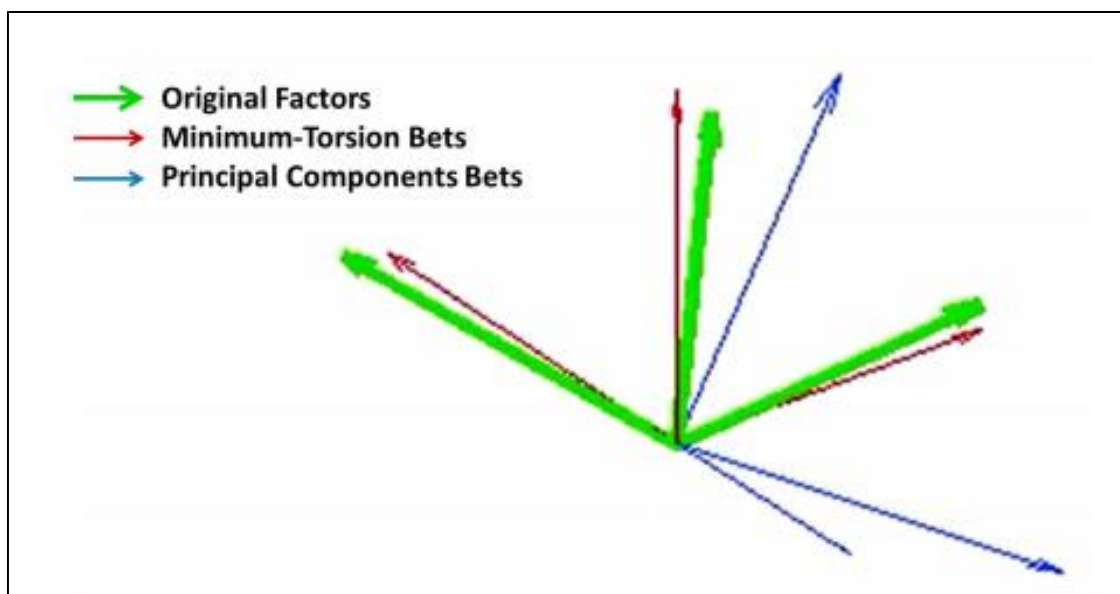
Por tanto, Meucci, Santangelo & Deguest (2015) implementan como recurso alternativo la técnica de “Mínima Torsión”. Las contribuciones al riesgo de los Bets de mínima torsión son una generalización de las contribuciones marginales al riesgo usadas en la presupuestación de

¹ Componentes principales

riesgo tradicional y paridad de riesgo. La ventaja más grande es que estas contribuciones buscan mejorar la diversificación y destacan las contribuciones de fuentes de riesgo verdaderamente independientes.

Es así como mediante Mínima Torsión, las acciones correlacionadas se agrupan por factores no correlacionados silenciando el ruido que generaba componentes principales.

Figura 4. PCA vs Mínima Torsión



Fuente: Meucci, Santangelo & Deguest (2015).

Medidas de diversificación

Shannon (1948), propone un teorema que juega un rol central dentro de la teoría de la información, ya que se puede usar como medida de elección e incertidumbre. El autor propone el uso de la forma estudiada a continuación. Esta se reconocerá como entropía y se define en ciertas formulaciones de mecánica estadística como la incertidumbre existente ante la presencia de muchas fuentes de información. Es decir, la entropía es:

$$H = - \sum_1^N P_i \ln P_i$$

Donde P_i es la probabilidad de que un sistema se encuentre en la celda i de su espacio de fase.

Determinando el coeficiente de Tolerancia al riesgo

Como en el diario vivir es difícil determinar un coeficiente de aversión al riesgo para un individuo en particular, se inicia la búsqueda de una forma de medir esta tolerancia al riesgo. En el proceso, se encuentra a Nawrocki y Viole (2014). Sin embargo, los autores no determinan el cálculo de un Coeficiente de Tolerancia al riesgo. Pero, Davies y de Servigny (2012) proponen una forma de encontrar este coeficiente. Su propuesta consiste en evaluar las preferencias de los agentes y para ello parten de la siguiente función de utilidad:

$$u(r) = 1 - e^{-2r/T}$$

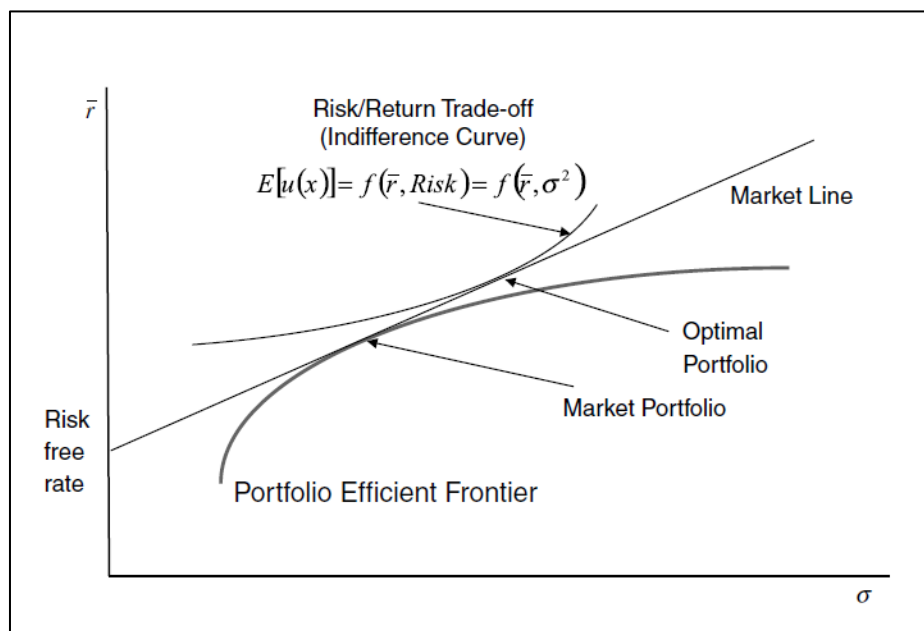
Esta función cumple la propiedad de aversión al riesgo relativa constante, los autores la consideran la más adecuada para retornos logarítmicos de acciones porque captura mejor sus sensibilidad. Al derivar esta función se logra describir de forma relativa la aversión al riesgo de los agentes, lo que permite deducir que cuando se invierte en el mercado de capitales este coeficiente es determinante en la conformación del portafolio y los retornos logarítmicos de las acciones resultan irrelevantes. Por ello, los autores desarrollan, a partir de la línea del mercado de capitales o de Sharpe, una forma de involucrar el coeficiente de aversión al riesgo.

$$-\frac{u''(r)}{u'(r)} = -\frac{-\frac{4}{T^2} e^{-2r/T}}{\frac{2}{T} e^{-2r/T}} = \frac{2}{T}$$

La figura 5 permite evidenciar que la Línea de Sharpe es tangente a la frontera eficiente, optimizando y determinando el portafolio del mercado y a su vez el portafolio óptimo que maximiza la utilidad del inversionista.

Estos autores hacen referencia al hecho que esta variable (T) es una noción abstracta que “siempre será la mezcla de arte y ciencia” y por ende alcanzar una clasificación exacta a través de un T es complejo, pese a ello si se puede determinar un T que identifique al inversionista promedio del mercado y que sirve como punto eje de partida. Esto lo logran bajo el supuesto de que el inversionista promedio es racional y desea alcanzar ese portafolio óptimo del mercado, que a su vez le otorgará la máxima utilidad posible.

Figura 5. Línea del Mercado de Capitales y Frontera Eficiente



Fuente: Davies & De Servigny, 2012

Lo que permitirá determinar ese T descriptivo del inversionista promedio será el ratio de Sharpe, el cual hace parte de la línea de capitales que es tangencial al portafolio óptimo del

mercado. Esta razón es una medida del exceso de rentabilidad frente al riesgo. Permite evaluar qué tan buenas son las carteras o las inversiones en el mercado.

$$\bar{r} = r_f + \frac{\sigma^2}{T} + D$$

$$S = 2 \frac{\sigma}{T} \text{ o } T = 2 \frac{\sigma}{S}$$

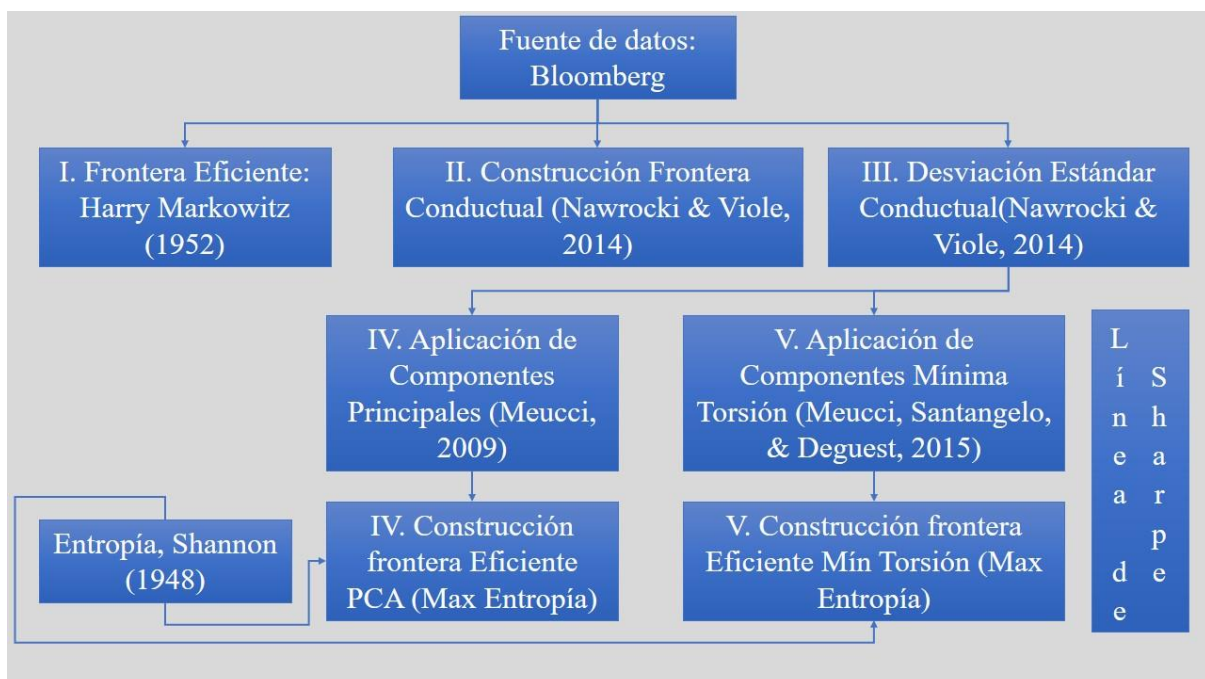
$$\bar{r}' = 2 \frac{\sigma}{T}$$

$$S = \frac{\bar{r} - r_f}{\sigma}$$

Donde, D es una constante, \bar{r} es el retorno promedio del portafolio, r_f es la rentabilidad libre de riesgo.

2. METODOLOGÍA

La figura 1 presenta un diagrama de flujo que incluye los pasos que se siguieron para la construcción de las diferentes fronteras eficientes y la inclusión de las variables estudiadas previamente.



A continuación se explican las fuentes de información y técnicas utilizadas en el desarrollo de esta metodología.

Fuente de información

Para el desarrollo de la presente investigación fue necesario recurrir a la plataforma Bloomberg como fuente secundaria de información. En ella se consultaron los precios de las acciones del índice colombiano COLCAP dentro de una ventana de tres años, iniciando en febrero de 2014 y finalizando en febrero de 2017.

COLCAP es un índice de capitalización que refleja las variaciones de los precios de las acciones más líquidas de la Bolsa de Valores de Colombia (BVC), donde la participación de cada acción en el índice está determinada por el correspondiente valor de la capitalización bursátil ajustada (flotante de la compañía multiplicado por el último precio) (BVC, 2016). Por esta razón se escogió realizar el estudio con las acciones pertenecientes a este índice como una fiel representación del mercado colombiano.

Técnicas de portafolio utilizadas

Se utilizaron cuatro técnicas, tres de las cuales están basadas en los trabajos de Markowitz; Nawrocki yViole, y Meucci, respectivamente, y la cuarta es la propuesta de composición de portafolio que proponen los autores de este trabajo. Para la implementación de todo el trabajo se utilizó el software computacional MATLAB para la aplicación de cada una de las técnicas.

- Frontera Eficiente de Markowitz (1952)

Como referencia inicial y bajo el modelo Media-Varianza de Markowitz se determinó la Frontera Eficiente para la comparación con otras fronteras.

- Frontera eficiente conductual (Nawrocki & Viole, 2014)

La medida de aversión al riesgo propone una mejora en el cálculo de la volatilidad, ya que solo tener presente la desviación estándar es correcto cuando la distribución de los rendimientos es

normal, sesgo y curtosis son cero, pese a ello y acercándose a la realidad el movimiento de los precios de las empresas cotizantes no son normalmente distribuidos, por ello se implora la necesidad de tener presentes los altos momentos como el sesgo y la curtosis.

De la mano de esto y del T se modifica la percepción de riesgo para cada acción, y no de un portafolio completo, esto lleva a la necesidad de poder calcular el T que más se puede acercar al punto de partida o de mayor tolerancia al riesgo, la frontera eficiente de Markowitz.

Partiendo del sesgo y curtosis de cada acción, se determinó el T que permite que la desviación estándar conductual sea igual a la desviación estándar. Determinados los coeficientes de tolerancia para cada activo, se calcularon 3 cuartiles (25%, 50%, 75%) y el promedio; números que se tomaron como referencia para los cálculos y contrastes posteriores.

Se estimaron 4 nuevas fronteras incluyendo ahora los 4 coeficientes referentes de tolerancia. Es decir, que tendremos una Frontera Eficiente conductual para cada coeficiente de aversión al riesgo.

- Frontera conductual diversificada

La diversificación por medio de Media Varianza es una muy buena medida cuando los activos no están correlacionados. Sin embargo, esto no sucede en los mercados imperfectos que se observan en la realidad de hoy. Por ello, se usó una medida estadística para tratar de corregir esta imperfección y se propuso el uso de la teoría desarrollada por Attilio Meucci (2009), donde se involucra el uso de componentes principales como un acercamiento a un mercado más desarrollado y real. Sin embargo, la medida de Meucci parte del uso de la matriz de varianza covarianza y no tiene en cuenta ningún grado de aversión al riesgo para la personificación del inversor, ni los altos momentos que influyen la decisión de apuesta de confianza sobre el activo, en otras palabras, obvia el simple hecho de que los activos no se comportan de manera normal.

Es decir, Meucci al igual que Markowitz (1952) no tiene presentes los momentos influyentes como el sesgo y curtosis partiendo de la desviación estándar.

Inicialmente, Meucci (2009) con el fin de diversificar y evitar el ruido que pueda generar la correlación de los activos, parte de la matriz de Varianza - Covarianza descomponiendo en componentes principales a través de la matriz diagonal de los valores propios o autovalores (λ) y autovectores (e), quienes descomponen los factores principales. El uso de e , b (pesos en exposición e igualmente cargados) $\frac{1}{n}$, donde n es el número de activos, y la Matriz de Varianza - Covarianza determinan la Distribución de los Componentes Principales de Diversificación, en otras palabras la contribución al riesgo de cada factor o activo (p).

$$p_{PC}(b) = \frac{(e'b) \text{ o } (e'\Sigma_F b)}{b'\Sigma_F b} \Rightarrow N_{PC}(b) = e^{-p_{PC}(b)' \ln p_{PC}(b)}$$

Donde o denota el producto punto de los factores.

Esta concentración de la volatilidad es un factor clave en el cálculo del grado de dispersión de la distribución de la diversificación llamada entropía de Shannon $H = -\sum_1^N P_i \ln P_i$ que nos dirá el número efectivo de activos en que se diversificará el portafolio, entre más grande sea este indicador, más diversificado se encuentra el portafolio.

Bajo estas directrices y la intención de incorporar una medida de riesgo, adaptable y fiel a la realidad, se realiza lo anteriormente descrito incorporando el coeficiente de tolerancia al riesgo, es decir desde la matriz de varianza-covarianza Conductual. Con el uso de MATLAB, se descompone dicha matriz en sus valores propios y eigenvectores, permitiendo calcular la contribución al riesgo y finalmente se maximizó la entropía, determinando el portafolio con mayor diversificación posible. En busca de contrastar esta nueva propuesta se maximizó la entropía adicionando como restricción que la rentabilidad sea igual a la rentabilidad de cada

portafolio que conforma la Frontera Eficiente Conductual, permitiendo determinar una nueva Frontera Eficiente Meucci PCA Conductual para cada T.

$$\text{Max } N_{PC}(\mathbf{b}) = e^{-p_{PC}(\mathbf{b})} \ln p_{PC}(\mathbf{b}) \quad \text{s. a.} \quad \sum_{i=1}^N X_i \mu_i (\text{Frontera Conductual}) = \sum_{i=1}^N X_i \mu_i (\text{Meucci})$$

Pese a esto PCA ofrece una solución subóptima, inicialmente porque tiende a ser inestable especialmente para eigenvalores bajos, el conjunto de componentes principales no es único puede existir diferentes combinaciones posibles, su interpretación no es fácil y adicional a esto los factores cambian de una fecha a la otra. Es decir que PCA ortogonaliza pero se aleja o no deja una conexión clara con los activos iniciales.

En respuesta a esto Meucci, Santangelo, & Deguest (2015) proponen como medida de presupuestación del riesgo y paridad, Mínima Torsión, herramienta que ortogonaliza, elimina la correlación entre los factores y no se aleja del comportamiento de los activos iniciales, ya que minimiza el error de seguimiento. Los autores proponen el problema de optimización que se muestra a continuación:

$$\dot{t}_{MT} \equiv \frac{\text{argmin}}{\text{Cr}\{\mathbf{tF}\} = \mathbf{I}_{k \times k}} NTE\{tF \| F\}$$

$$NTE\{Z \| F\} \equiv \sqrt{\frac{1}{k} \sum_k \mathbb{V}\left\{\frac{Z_k - F_k}{\text{Std}\{F_k\}}\right\}}$$

NTE, denota el error de seguimiento normalizado de varias entradas

Con esta nueva medida de factores se calculó de nuevo el p de la siguiente manera (ecuación), partiendo de un portafolio igualmente cargado. Maximizamos la nueva entropía, hallando el portafolio más diversificado y óptimo posible. Con estas nuevas medidas, se graficó la Frontera Eficiente de Mínima Torsión conductual, maximizando la entropía o diversificación e

incluyendo como restricción que el retorno del portafolio se igual al de cada punto de la frontera eficiente conductual para su T correspondiente, entregando la Frontera Eficiente de Mínima Torsión Conductual para cada Coeficiente de Tolerancia al riesgo

Posteriormente, se construyó la frontera eficiente de Markowitz, una que involucraba el cálculo del riesgo como lo presenta Nawrocki y se utilizó lo propuesto por Meucci. Es decir, se construyeron 2 fronteras más, una que utilizaba PCA como medida de contribución al riesgo y otra que utilizaba a mínima torsión.

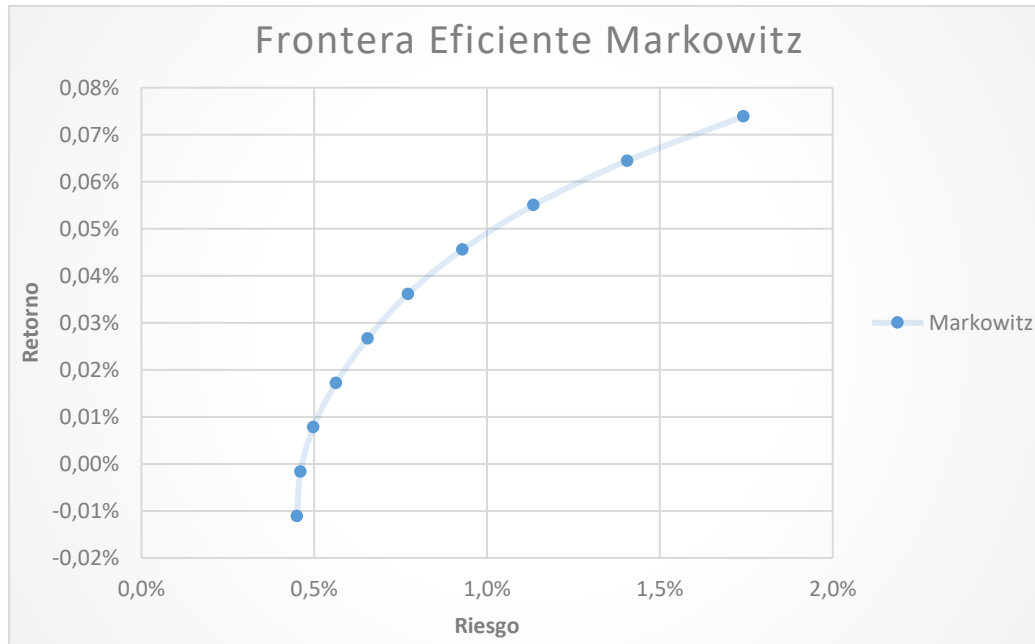
3. RESULTADOS

En esta sección se presentan los resultados de cada uno de los métodos aplicados.

Media-Varianza

Tras el primer paso o punto de partida que es Media-Varianza, encontramos la frontera eficiente como primer referencia. En ella, el portafolio de mínimo riesgo se describía con una volatilidad de 0,99% pero un retorno negativo de -0,02%, este portafolio está diversificado por 21 activos representado fuertemente por Banco Bogotá (14%), EEB (12%) y Nutresa (11,6%). A través de la frontera aumenta tanto el retorno como el riesgo, como es lo esperado dándole cada vez más importancia a activos con mejores retornos y el mejor riesgo, destacándose a lo largo de la frontera la mayoría de acciones con rentabilidad promedio positiva como Argos, ISA, EEB, Corficol, ETB. Por otro lado, prácticamente descarta aquellas que tienen rentabilidad positiva menor a las anteriormente nombradas y con más riesgo como es el caso de Cementos Argos. Al final de la frontera el portafolio con mayor rentabilidad es enfocarse en el uno de los activos más rentable y menos riesgoso para ese nivel de rentabilidad, el cual es ETB.

Gráfico 1. Frontera Media Varianza



Fuente 1. Elaboración propia

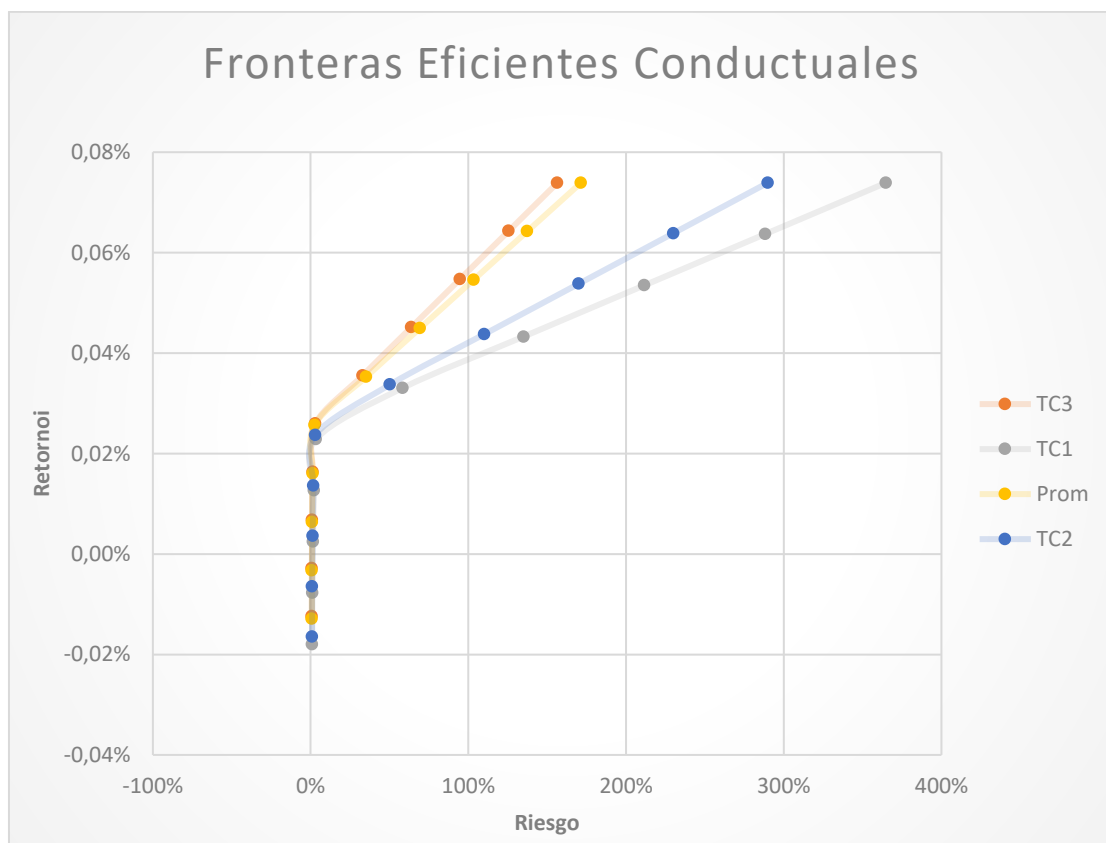
Portafolio Conductual

En la aplicación de Media-Varianza con la medida de riesgo conductual, se evidenció la funcionalidad de esta medida ya que efectivamente las fronteras se desplazaron hacia la derecha, logrando percibir más riesgo cada vez que el T es menor, es decir menos tolerante. Ahora el portafolio de mínimo riesgo de cada frontera no estaba tan diversificado, en TC1 (el más bajo) estaba conformado por 11 activos, mientras que TC3 (el más alto) por 12, esta diferencia logra evidenciar que hay una fuerte diferencia de percepción de riesgo de cada activo, en especial ya las diferencias entre los coeficientes de Tolerancia no era grande debido a que eran cuartiles de una distribución que hacían que cada activo registrara el riesgo más parecido al tradicional de Markowitz (1952).

A diferencia del portafolio de mínimo riesgo de Markowitz (1952), los portafolios de mínimo riesgo con la medida de riesgo conductual estaban representados fuertemente por Nutresa, para

TC1 representaba (71%), TC2 (62%) y TC3 (42%). Esto se debe a que los T eran bajos (aversos al riesgo) y Nutresa es de los activos con Curtosis más bajas, es decir que TC1 y TC2, relativamente bajos, perciben poco riesgo de este activo lo que conlleva a darle la confianza como activo representativo en el portafolio de mínimo riesgo. Mientras cuando incrementa el T en TC3, ahora se percibe un poco más de riesgo de este activo al tener una Curtosis tan baja. Adicional a este análisis, se continúa con la similitud que daba respuesta Markowitz (1952) y es la participación de EEB y ETB a lo largo de las fronteras y es por su buen comportamiento como activo, alta rentabilidad y más baja volatilidad para dicho retorno.

Gráfico 2. Fronteras Eficientes a partir de la medida de riesgo conductual



Fuente: Elaboración Propia

Medidas de Diversificación

Siguiendo a Meucci (2009) como referente de diversificación, se propuso la inclusión de una medida de riesgo conductual para cada inversionista que buscara portafolios con la relación directa y estrecha de la diversificación. La primera herramienta de diversificación y representación del mercado real que buscaba la descorrelación de los factores es componentes principales, es decir que se utilizó componentes principales como herramienta para orthogonalizar los activos, adicional a esto se mide el riesgo personificado con el coeficiente de aversión al riesgo y la maximización de entropía para su diversificación.

Como resultado se determinó una frontera eficiente para cada coeficiente de tolerancia. Para los 3 coeficientes el portafolio de máxima entropía o diversificación se componía por 15 acciones, de los cuales los más representativos eran EEB y PFCemargos inicialmente 22% y 37% para TC1 y a medida que aumenta el T disminuye la participación de PFCemargos finalizando en 26% mientras que EEB aumenta a 24%. Este movimiento inverso a medida que aumenta el coeficiente de tolerancia es explicado por el coeficiente de asimetría que para EEB es alto y corresponde a 4,9 mientras para PFCemargos es bajo 1,74. Además su alta participación y posición de confianza se debe a que ambos poseen baja curtosis.

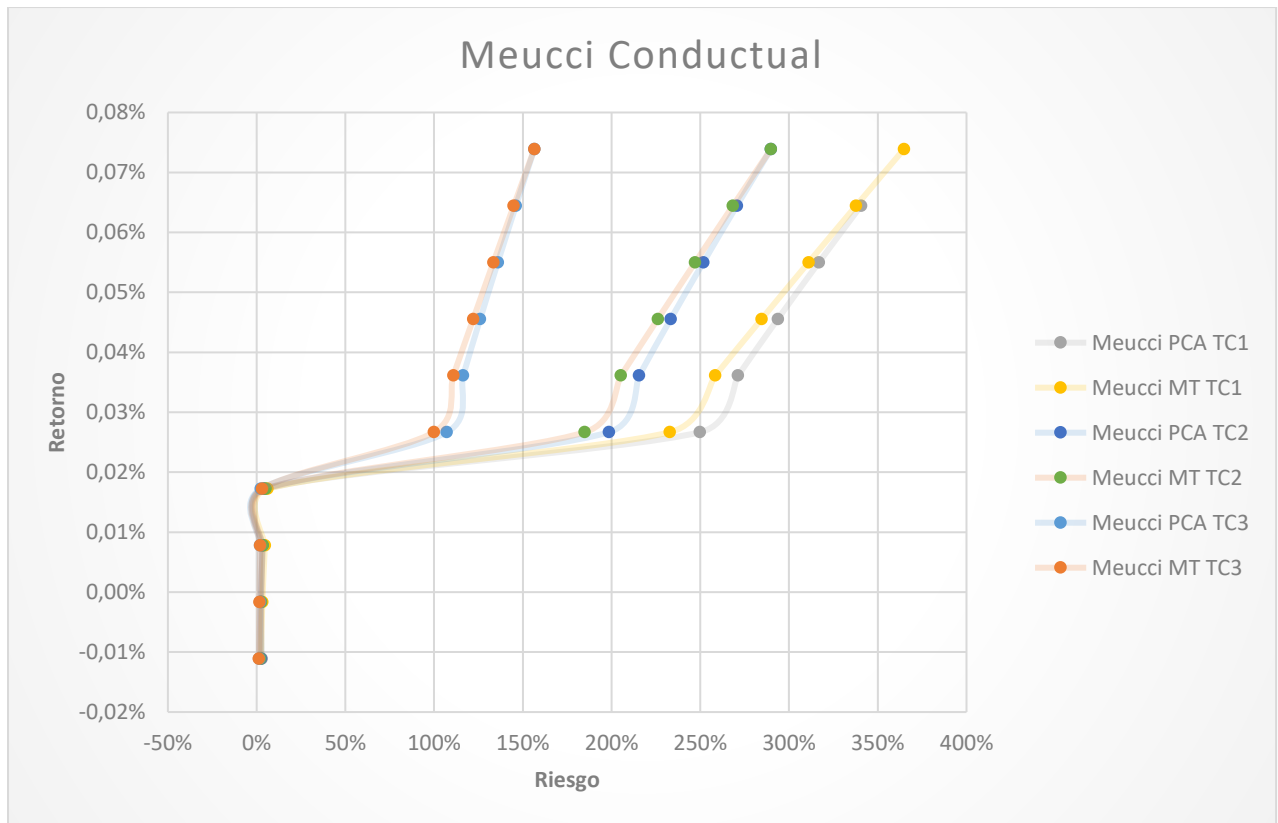
Las fronteras de esta aplicación se encuentran diversificadas hasta la mitad, a partir de este instante los portafolios son conformados por ETB y CNEC, a diferencia de Media Varianza CNEC ahora tiene importancia alrededor de toda la frontera, lo que deja en duda esta metodología pues este es el activo más riesgoso de los activos potenciales, además de tener rentabilidad promedio negativa.

Siguiendo a Meucci, Santangelo, & Deguest (2015) y su propuesta de mejora de orthogonalización para los activos, se implementa Mínima Torsión y se propone la adición de

la medida de riesgo conductual que personifique al inversor y busque la mejor diversificación posible con la maximización de entropía.

La medida de riesgo conductual permite evidenciar que la frontera eficiente se desplaza a la derecha a medida que el T es mejor, cumpliendo con lo esperado de la teoría y su propósito. El portafolio de máxima diversificación de cada T ahora está conformado por los 25 activos posibles, cumpliendo con uno de los propósitos del inversor diversificar y mínimo riesgo posible. El activo más representativo de estos portafolios de máxima diversificación y mínimo riesgo para cada coeficiente de tolerancia al riesgo es Nutresa, componiendo en TC1 el 27% y finalizando para TC3 en 16%, coincidiendo con la metodología de anterior de media varianza conductual siendo el más representativo; la diferencia recae en la diversificación y por lo tanto el riesgo es muchísimo menor con esta metodología que por media-varianza conductual y otorgando un mejor retorno.

A diferencia de la metodología de diversificación anterior, con componentes principales, ahora los activos más importantes alrededor de las fronteras son ETB y PFAVH, esta última acción es la segunda más riesgosa y con más alta curtosis y si le adiciona los T que en promedio son bajos pues su percepción de volatilidad de este activo es menor. Ahora bajo esta metodología se logra diversificar eficientemente y en adición capta la personificación de los inversionistas, es decir que se conforman mejores portafolios que en la metodología con componentes principales ya que para rentabilidades similares atribuyen conforman un portafolio que da menor riesgo para el más tolerante y más riesgo para el menos amante, en otras palabras, permite captar mejor la personificación del individuo.



Fuente: Elaboración Propia

Se evidencia claramente la influencia de la tolerancia al riesgo, en el movimiento de la frontera, donde tienen percepciones de riesgo mayores.

Con las fronteras eficientes conductuales se evidencia una mayor percepción del riesgo, pero se pierde la diversificación y se enfoca en menores activos, adicional a esto cada que aumenta el T y se vuelve más tolerante en la asignación de pesos comienza a crecer en cuanto los activos un poco más riesgosos la que es más tolerante.

Por otro lado, componentes principales no proporciona la diversificación, lo que si hace mínima torsión, y se evidencia una mayor percepción del riesgo, lo que quiere decir que si muestra el riesgo caracterizado para cada individuo y sostiene el propósito de diversifica.

4. CONCLUSIONES

En esta sección se muestran las conclusiones más relevantes del trabajo presentado.

La mayor contribución fue sin lugar a dudas el involucramiento de un coeficiente de tolerancia al riesgo en una medida de paridad en el mercado colombiano. Meucci, Santangelo, & Deguest (2015) hacen una contribución gigante al estudio del portafolio que permite el análisis de nuevas formas de asignación de riesgo.

Nuestro planteamiento, diversifica de forma eficiente cuando se maximiza la entropía en un portafolio con una medida de riesgo que tiene en cuenta el comportamiento de los agentes y llega a lo que se esperaba: un portafolio óptimo que pueda servir de guía para diferentes grados de aversión al riesgo.

No todos los inversionistas buscan una máxima rentabilidad ni tienen la misma percepción de riesgo, por lo tanto basarse meramente en la frontera eficiente de Markowitz (1952) no es suficiente. Adicionalmente a esto, esta frontera ignora las imperfecciones del mercado como la fuerte correlación entre activos potenciales de inversión, la poca atención de la conducta de los inversionistas y los altos momentos de la distribución de rentabilidades; sesgo y curtosis. Ratificando que tomar como única herramienta de decisión Media Varianza aun no es suficiente para tener presente muchas de las variables y externalidades presentes en el mercado.

Por otro lado alrededor de este proyecto de investigación se logra evidenciar que la técnica de mínima torsión propuesta por Meucci en 2015 es mejor que componentes principales para descorrelacionar los activos y acercarse a la realidad y contexto del mercado. Esta técnica en adición con la maximización de entropía y una medida de riesgo conductual complementa

eficientemente el modelo para tener presentes variables e intenciones antes no tenidas en cuenta como la tolerancia al riesgo, la intención del inversionista (no maximizar si no diversificar y asegurar) y los altos momentos de la distribución. Esto permitió encontrar un portafolio de máxima diversificación para cada tipo de tolerancia logrando una personificación e individualización de un inversionista, logrando portafolios con el menor riesgo posible en comparación con las otras técnicas y totalmente ortogonalizados.

Adicional a esto se logra palpar que esta medida de riesgo conductual logra ajustarse a técnicas de portafolio como Media Varianza y Diversificación, alcanzando lo esperando por la teoría y desarrollando percepciones de riesgo adecuadas a las de cada agente económico.

5. BIBLIOGRAFÍA

- BVC. (Mayo de 2016). *Metodología para el cálculo del índice COLCAP*. Recuperado el 2017 de Noviembre de 1, de Bolsa de Valores de Colombia:
https://www.bvc.com.co/pps/tibco/portalbvc/Home/Mercados/descripciongeneral/indiccesbursatiles?com.tibco.ps.pagesvc.action=updateRenderState&rp.currentDocumentID=-5057504f_154e26bf23c_7ee30a0a600b&rp.revisionNumber=1&rp.attachmentPropertyname=Attachment&co
- Contreras, J., & Rodríguez, Y. &. (2017). Construction of a behavioral-fuzzy portfolio using linear programming.
- Davies, G. B., & De Servigny, A. (2012). *Behavioral Investment Management: An Efficient Alternative to Modern Portfolio Theory* (Vol. 7). Londres: Mc Graw Hill.
- Markowitz, H. (Marzo de 1952). Portfolio Selection. *The Journal of Finance*, 7(1), 77-91. Obtenido de <http://links.jstor.org/sici?sici=0022-1082%28195203%297%3A1%3C77%3APS%3E2.0.CO%3B2-1>
- Meucci, A. (21 de Mayo de 2009). Managing Diversification. *Risk*, 22(5), 74-79. Obtenido de <https://www.arpm.co/articles/managing-diversification/>
- Meucci, A., Santangelo, A., & Deguest, R. (2015). Risk Budgeting and Diversification Based on Optimized Uncorrelated Factors. *Risk*, 11(29), 70-75.
- Nawrocki, D., & Viole, F. (Junio de 2014). Behavioral finance in financial market theory, utility theory, portfolio theory and the necessary statistics: A review. *Journal of Behavioral and Experimental Finance*, 2, 10-17.
doi:<http://dx.doi.org/10.1016/j.jbef.2014.02.005>
- Shannon, C. E. (1948). A Mathematical Theory of Communication. *The Bell System Technical Journal*, 27, 379-423.

ANEXOS

1. ACCIONES COLCAP

COLCAP Index	Name	Weight	Shares
PFBCOLO CB Equity	Bancolombia SA	13,91762	411,924307
GRUPOSUR CB Equity	Grupo de Inversiones Suramericana SA	9,146778	191,153703
ECOPETL CB Equity	Ecopetrol SA	7,947728	4650,67096
NUTRESA CB Equity	Grupo Nutresa SA	6,332197	216,273516
GRUPOARG CB Equity	Grupo Argos SA/Colombia	6,181624	258,77052
BCOLO CB Equity	Bancolombia SA	6,071847	195,905725
PFAVAL CB Equity	Grupo Aval Acciones y Valores SA	5,222742	3552,7455
CEMARGOS CB Equity	Cementos Argos SA	5,203499	363,66329
ISA CB Equity	Interconexión Eléctrica SA ESP	5,139477	400,317405
PFGRUPSU CB Equity	Grupo de Inversiones Suramericana SA	4,416775	93,890326
PFGRUPOA CB Equity	Grupo Argos SA/Colombia	4,31059	189,381622
EEB CB Equity	Empresa de Energía de Bogotá SA ESP	4,171751	1881,42363
EXITO CB Equity	Almacenes Éxito SA	3,449455	181,428511
CORFICOL CB Equity	Corp Financiera Colombiana SA	3,299443	77,617187
PFDVVND CB Equity	Banco Davivienda SA	3,282726	85,886886
BOGOTA CB Equity	Banco de Bogotá SA	2,627698	35,290806

PFCEMARG CB Equity	Cementos Argos SA	2,429811	182,974262
CLH CB Equity	Cemex Latam Holdings SA	2,006094	143,645875
CELSIA CB Equity	Celsia SA ESP	1,813719	342,318831
PFAVH CB Equity	Avianca Holdings SA	1,082579	317,878871
AVAL CB Equity	Grupo Aval Acciones y Valores SA	0,799543	543,8856
CNEC CB Equity	Canacol Energy Ltd	0,357568	35,166381
CONCONC CB Equity	Constructora Conconcreto SA	0,349012	252,120988
ETB CB Equity	Empresa de Telecomunicaciones de cogota	0,221448	285,571378
BVC CB Equity	Bolsa de Valores de Colombia	0,218277	8099,0029

2. ESTADÍSTICAS DESCRIPTIVAS ACCIONES COLCAP

	<i>PFBCOLO</i>	<i>GRUPOSUR</i>	<i>ECOPETL</i>	<i>NUTRESA</i>	<i>GRUPOARG</i>
Media	0,002%	-0,002%	-0,145%	-0,022%	-0,021%
Desviación estándar	1,487%	1,493%	2,295%	1,168%	1,763%
Varianza de la muestra	0,022%	0,022%	0,053%	0,014%	0,031%
Curtosis	1,9134	2,5311	3,0995	2,3273	2,5170
Coefficiente de asimetría	0,1864	- 0,1872	- 0,0462	0,0047	0,0704
Rango	0,1287	0,1193	0,2072	0,0926	0,1465
Mínimo	- 0,0562	- 0,0626	- 0,1045	- 0,0499	- 0,0561
Máximo	0,0725	0,0567	0,1027	0,0428	0,0903

	<i>BCOLO</i>	<i>PFAVAL</i>	<i>CEMARGOS</i>	<i>ISA</i>	<i>PFGRUPSU</i>
Media	-0,009%	-0,018%	0,001%	0,016%	-0,004%
Desviación estándar	1,558%	1,269%	1,747%	1,668%	1,467%

Varianza de la muestra	0,024%	0,016%	0,031%	0,028%	0,022%
Curtosis			3,0707		
	1,8545	4,7726		6,5941	2,0501
Coefficiente de asimetría	-	-	-	0,4674	-
	0,0453	0,1527		0,4047	0,1099
Rango			0,1700		
	0,1442	0,1454		0,2030	0,1217
Mínimo	-	-	-	0,1045	-
	0,0718	0,0639		0,0982	0,0522
Máximo			0,0655		
	0,0723	0,0815		0,1048	0,0695

	<i>PFGRUPOA</i>	<i>EEB</i>	<i>EXITO</i>	<i>CORFICOL</i>	<i>PFDVVND</i>
Media	-0,029%	0,025%	-0,112%	0,005%	0,004%
Desviación estándar	1,751%	1,360%	2,001%	1,126%	1,627%
Varianza de la muestra	0,031%	0,018%	0,040%	0,013%	0,026%
Curtosis					3,6739
	1,8013	4,9443	4,9312	2,5923	
Coefficiente de asimetría	-	0,2014	-	-	-
		0,0716	0,4177	0,0735	0,7455
Rango					0,1520
	0,1507	0,1418	0,1998	0,0997	
Mínimo	-	0,0786	-	-	-
		0,0726	0,1195	0,0507	0,0941
Máximo					0,0579
	0,0721	0,0692	0,0803	0,0490	

	<i>BOGOTA</i>	<i>PFCEMARG</i>	<i>CLH</i>	<i>CELSIA</i>	<i>PFAVH</i>
Media	-0,019%	-0,008%	-0,079%	-0,055%	-0,053%
Desviación estándar	1,230%	1,394%	1,809%	1,778%	2,472%
Varianza de la muestra	0,015%	0,019%	0,033%	0,032%	0,061%
Curtosis		1,7409			
	2,7097		3,0575	4,1470	9,8708
Coefficiente de asimetría	-	-	0,0787	-	-
	0,3235		0,1444	0,5250	0,8970
Rango		0,1089			
	0,0992		0,1920	0,1823	0,2991
Mínimo	-	-	0,0565	-	-
	0,0520		0,0976	0,0870	0,1041
Máximo		0,0523			
	0,0473		0,0944	0,0953	0,1950

	<i>AVAL</i>	<i>CNEC</i>	<i>CONCONC</i>	<i>ETB</i>	<i>BVC</i>
Media	-0,005%	-0,069%	-0,039%	0,074%	0,004%
Desviación estándar	1,580%	3,965%	1,755%	1,742%	1,647%
Varianza de la muestra	0,025%	0,157%	0,031%	0,030%	0,027%
Curtosis	4,6756	12,3222	6,1792	34,8055	2,1932
Coefficiente de asimetría	-0,2492	0,8731	0,5576	2,5756	0,1981
Rango	0,1648	0,5694	0,1846	0,2927	0,1635
Mínimo	-0,0893	-0,2138	-0,0699	-0,2074	-0,0792
Máximo	0,0754	0,3557	0,1147	0,0854	0,0843

3. PESOS PORTAFOLIOS

	Markowitz					
	Portafolio 1	Portafolio 3	Portafolio 5	Portafolio 7	Portafolio 9	Portafolio 10
PFBCOL						
O	0,0153	0,0258	0,0186	-	-	-
GRUPOS						
UR	-	-	-	-	-	-
ECOPETL	0,0024	-	-	-	-	-
NUTRESA	0,1161	0,0889	0,0127	-	-	-
GRUPOA						
RG	-	-	-	-	-	-
BCOLO	0,0210	0,0150	-	-	-	-
PFAVAL	0,0575	0,0129	-	-	-	-
CEMARG						
OS	-	-	-	-	-	-
ISA	0,0113	0,0538	0,0926	0,1257	-	-
PFGRUPS						
U	-	-	-	-	-	-
PFGRUP						
OA	0,0308	0,0367	0,0242	-	-	-
EEB	0,1220	0,1836	0,2616	0,3286	0,1942	-
EXITO	0,0179	-	-	-	-	-
CORFICO						
L	0,0735	0,0951	0,1121	0,0040	-	-
PFDVV						
ND	0,0050	0,0257	0,0399	0,0168	-	-

BOGOTA	0,1414	0,1089	0,0398	-	-	-
PFCEMA	0,0032	-	-	-	-	-
RG	0,0397	-	-	-	-	-
CLH	0,0524	0,0239	-	-	-	-
CELSIA	0,0051	-	-	-	-	-
PFAVH	0,0635	0,0547	0,0380	-	-	-
AVAL	0,0081	0,0022	-	-	-	-
CNEC	0,0816	0,0523	-	-	-	-
CONCON	0,0642	0,1405	0,2618	0,4724	0,8058	1,0000
C	0,0681	0,0800	0,0986	0,0525	-	-
ETB						
BVC						

TC1						
	Portafolio 1	Portafolio 3	Portafolio 5	Portafolio 7	Portafolio 9	Portafolio 10
PFBCOLO	-	-	-	-	-	-
GRUPOSUR	-	-	-	-	-	-
ECOPETL	0,0245	-	-	-	-	-
NUTRESA	0,7065	0,2350	-	-	-	-
GRUPOARG	-	-	-	-	-	-
BCOLO	0,1156	0,1432	-	-	-	-
PFAVAL	-	-	-	-	-	-
CEMARGOS	-	-	-	-	-	-
ISA	-	-	0,0076	-	-	-
PFGRUPSU	-	-	-	-	-	-
PFGRUPOA	0,0002	-	-	-	-	-
EEB	0,0862	0,2933	0,8741	0,6295	0,2098	-
EXITO	-	-	-	-	-	-
CORFICOL	0,0447	0,2905	0,1097	-	-	-

<i>PFDAVVND</i>	-	-	-	-	-	-
<i>BOGOTA</i>	0,0082	-	-	-	-	-
<i>PFCEMARG</i>	0,0009	0,0105	-	-	-	-
<i>CLH</i>	-	-	-	-	-	-
<i>CELSIA</i>	-	-	-	-	-	-
<i>PFAVH</i>	-	-	-	-	-	-
<i>AVAL</i>	0,0020	-	-	-	-	-
<i>CNEC</i>	-	-	-	-	-	-
<i>CONCONC</i>	0,0007	-	-	-	-	-
<i>ETB</i>	-	0,0000	0,0011	0,3705	0,7902	1,0000
<i>BVC</i>	0,0104	0,0274	0,0075	-	-	-

Meucci PCA TC1							
	Portafolio 1	Portafolio 3	Portafolio 5	Portafolio 7	Portafolio 9	Portafolio 10	MAX ENTROPÍA
<i>PFBCO</i>							
<i>LO</i>	0,1076	0,1255	-	-	-	-	0,1184
<i>GRUP</i>							
<i>OSUR</i>	-	-	-	-	-	-	-
<i>ECOPE</i>							
<i>TL</i>	0,0468	-	-	-	-	-	-
<i>NUTRE</i>							
<i>SA</i>	0,0340	-	-	-	-	-	-
<i>GRUP</i>							
<i>OARG</i>	-	-	-	-	-	-	-
<i>BCOL</i>							
<i>O</i>	-	-	-	-	-	-	-
<i>PFAVA</i>							
<i>L</i>	-	-	-	-	-	-	-
<i>CEMA</i>							
<i>RGOS</i>	0,0088	-	-	-	-	-	0,0097
<i>ISA</i>	-	0,0388	-	-	-	-	-
<i>PFGR</i>							
<i>UPSU</i>	-	-	-	-	-	-	-
<i>PFGR</i>							
<i>UPOA</i>	0,0992	0,0777	-	-	-	-	0,1006
<i>EEB</i>	0,1769	0,4134	-	-	-	-	0,2273
<i>EXITO</i>	-	-	-	-	-	-	-

<i>CORFI</i>								
<i>COL</i>	-	0,1893	-	-	-	-	-	-
<i>PFDAV</i>								
<i>VND</i>	-	-	-	-	-	-	-	-
<i>BOGO</i>								
<i>TA</i>	0,0576	0,0290	-	-	-	-	-	0,0567
<i>PFCE</i>								
<i>MARG</i>	0,3592	-	-	-	-	-	-	0,3743
<i>CLH</i>								
	-	-	-	-	-	-	-	-
<i>CELSI</i>								
<i>A</i>	0,0067	0,0118	-	-	-	-	-	0,0060
<i>PFAV</i>								
<i>H</i>	0,0016	0,0009	-	-	-	-	-	0,0017
<i>AVAL</i>								
	0,0427	0,0316	-	-	-	-	-	0,0435
<i>CNEC</i>								
	0,0033	0,0041	0,3297	0,1978	0,0659	-	-	0,0034
<i>CONC</i>								
<i>ONC</i>	0,0207	0,0241	-	-	-	-	-	0,0209
<i>ETB</i>								
	0,0017	0,0025	0,6703	0,8022	0,9341	1,0000	-	0,0018
<i>BVC</i>								
	0,0330	0,0512	-	-	-	-	-	0,0356

Meucci MT TC1							
	Portafoli o 1	Portafoli o 3	Portafoli o 5	Portafoli o 7	Portafoli o 9	Portafolio 10	MAX ENTROPIA
<i>PFBCO</i>							
<i>LO</i>	0,0259	0,1163	-	-	-	-	0,0233
<i>GRUPO</i>							
<i>SUR</i>	0,0163	0,1063	-	-	-	-	0,0170
<i>ECOPE</i>							
<i>TL</i>	0,0000	-	-	-	-	-	0,0588
<i>NUTRES</i>							
<i>A</i>	0,2173	-	-	-	-	-	0,2731
<i>GRUPO</i>							
<i>ARG</i>	0,0234	-	-	-	-	-	0,0316
<i>BCOLO</i>							
	0,1044	-	-	-	-	-	0,0801
<i>PFAVAL</i>							
	0,0252	0,0059	-	-	-	-	0,0259
<i>CEMAR</i>							
<i>GOS</i>	0,0046	0,0293	-	-	-	-	0,0059
<i>ISA</i>							
	0,0098	0,0382	-	-	-	-	0,0082
<i>PFGRU</i>							
<i>PSU</i>	0,0360	0,0189	-	-	-	-	0,0156
<i>PFGRU</i>							
<i>POA</i>	0,0293	-	-	-	-	-	0,0305
<i>EEB</i>							
	0,1261	0,3584	-	-	-	-	0,1246

<i>EXITO</i>	0,0092	0,0114	-	-	-	-	0,0084
<i>CORFIC OL</i>	0,0916	0,0978	-	-	-	-	0,0690
<i>PFDVAV VND</i>	0,0058	0,0189	-	-	-	-	0,0051
<i>BOGOTA</i>	0,0392	-	-	-	-	-	0,0371
<i>PFCEM ARG</i>	0,0789	0,0018	-	-	-	-	0,0433
<i>CLH</i>	0,0442	-	-	-	-	-	0,0429
<i>CELSIA</i>	0,0130	-	-	-	-	-	0,0120
<i>PFAVH</i>	0,0030	0,0079	0,3734	0,2241	0,0747	-	0,0027
<i>AVAL</i>	0,0310	0,0546	-	-	-	-	0,0274
<i>CNEC</i>	0,0026	-	-	-	-	-	0,0023
<i>CONCONC</i>	0,0119	0,0259	-	-	-	-	0,0110
<i>ETB</i>	0,0014	0,0033	0,6266	0,7759	0,9253	1,0000	0,0012
<i>BVC</i>	0,0500	0,1050	-	-	-	-	0,0432