UNIVERSIDAD ICESI

EVALUACION DE ALGEBRA LINEAL

Prueba corta (quiz 3)   1 octubre de 2009

Importante:

a) Marque su nombre con lapicero en las hojas de respuestas
b) No saque apuntes, no pregunte a sus compañeros(causal de anulación)
c) Lea cuidadosamente y tenga en cuenta los signos en las operaciones.

NOMBRE:____código:______________

1. (10 puntos). Determine el volumen del paralelepípedo que tiene un vértice en el origen y sus lados son los vectores,
   $\mathbf{V}_1 = i - 2j + 3k$; $\mathbf{V}_2 = i + 3j + k$ y $\mathbf{V}_3 = 2i + j + 2k$

2. (10 puntos). Determine una ecuación del plano que pase por el punto (3, 4, -3) y es perpendicular a la recta

   $X = 2+5t$
   $Y = -4 - 2t$
   $Z = 1 + 4t$

3. (10 puntos). Determine dos planos cuya intersección es la recta que pasa por el punto (– 2, 3, 5) y tiene un vector director (3, – 2, 4).

4. (10 puntos). V es el conjunto de todos los polinomios de la forma $at^2 + bt + c$, donde a,b,y c son escalares y $b = a+1$. Pruebe que V no es un espacio vectorial.

5. (10 puntos). Pruebe que $W = \{ (a,b,c,d) : \text{donde } c = a + 2b \text{ y } d = a - 3b \}$ es un subespacio de R^4.

<u>Opcional.</u>

(5 puntos). Si H y W son dos subespacios vectoriales de V , demuestre que $H \cap W$
Es también un subespacio vectoriale de V y de un ejemplo.

UNIVERSIDAD ICESI
Facultad de Ingeniería
Departamento de Matemáticas y Estadística

UNIVERSIDAD ICESI

EVALUACION DE ALGEBRA LINEAL

Prueba corta (quiz 3)   1 octubre de 2009

Importante:

a) Marque su nombre con lapicero en las hojas de respuestas
b) No saque apuntes, no pregunte a sus compañeros(causal de anulación)
c) Lea cuidadosamente y tenga en cuenta los signos en las operaciones.

NOMBRE:____código:_____________

1. (10 puntos). Determine el volumen del paralelepípedo que tiene un vértice en el origen y sus lados son los vectores,
   $\mathbf{V}_1 = i - 2j + 3k$; $\mathbf{V}_2 = i + 3j + k$ y $\mathbf{V}_3 = 2i + j + 2k$

2. (10 puntos). Determine una ecuación del plano que pase por el punto (3, 4, -3) y es perpendicular a la recta

   $X = 2+5t$
   $Y = -4-2t$
   $Z = 1 + 4t$

3. (10 puntos). Determine dos planos cuya intersección es la recta que pasa por el punto (– 2, 3, 5) y tiene un vector director (3, – 2, 4).

4. (10 puntos). V es el conjunto de todos los polinomios de la forma $at^2 + bt + c$, donde a,b,y c son escalares y $b = a+1$. Pruebe que V no es un espacio vectorial.

5. (10 puntos). Pruebe que $W = \{ (a,b,c,d) : \text{donde } c = a + 2b \text{ y } d = a - 3b \}$ es un subespacio de R^4.

<u>Opcional.</u>

(5 puntos). Si H y W son dos subespacios vectoriales de V , demuestre que $H \cap W$
Es también un subespacio vectoriale de V y de un ejemplo.

UNIVERSIDAD ICESI
EVALUACION DE ALGEBRA LINEAL
Prueba corta (quiz 3) *2 de octubre de 2009*

Importante:

a) Marque su nombre con lapicero en las hojas de respuestas
b) No saque apuntes, no pregunte a sus compañeros(causal de anulación)
c) Lea cuidadosamente y tenga en cuenta los signos en las operaciones.

NOMBRE:____________________________________código:___________

1. (10 puntos).Determine una ecuación del plano que pase por el punto $(-5\ ,2,-4)$ y es paralelo a la recta

$$\frac{x+4}{3} \qquad \frac{y-2}{5} \qquad \frac{z+1}{-2}$$

2. (10 puntos). Determine ecuaciones paramétricas de la recta de intersección de los planos

Π_1: $2x + 3y - 2z + 4 = 0$ y Π_2: $x - y + 2z + 3 = 0$

3. (10 puntos). Pruebe que $W = \left\{ \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \end{bmatrix} : \text{donde } a = 2c + 1 \right.$ es o no es un subespacio del espacio vectorial M_{23} $\}$

4. (10 puntos). Demuestre que si **V** es un espacio vectorial y c**U** = **O** , entonces c = o ó **U**= **O**

5. (10 puntos).Determine si el vector $p(t) = 3t^2-3t+1$ pertenece o no a

gen $\left\{ p_1(t), p_2(t), p_3(t) \right\}$ donde

$p_1(t) = t^2 - t$; $p_2(t) = t^2 - 2t+1$; $p_3(t) = -t^2+1$

<u>Opcional.</u>

(5 puntos). Sea **V** el conjunto de los números reales con las operaciones:

1. **U** O **V** = u − v (O es la resta ordinaria)
2. c O **U** = cu (O es la multiplicación ordinaria)

¿Es **V** un espacio vectorial? Si no lo es, diga que axiomas no cumple y pruébelos.

UNIVERSIDAD ICESI

EVALUACION DE ALGEBRA LINEAL

(Quiz No 4), 6 de noviembre de 2009

Importante:

a) Marque su nombre con lapicero en las hojas de respuestas
b) No saque apuntes, no pregunte a sus compañeros(causal de anulación)
c) Lea cuidadosamente y tenga en cuenta los signos en las operaciones.

NOMBRE:____________________________________código:___________

1. Sea W un subespacio de R^3 generado por los vectores

$\{(1, 0,1), (1, 1,1)\}$ exprese **V**= (2,2,0) como:

a) (8 puntos). la suma de un vector **w** en W y un vector **u** en $W^{\perp}$.

b) (2 puntos). halle la distancia del vector **v** al plano $W^{\perp}$.

2. (8 puntos). Determine la recta de mínimos cuadrados para los puntos dados. (3,2), (4,3), (5,2), (6,4), (7,3).

3. (10 puntos). Determine una matriz no diagonal de 2x2, cuyos valores propios sean 3 y 4 y cuyos vectores propios asociados sean (-1, 1) y (2 , 1) respectivamente.

4. (12 puntos). Sea A= $\begin{pmatrix} 0 & 2 & 2 \\ 2 & 0 & 2 \\ 2 & 2 & 0 \end{pmatrix}$

pruebe que es ortogonalmente diagonalizable.

5. (10 puntos). Demuestre que si A es una matriz ortogonal, entonces det (A) =$\pm$ 1

✓ Se califica sobre 50 puntos

UNIVERSIDAD ICESI
Facultad de Ingeniería
Departamento de Matemáticas y Estadística

UNIVERSIDAD ICESI
EVALUACION DE ALGEBRA LINEAL
(Quiz No 4), 5 de noviembre de 2009

Importante:

a) *Marque su nombre con lapicero en las hojas de respuestas*
b) *No saque apuntes, no pregunte a sus compañeros(causal de anulación)*
c) *Lea cuidadosamente y tenga en cuenta los signos en las operaciones.*

NOMBRE:______________________________________código:____________

1. Sea $W = \left\{ \begin{pmatrix} X \\ y \\ Z \end{pmatrix} : 2x - y + 3z = 0 \right\}$ exprese el vector $v = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 4 \end{pmatrix}$

   a) (8 puntos).En términos de **w** + **u** , donde **u** en W y **w** en W^{I}
   b) (2 puntos).Halle la distancia del vector **v** al plano W^{I}

2. Determine si es falso o verdadero y justifique la respuesta(no será válida si no la justifica)

   a) (5 puntos). La matriz $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ es ortogonal. ( )

   b) (5 puntos). La matriz $\begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \\ 1/\sqrt{2} & -1/\sqrt{2} \end{pmatrix}$ es ortogonal ( )

3. (8 puntos). Determine la recta de mínimos cuadrados para los puntos:

   (2,3), (3,4), (4,3), (5,4), (6,3), (7,4)

4. Sea $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$, determine si la matriz A es:

a) (10 puntos). Ortogonalmente diagonalizable
b) (4 puntos). Halle una matriz semejante utilice $D = P^{-1}AP$

5. (8 puntos).Demuestre que si A es una matriz ortogonal de nxn, y **x** y **y** son vectores en R^n, entonces (A**x**).(A**y**) = **x.y**

   ✓ Se califica sobre 50 puntos

UNIVERSIDAD ICESI

Facultad de Ingeniería
Departamento de Matemáticas y Estadística

UNIVERSIDAD ICESI
EVALUACION DE ALGEBRA LINEAL
(Quiz No 4), 5 de noviembre de 2009

Importante:

a) Marque su nombre con lapicero en las hojas de respuestas
b) No saque apuntes, no pregunte a sus compañeros(causal de anulación)
c) Lea cuidadosamente y tenga en cuenta los signos en las operaciones.

NOMBRE:______________________________________código:____________

1. Sea $W = \left\{ \begin{pmatrix} X \\ y \\ Z \end{pmatrix} : 2x - y + 3z = 0 \right\}$ exprese el vector $v = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 4 \end{pmatrix}$

   a) (8 puntos).En términos de $\mathbf{w} + \mathbf{u}$, donde $\mathbf{u}$ en W y $\mathbf{w}$ en W^I
   b) (2 puntos).Halle la distancia del vector **v** al plano W^I

2. Determine si es falso o verdadero y justifique la respuesta(no será válida si no la justifica)

   a) (5 puntos). La matriz $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ es ortogonal. ( )

   b) (5 puntos). La matriz $\begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \\ 1/\sqrt{2} & -1/\sqrt{2} \end{pmatrix}$ es ortogonal ( )

3. (8 puntos). Determine la recta de mínimos cuadrados para los puntos:

   (2,3), (3,4), (4,3), (5,4), (6,3), (7,4)

4. Sea $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$, determine si la matriz A es:

a) (10 puntos). Ortogonalmente diagonalizable
b) (4 puntos). Halle una matriz semejante utilice $D = P^{-1}AP$

5. (8 puntos).Demuestre que si A es una matriz ortogonal de nxn, y **x** y **y** son vectores en R^n, entonces $(A\mathbf{x}).(A\mathbf{y}) = \mathbf{x}.\mathbf{y}$

   ✓ Se califica sobre 50 puntos

UNIVERSIDAD ICESI
EVALUACION DE ALGEBRA LINEAL
(5 quiz) 12 de noviembre de 2009

Importante:

a) Marque su nombre con lapicero en las hojas de respuestas
b) No saque apuntes, no pregunte a sus compañeros(causal de anulación)
c) Lea cuidadosamente y tenga en cuenta los signos en las operaciones.

NOMBRE:____________________________________código:___________

1. Sea $L: P_2 \longrightarrow P_3$ una transformación lineal para la cual sabemos que
   $L(1) = 1$; $L(t) = t^2$; $L(t^2)= t^3+ t$
   a) (5 puntos). Determine $L(2t^2 - 5t + 3)$
   b) (5 puntos). Determine $L(at^2 + bt + c)$

2. (6 puntos). Sea $L: P_2 \longrightarrow P_2$ definida como se indica .¿ L es una transformación lineal ? justifique su respuesta.
   $L(at^2 +bt +c) = (a +1)t^2 + (b - c)t + a + c$

3. Sea $L: R^4 \longrightarrow R^3$ definida como $L (x, y, z, w) = (x + y , z + w, x + z)$
   a) (5 puntos).Determine una base para núcleo(L)
   b) (5 puntos).Determine una base para imagen(L)
   c) (2 puntos).¿ L es uno a uno ?
   d) (2 puntos).¿ L es sobre ?

4. Sea $L: P_3 \longrightarrow P_3$ la transformación lineal definida como
   $L(at^3 + bt^2 + ct + d) = (a - b)t^3 + (c - d)t$
   a) (3 puntos). $t^3 + t^2 + t - 1$ está en el núcleo(L)
   b) (3 puntos). $3t^3 + t$ está en la imagen(L)
   c) (3 puntos). Determine una base para núcleo(L)
   d) (3 puntos). Determine una base para la imagen(L)

5. Sea $L: R^2 \longrightarrow R^3$ definida como

$$L\left(\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}\right) = \begin{pmatrix} x - 2y \\ 2x + y \\ x + y \end{pmatrix}$$

   Sean S y T las bases canónicas de R^2 y R^3, respectivamente además, sean
   $S' =\{ (1,-1), (0, 1) \}$ y $T'=\{ (1,1,0,), (0,1,1), (1,1,1) \}$
   Bases de para R^2 y R^3, respectivamente. Determine la matriz que representa a L con respecto a:
   a) (3 puntos). S y T
   b) (3 puntos). S' y T '
   c) (2 puntos). Calcule L ((1,2))

✓ Se califica sobre 50 puntos

UNIVERSIDAD ICESI
EVALUACION DE ALGEBRA LINEAL
SUPLETORIO SEGUNDO PARCIAL, 31 de octubre de 2009

Importante:

a) Marque su nombre con lapicero en las hojas de respuestas
b) No saque apuntes, no pregunte a sus compañeros(causal de anulación)
c) Lea cuidadosamente y tenga en cuenta los signos en las operaciones.

NOMBRE:___________________________________código:___________

1. De acuerdo a la siguiente información :

   a) (5 puntos). Determine un plano Π que pase por los puntos $P_1(1, -2,1)$; $P_2(2,1,-2)$ y $P_3(-2,-1,2)$
   b) (2 puntos). Verifique que el punto $P_o(-1,-2,3)$ pertenece o no al plano Π
   c) (4 puntos). Halle una ecuación de una recta paramétrica, paralela al plano Π y que pase por el punto $P_o(-1,-2,3)$.
   d) (4 puntos). Calcule la distancia entre la recta y el plano.(utilice vectores)

2. (8 puntos). Demuestre que

$$S= \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$$

Generan el subespacio de M_{22} formado por las matrices simétricas.

3. Considere el siguiente subespacio de P_3

   $S=\{ t^3+t^2-2t+1,\ \ t^2+1,\ \ t^3-3t,\ \ 2t^3+t^2-4t+3 \}$

   a) (4 puntos). Determine una base para el subespacio W= gen S
   b) (2 puntos). Cuál es la dimensión de W.

4. Para el subespacio de R^4, que consiste en todos los vectores de la forma $(a+c\ ,\ -a+b\ ,\ -b-c\ ,\ a+b+2c)$ Determine:

   a) (4 puntos). una base para el espacio nulo de A
   b) (2 puntos). La nulidad de A y el rango de A
   c) (5 puntos). una base ortonormal

5. (10 puntos). Si H y W son dos subespacios vectoriales de V , demuestre que $H \cap W$ Es también un subespacio vectorial de V y de un ejemplo.

✓ Se califica sobre 50 puntos