ANÁLISIS DE UNA SECUENCIA DIDÁCTICA PARA PROMOVER EL APRENDIZAJE DE LA ESTRUCTURA MULTIPLICATIVA MEDIANTE LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS, EN ESTUDIANTES DE QUINTO DE PRIMARIA DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA TÉCNICA DE COMERCIO SIMÓN RODRÍGUEZ, SEDE MARÍA PANESSO

CONSUELO BALTÁN CAICEDO

UNIVERSIDAD ICESI
ESCUELA DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN
SANTIAGO DE CALI
JULIO DE 2017

ANÁLISIS DE UNA SECUENCIA DIDÁCTICA PARA PROMOVER EL APRENDIZAJE DE LA ESTRUCTURA MULTIPLICATIVA MEDIANTE LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS, EN ESTUDIANTES DE QUINTO DE PRIMARIA DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA TÉCNICA DE COMERCIO SIMÓN RODRÍGUEZ, SEDE MARÍA PANESSO

Proyecto de grado para optar al título de
MAGÍSTER EN EDUCACIÓN

CONSUELO BALTÁN CAICEDO

Directora
SANDRA PATRICIA PEÑA

UNIVERSIDAD ICESI
ESCUELA DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN
SANTIAGO DE CALI
JULIO DE 2017

DEDICATORIA

Dedico este trabajo de grado en primer lugar a Dios, porque a pesar de todos los inconvenientes de salud que he tenido en la vida, siempre está presente en los momentos de alegría y también de tristeza. Sin él no hubiese podido terminar esta maestría. Gracias padre amoroso por ayudarme a cumplir esta meta de mi vida profesional.

En segundo lugar, se la dedico a mi madre, Ricardina Caicedo; mi hermana, Amparo Baltán, y mi abuela, Francisca Baltán, quienes partieron de este mundo, pero siempre me acompañan como ángeles de la guarda y porque ante las derrotas siempre encontré su voz de aliento para seguir adelante, con la frase: “Caerse está permitido, pero levantarse es tu obligación”

Y en tercer lugar, a mi familia quienes siempre me han apoyado incondicionalmente.

AGRADECIMIENTOS

Agradezco a todas las personas que me brindaron su mano para que yo siguiera adelante. A mi papá, a mi hermana Nancy, a mis hermanos Ricardo, Luis, Armando, Albeiro, Alfonso, a mis sobrinas Adriana, María Isabel, Dayana, a mis sobrinos Rodrigo, Diego, Jhon Anderson, Kevin, Sebastián, Michael, a mi prima Claudia, y a mis tías Margarita, Rosana y Natacha. A mis cuñadas, Eva, Fernanda y Soledad, porque siempre han estado ahí en los momentos más importantes de mi existencia dándome aliento para no dejarme abatir.

Agradezco a la rectora de mi Institución Educativa Técnica de Comercio Simón, Rodríguez Isabel Cristina Reyes; a los coordinadores, Rosita Arango y Carlos Segura; a las docentes, Cecilia y Elizabeth, porque sin su apoyo no hubiese asistido a las clases en la Universidad Icesi.

A los 44 estudiantes del grupo 5-4 que aceptaron la participación en la secuencia didáctica “Vámonos de compras a la tienda de Simón”, siempre los llevaré en mi corazón, porque compartieron conmigo tres años lectivos; también a los padres de familia, pues sin su apoyo no se hubiese logrado este trabajo de grado.

Finalmente, gracias a los compañeros de la maestría de los grupos 3 y 4, en especial a Liliana, compañera de mi institución y una mujer de quien siempre recibí frases de aliento y apoyo incondicional. A Maritza, otra compañera que fue mi bastón en momentos en que me sentí sola. A Duvier, quien a pesar de los problemas siempre está dispuesto a seguir adelante. A Blass, Roberto y James por su amistad y por estar pendientes de mí. También a los profesores de la Universidad Icesi, de quienes aprendí para mi vida profesional y personal. Entre ellos, mi directora de trabajo de grado, Sandra Patricia Peña, gracias por su paciencia; José Darwin, Hoover, Armando, Oscar, Rubén Darío, Maribel, Andrea, Jhony, Arismendi, Bernardo y Freddy. Además, agradezco a la señora Sandra Villegas, correctora de estilo, quien con su orientación y colaboración me ayudó a la culminación de este trabajo de grado.

TABLA DE CONTENIDO

LISTA DE IMÁGENES

Pág.

LISTA DE CUADROS

Pág.

LISTA DE GRÁFICOS

RESUMEN

Este trabajo presenta el diseño, la implementación y el análisis de una secuencia didáctica orientada a estudiantes de quinto grado de primaria de la Institución Educativa Técnica de Comercio Simón Rodríguez, sede María Panesso, de la ciudad de Cali. Se espera recoger evidencia sobre la manera en que los estudiantes de quinto de primaria se aproximan a la comprensión del objeto matemático de estructuras multiplicativas, en tareas de resolución de problemas. Para llevar a cabo este trabajo se realizó una investigación mixta que involucra los enfoques cuantitativo y cualitativo en la recolección, organización, análisis e interpretación de los datos que se obtuvieron durante la implementación de la secuencia didáctica.

El problema de investigación se determinó a partir de los resultados de desempeño débil en la resolución de problemas de la Prueba Saber del año 2015. Además de las observaciones que realizó la docente directora del grupo 5-4, pues los estudiantes, al enfrentar un problema matemático de estructura multiplicativa, en su gran mayoría, no se atrevían a resolverlo.

La secuencia didáctica (SD) consta de tres grandes momentos, como son: un primer momento de sensibilización, en el que los estudiantes observaron el video "El puente" y expresaron cuál era la actitud ante un problema de su vida académica o cotidiana. Luego resolvieron individualmente una prueba diagnóstica con tres problemas de estructura multiplicativa (isomorfismo de medidas, proporcionalidad inversa y comparación). Un segundo momento, en el que los estudiantes resolvieron una serie de tareas matemáticas, presentadas en orden de complejidad creciente. Algunas tareas matemáticas fueron resueltas en forma grupal y otras tareas de manera individual. Y el tercer momento fue la evaluación de la secuencia didáctica por parte de los estudiantes. En esta secuencia se evidenció que los estudiantes utilizan sus propios procedimientos o estrategias de resolución para aproximarse a la comprensión de los problemas de estructura multiplicativa. El análisis de la secuencia muestra que la comprensión del objeto matemático de estructura multiplicativa, se desarrolla a través de etapas y permite que los docentes observemos cómo comprenden los estudiantes este objeto matemático mediante la resolución de problemas de la vida académica y cotidiana.

Palabras claves: estrategias de resolución de problemas, tareas matemáticas, pensamiento numérico, estructura multiplicativa, isomorfismo de medidas, proporcionalidad.

ABSTRACT

This paper presents the design, implementation and analysis of a didactic sequence aimed at fifth grade students of the Technical Education Institute of Commerce Simón Rodríguez, Maria Panesso, in the city of Cali. It is hoped to gather evidence on how fifth-grade students approach the understanding of the mathematical object of multiplicative structures in problem-solving tasks. In order to carry out this work a mixed research was carried out that involves the quantitative and qualitative approaches in the collection, organization, analysis and interpretation of the data that were obtained during the implementation of the didactic sequence.

The research problem was determined from the results of weak performance in the problem solving of the Saber Test of the year 2015. In addition to the observations made by the teacher director of the group 5-4, because the students, when facing a problem Mathematician of multiplicative structure, for the most part, did not dare to solve it.

The didactic sequence (SD) consists of three great moments, such as: a first moment of sensitization, in which the students observed the video "The bridge" and expressed what was the attitude to a problem of their academic or daily life. They then individually solved a diagnostic test with three problems of multiplicative structure (measures isomorphism, inverse proportionality and comparison). A second moment, in which the students solved a series of mathematical tasks, presented in order of increasing complexity. Some mathematical tasks were solved in group form and other tasks individually. And the third moment was the evaluation of the didactic sequence by the students. In this sequence it was evidenced that the students use their own procedures or strategies of resolution to approach the understanding of the problems of multiplicative structure. The analysis of the sequence shows that the understanding of the mathematical object of multiplicative structure is developed

through stages and allows teachers to observe how students understand this mathematical object by solving problems of academic and everyday life.

Keywords: problem solving strategies, mathematical tasks, numerical thinking, multiplicative structure, measures isomorphism, proportionality.

INTRODUCCIÓN

A lo largo de la historia, la resolución de problemas se ha convertido en una de las competencias más relevantes en el área de Matemáticas. Sin embargo, un alto porcentaje de estudiantes no resuelven problemas matemáticos, y esto se refleja en las Pruebas Saber del grado 5º, de acuerdo con la cartilla Siempre Día E, en el informe por colegio de 2016. En este informe se muestra que el 51% de los estudiantes del grado 5º de primaria de la Institución Educativa Técnica de Comercio Simón Rodríguez no contestaron correctamente las preguntas correspondientes a la competencia de resolución. Además, el 57% de los estudiantes no resolvieron ni formularon problemas sencillos de proporcionalidad directa e inversa.

Como docente de educación primaria, es preocupante observar esta situación, la cual da pie para entender que algo sucede en el pensamiento de los estudiantes que no les permite ser eficaces resolviendo los problemas.

Lo anterior se puede evidenciar en los resultados de las Pruebas Saber de la Institución Educativa Técnica de Comercio Simón Rodríguez, sede María Panesso, en la cual laboro y donde en las pruebas de matemáticas los estudiantes de quinto grado de primaria en el año 2015 obtuvieron un desempeño débil en la competencia de planteamiento y resolución de problemas.

Esta situación hace que reflexione sobre mi práctica pedagógica y me motiva a investigar sobre cómo aprenden los estudiantes los conceptos u objetos matemáticos y cómo se puede contribuir a que ellos logren una mayor comprensión que los lleve a reflexionar y autoevaluar sus propios procedimientos, estrategias y, por ende, sus aprendizajes.

Por lo tanto, teniendo en cuenta las bases filosóficas de la didáctica de la matemática, en este trabajo de investigación se optó por la teoría pragmática, considerada por D'Amore (2001) más cercana a la realidad del proceso empírico de enseñanza-aprendizaje. De esta manera, la actividad didáctica se centra en el aprendizaje del estudiante, asumiendo este un papel más protagónico en su aprendizaje.

Cuando un estudiante se ha apropiado de una cultura matemática, como lo proponen la Administración Nacional de Educación Pública (ANEP) y la Gerencia de Investigación y Evaluación (2004), es una persona "que analiza, razona y comunica ideas de manera efectiva al plantear, formular, resolver e interpretar problemas matemáticos en variedad de situaciones" (p. 5). Es así que en los resultados de este trabajo se hace evidente el uso de estas representaciones y estrategias por parte de los estudiantes para resolver los problemas matemáticos de la secuencia didáctica. Para ello, los estudiantes cuentan con herramientas cognitivas que los llevan a debatir, discernir y aprender en relación con los otros, ya que el aula de clase les proporciona un espacio para investigar y se convierte en una oportunidad para reestructurar sus aprendizajes previos.

En este trabajo se realiza una revisión bibliográfica en cuanto a teorías y trabajos de investigación que han abordado el tema de resolución de problemas de estructura multiplicativa, los cuales permiten vislumbrar aportes y hallazgos relevantes sobre cómo aprenden los niños los conceptos u objetos matemáticos, y cómo se puede contribuir desde el proceso enseñanza-aprendizaje al logro de una mayor comprensión del tema de resolución de problemas matemáticos de estructura multiplicativa. Es así como se propone una secuencia didáctica, que es implementada y cuyos resultados dan cuenta de aquellos elementos de la práctica docente que favorecen el aprendizaje de la matemática en primaria, específicamente de la operación multiplicativa.

1. FORMULACIÓN DEL PROBLEMA

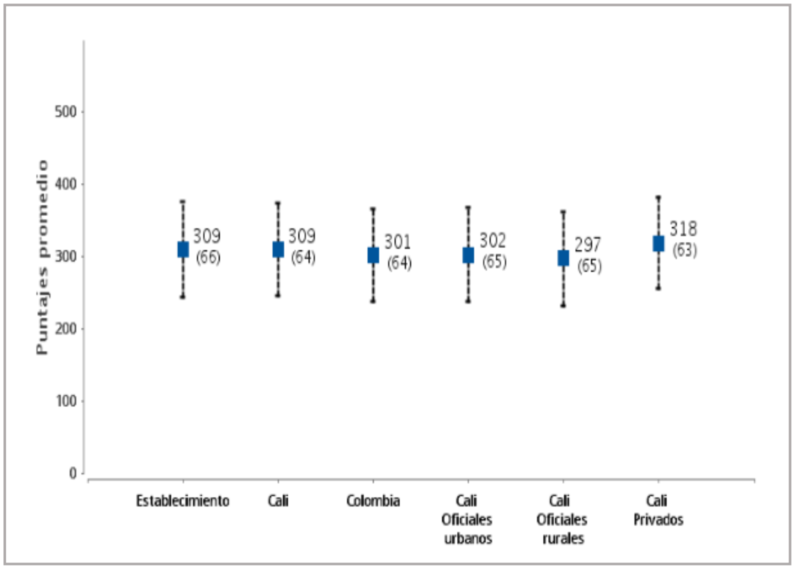
Cuando un estudiante de educación primaria no comprende los problemas matemáticos a los que se ve enfrentado en el aula, es muy probable que esto se convierta en una problemática que afectará sus aprendizajes posteriores. Frecuentemente se encuentra que los estudiantes en distintos niveles de escolaridad no han encontrado sentido a los problemas matemáticos; es decir, los problemas no son significativos para ellos y no ven una utilidad de las matemáticas en el contexto en el que se hallan. Por lo tanto, no se han apropiado de una cultura matemática.

Los resultados de las Pruebas Saber del año 2015 en el área de Matemáticas del grado quinto de la Institución Técnica de Comercio Simón Rodríguez, sede María Panesso, muestran un desempeño mínimo en la competencia de planteamiento y resolución de problemas. Aunque no se especifica en qué tipos de problemas, es primordial indagar cuáles factores en el proceso enseñanza-aprendizaje no están permitiendo que los niños logren una mayor comprensión en este objeto matemático como es la resolución de problemas de estructura multiplicativa.

1.1 Resultados del desempeño institucional

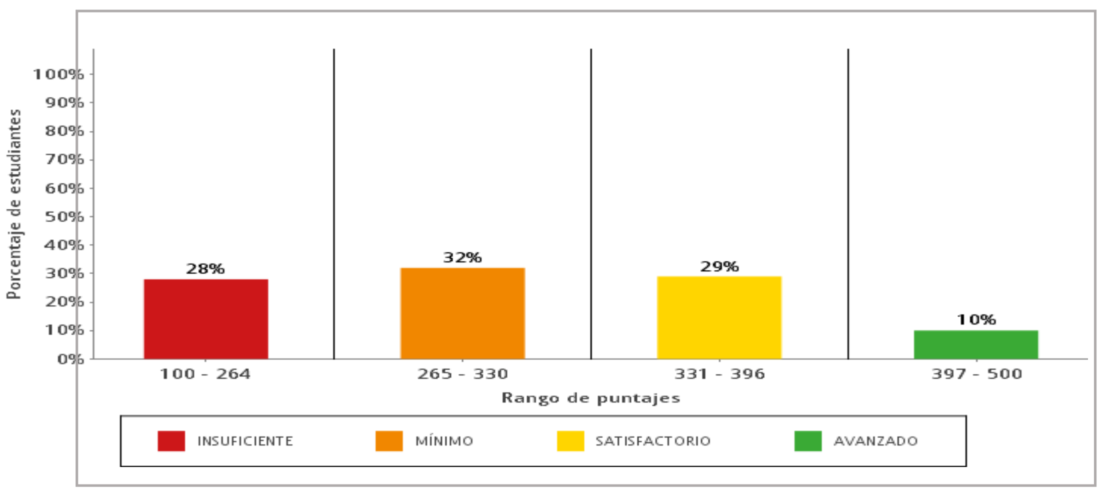
Con relación al componente Desempeño institucional, se comparan los puntajes obtenidos en la institución con respecto a la media nacional. En el grado quinto, en Matemáticas, el colegio obtuvo 309 puntos, y la media en Colombia es de 301. Se debe tener en cuenta que la escala de valores es de 100 a 500, siendo 500 el promedio más alto (Gráfico 1), lo que indica que el colegio aunque tiene un promedio superior a la media a nivel nacional, su puntaje se encuentra en el rango mínimo, como se evidencia en la Gráfico 2.

Gráfico 1. Puntaje promedio del establecimiento educativo, con relación a la entidad territorial certificada (ETC), el país y los tipos de establecimientos



Fuente: Ministerio de Educación Nacional - Icfes (2016).

Gráfico 2. Desempeño institucional



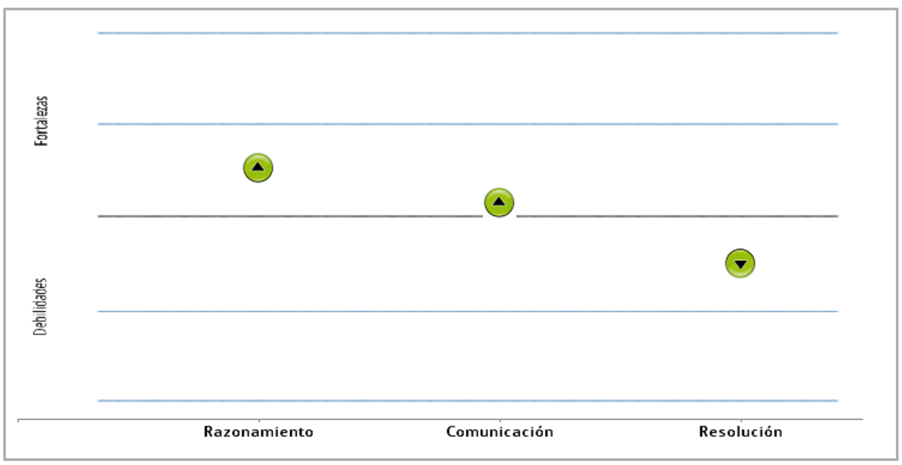
Fuente: Ministerio de Educación Nacional - Icfes (2016).

1.2 Resultados del grado quinto de primaria en el área de Matemáticas

En comparación con los establecimientos que presentan un puntaje promedio similar al de la Institución Técnica de Comercio Simón Rodríguez, sede María Panesso, en el área y grado evaluado, nuestro establecimiento, de acuerdo con el Ministerio de Educación Nacional (2016), es:

- Fuerte en razonamiento y argumentación.
- Fuerte en comunicación, representación y modelación.
- Débil en planteamiento y resolución de problemas (Gráfico 3).

Gráfico 3. Resultados del grado quinto de primaria en el área de Matemáticas

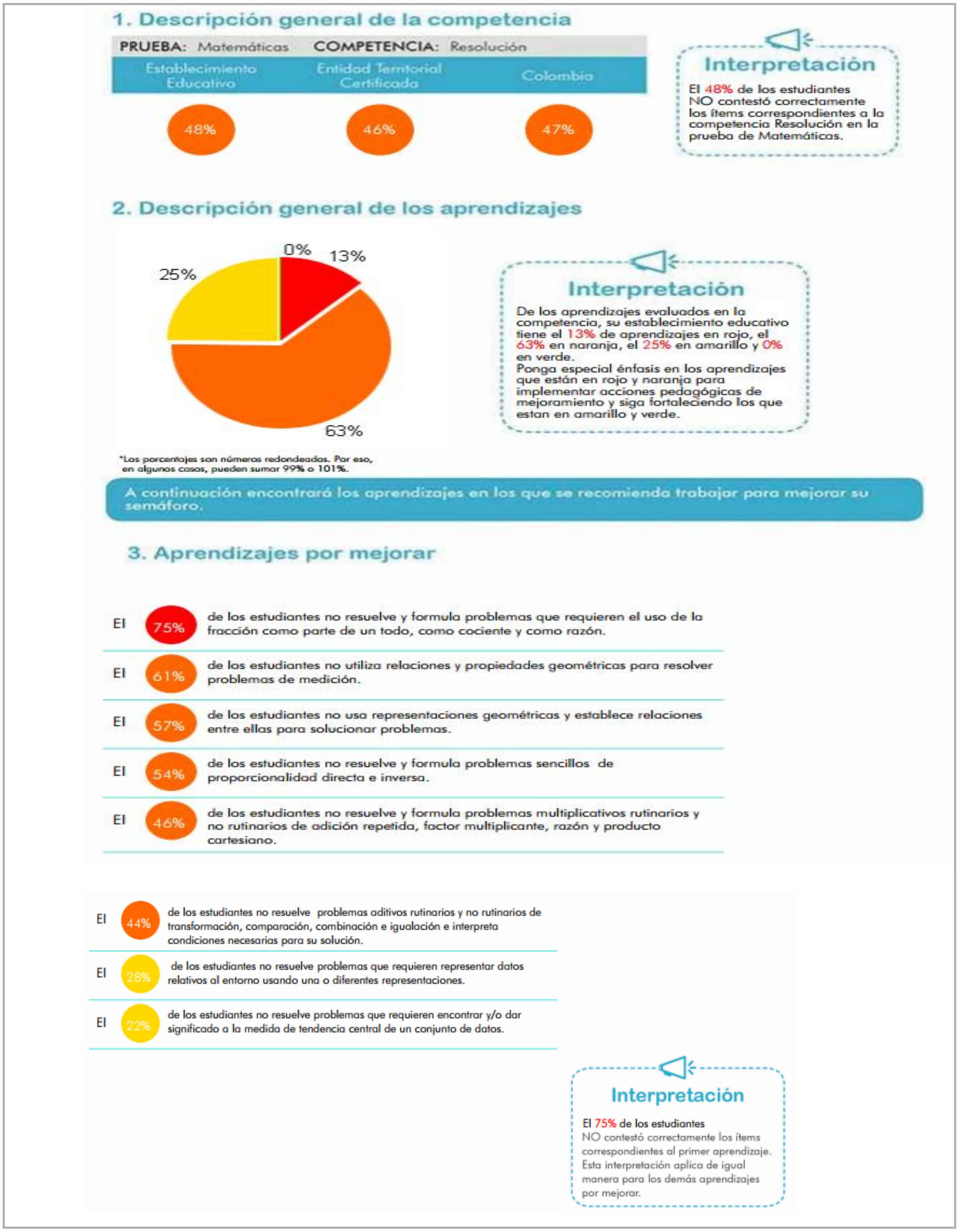


Fuente: Ministerio de Educación Nacional - Icfes (2016).

1.3 Descripción general de la competencia

En la Gráfico 4 se describe el desempeño en cuanto a planteamiento y resolución de problemas y se presentan el análisis y las recomendaciones para mejorar dicha competencia (Ministerio de Educación Nacional, 2016).

Gráfico 4. Descripción general de la competencia



Fuente: Ministerio de Educación Nacional (2016).

1.4 Índice Sintético de Calidad Educativa (ISCE)

En cuanto al Índice Sintético de Calidad Educativa (ISCE), conformado por cuatro componentes: Eficiencia, Ambiente escolar, Progreso y Desempeño (Gráfico 5), la Institución Educativa Técnica de Comercio Simón Rodríguez debe mejorar el desempeño académico en los grados tercero y quinto de primaria, dado que presentan niveles bajos de desempeño en dos áreas fundamentales: Matemáticas y Lenguaje. De ahí que uno de los cuatro componentes, la Eficiencia, que se mide en relación con las Pruebas Saber, contribuye a bajar el ISCE de esta institución (Colombia Aprende, s.f.).

Gráfico 5. Reporte de excelencia 2016 Institución Educativa Técnica de Comercio Simón Rodríguez

Fuente: ISCE de la Institución Educativa Simón Rodríguez, marzo 2016 (Colombia Aprende, s.f.).

De acuerdo con los resultados anteriormente mencionados, esta investigación se orientará al diseño de una secuencia didáctica basada en tareas de resolución de problemas de estructura multiplicativa, que involucra problemas de multiplicación y división. Por consiguiente, si como docentes investigamos cómo el estudiante construye el concepto de estructura multiplicativa y cuáles son sus avances y retrocesos, al finalizar se pueden extraer conclusiones que contribuyan no solo a mejorar la práctica pedagógica, sino a que el estudiante reconstruya conceptos y pueda comunicarlos a sus compañeros.

Es por ello que este trabajo de investigación está enmarcado en el pensamiento numérico, el cual Castro (2008) considera que "trata de aquello que la mente puede hacer con los números" (p. 1). Dicho pensamiento estará más desarrollado cuanto más compleja sea la acción que realice el sujeto con el mismo. A su vez, esta autora considera que el pensamiento numérico se complementa con el pensamiento relacional, el pensamiento cuantitativo flexible y el sentido numérico. En esta vía, es necesario conocer los dispositivos y modos en los que se puede potencializar el pensamiento numérico desde una perspectiva en la que los estudiantes se comprometan activamente con su propio aprendizaje.

Atendiendo las anteriores consideraciones, este trabajo pretende determinar **¿De qué manera la implementación de una secuencia didáctica basada en la resolución de problemas promueve el aprendizaje de la estructura multiplicativa en estudiantes de quinto de primaria de la Institución Educativa Técnica de Comercio Simón Rodríguez?**

2. JUSTIFICACIÓN

Como docentes de básica primaria, la resolución de problemas es una de las competencias más importantes en el área de Matemáticas, por cuanto involucra todos los tipos de pensamiento (numérico, aleatorio, variacional, métrico, espacial) de esta área en todos los grados de escolaridad.

El desempeño de los estudiantes durante la resolución de problemas permite hacer evidente si han comprendido o no un determinado concepto matemático. Por otro lado, la resolución de problemas contribuye a que los estudiantes puedan hacer uso de sus propios recursos o procedimientos, a manera de estrategias, con los cuales pueden fortalecer el pensamiento matemático; además, se puede generar un aprendizaje autónomo y colaborativo entre los estudiantes, resolviendo problemas académicos y de su contexto social.

Resolver problemas es, en cierta forma, hacer matemáticas. Es decir, cuando los individuos se enfrentan a un problema matemático deben recurrir a sus propias estrategias, habilidades y destrezas, saber comunicar y argumentar la manera en que han realizado un determinado procedimiento.

En este sentido, Duval (citado por D'Amore, 2001, p. 30), considera que no existe noética (adquisición conceptual) sin semiótica (representación realizada por medio de signos), y viceversa. De esta manera, cuando los estudiantes tienen capacidad de representar conceptos y convertir la representación de un registro en otro, pueden comprender los tipos de relaciones que se establecen entre las cantidades de unos problemas y no temen proponer diferentes medios o estrategias para resolverlo.

En las matemáticas existen diversos problemas tanto de estructura aditiva (combinación, igualación, comparación, transformación) como de estructura multiplicativa (isomorfismo de medidas, producto de medidas, producto cartesiano, proporcionalidad, comparación). Pero en la escuela, por lo general, se trabaja un solo tipo de estructura, ya sea aditiva o multiplicativa.

Cuando los estudiantes deben resolver problemas que involucran otra estructura diferente a la que han practicado en la escuela, se “bloquean” y, al no comprender el problema ni la estructura del mismo, terminan aplicando cualquier operación, sin reflexionar, cuestionarse o analizar, porque para ellos lo importante es terminar o salir del paso lo más rápido posible.

Vale la pena reflexionar cuando en el aula de clase los estudiantes deben resolver problemas matemáticos, y esperamos que ellos sigan “el paso a paso” para llegar a una determinada solución, cuando en realidad al enfrentarse ante un problema matemático, no saben cómo proceder porque no han comprendido qué tipo de estructura posee el problema. A su vez, para resolver un problema, el estudiante necesita leer y comprender el enunciado del problema (el lenguaje propio de las matemáticas), además debe hacer uso de herramientas (destrezas, habilidades, estrategias) que le permitan resolver los diferentes tipos de problemas que enfrente.

Se puede afirmar, entonces, que el dominio de las cuatro operaciones básicas (suma, resta, multiplicación y división) no garantiza el éxito para enfrentarse a un problema matemático, puesto que el estudiante debe saber qué tipo de estructura presenta el problema para, de esta manera, aplicar las estrategias que estime convenientes.

La resolución de problemas matemáticos contribuye a una mayor capacidad en cada individuo para razonar, reflexionar y crear, ya que un individuo que resuelve problemas matemáticos tiene la capacidad de tomar decisiones en todos los aspectos de su vida cotidiana (familia, trabajo, proyecto de vida). Es este sentido, Ayllon, Gómez y Ballesta (2016) consideran que “la resolución de problemas es un componente básico para el aprendizaje y para la adquisición de conocimiento. (…) por lo tanto, resolver un problema es un desafío para desarrollar la creatividad y las habilidades matemáticas” (p. 172).

En este orden de ideas, la resolución de problemas matemáticos es uno de los temas que están presentes a lo largo de la escolaridad y en la vida cotidiana de todo individuo, es decir, los problemas matemáticos forman parte de la vida de cada persona; sin embargo, se necesitan herramientas, habilidades, destrezas y, por qué no, estrategias para enfrentarlos comprensivamente, sin temor.

Por lo tanto, abordar la resolución de problemas de estructura multiplicativa es un tema relevante, porque permite no solo evidenciar las dificultades que presentan los estudiantes de quinto grado de primaria de la Institución Educativa Técnica de Comercio Simón Rodríguez, sede María Panesso, cuando se enfrentan a problemas de esta clase, sino contribuir al logro de un mejor desempeño en el área de Matemáticas desde el diseño de una secuencia didáctica.

3. OBJETIVOS

3.1 Objetivo general

Analizar la manera como una secuencia didáctica promueva el aprendizaje de la estructura multiplicativa mediante la resolución de problemas, en estudiantes de quinto de primaria de la Institución Educativa Técnica de Comercio Simón Rodríguez, sede María Panesso.

3.2 Objetivos específicos

- Diseñar una secuencia didáctica que promueva el aprendizaje de la estructura multiplicativa mediante la resolución de problemas, en estudiantes de quinto de primaria de la Institución Educativa Técnica de Comercio Simón Rodríguez, sede María Panesso.
- Implementar la secuencia didáctica que promueva el aprendizaje de la estructura multiplicativa en estudiantes de quinto de primaria de la Institución Educativa Técnica de Comercio Simón Rodríguez, sede María Panesso.
- Establecer la manera como la secuencia didáctica implementada, promueve el aprendizaje de la estructura multiplicativa mediante la resolución de problemas, en estudiantes de quinto de primaria de la Institución Educativa Técnica de Comercio Simón Rodríguez, sede María Panesso.

4. SUPUESTOS

- Dada la dificultad que presentan los estudiantes de quinto de primaria de la Institución Educativa Técnica de Comercio Simón Rodríguez, sede María Panesso, en la resolución de problemas matemáticos, la implementación de una secuencia didáctica basada en resolución de problemas permitirá promover el aprendizaje de la estructura multiplicativa.
- Los estudiantes de quinto de primaria de la Institución Educativa Técnica de Comercio Simón Rodríguez, sede María Panesso, utilizan estrategias de resolución de problemas como una manera de aproximarse a la comprensión de un problema de estructura multiplicativa.

5. MARCO TEÓRICO

En este capítulo se presentan los conceptos y las teorías en las que se sustenta este trabajo de investigación. Una vez definida la postura epistemológica pragmático-antropológica, en la cual se enmarca este trabajo de investigación, se revisó la teoría relacionada con el objeto matemático (estructuras multiplicativas) desde el aporte teórico de los *Lineamientos curriculares* del Ministerio de Educación Nacional (1998), los *Estándares básicos de competencias* (Ministerio de Educación Nacional, 2006) las *Orientaciones didácticas para el desarrollo de competencias matemáticas,* de García, Coronado y Giraldo (2015), y el concepto de campos conceptuales de Vergnaud (1990), entre otras.

Adicional a lo anterior, se deben tener en cuenta algunos aspectos relevantes a la hora de abordar en el aula de clase el objeto matemático de estructuras multiplicativas, es decir, cómo convertir "ese saber sabio" (estructuras multiplicativas) en "saber enseñable" a través de situaciones problemáticas que involucren el contexto de las matemáticas, la vida cotidiana o los problemas de otras ciencias.

5.1 Las matemáticas en los lineamientos curriculares

Las matemáticas son esenciales para el desarrollo de la ciencia, la tecnología, y por ende, para asumir los nuevos retos del siglo XXI. Además, contribuyen a la formación de ciudadanos responsables, autónomos y diligentes frente a situaciones y decisiones de la vida. De esta forma, en los lineamientos curriculares (MEN, 1998) se establece que "el aprendizaje de las matemáticas debe posibilitar al estudiante la aplicación de sus conocimientos fuera del ámbito escolar" (pp. 16-18). Es decir, el estudiante debe tomar decisiones, enfrentarse y adaptarse a situaciones nuevas, exponer sus opiniones y ser receptivo a las de los demás. Se puede decir, entonces, que los estudiantes se hacen competentes cuando pueden aplicar lo que saben en diversas situaciones de su vida cotidiana, ya que hacen un uso social de las matemáticas.

5.2 Las matemáticas desde el enfoque pragmático-antropológico

Dado que este trabajo de investigación pretende determinar en qué medida la implementación de una secuencia didáctica basada en la resolución de problemas promueve el aprendizaje de la estructura multiplicativa en estudiantes de quinto de primaria de la Institución Educativa Técnica de Comercio Simón Rodríguez, se asume desde la epistemología pragmático-antropológica.

D'Amore (2001) considera que en esta epistemología los objetos matemáticos son símbolos de una unidad cultural que emerge de un sistema de utilizaciones que caracterizan las pragmáticas humanas. Los objetos matemáticos se pueden modificar en el tiempo, según las necesidades. A su vez, el significado de tales objetos depende de los problemas que se enfrentan en matemáticas y de los procesos de resolución. Por lo tanto, esta postura antropológica se encuentra muy cercana al proceso de enseñanza-aprendizaje, ya que los aprendizajes son situados, es decir, se encuentran contextualizados.

Es así que este trabajo se aborda desde la teoría pragmática, puesto que los estudiantes resuelven problemas desde su cotidianidad, lo que les permite hacer un uso social de las matemáticas para que comprendan que estas les proporcionan herramientas para desenvolverse en su vida diaria. En efecto, Godino, Batanero y Font (2004) consideran que un sujeto comprende un determinado objeto matemático cuando lo usa de manera competente en diferentes prácticas. De hecho, los aportes de los estudiantes en la resolución de problemas tienen validez y relevancia en el aula de clase, por lo tanto, no hay absolutismo del conocimiento matemático.

Por lo anterior, no se optará por la teoría realista, en donde se asume una visión platónica de los objetos matemáticos, en la que "las nociones, estructuras, etc., tienen una existencia real que no depende del ser humano, dado que pertenecen al dominio ideal, “conocer” es “descubrir” entes y sus relaciones en tal dominio” (D’Amore, 2001, p. 4). Es decir, en esta postura epistemológica, el conocimiento matemático es absoluto, no modificable por la experiencia humana. En esta teoría los estudiantes deben aprender de memoria y el contexto no es tan relevante.

De acuerdo con la epistemología pragmática, se asumirá el concepto de objeto matemático de Chevallard (1991, citado por D’Amore y Godino, 2007), quien lo define como un emergente de un sistema de praxis donde se manipulan objetos materiales que se descomponen en diferentes registros semióticos: registro oral, de las palabras o de las expresiones pronunciadas; registro gestual y dominio de las inscripciones (gráficas, fórmulas, cálculos…). El objeto matemático es, entonces, un emergente del sistema de praxemas.

En efecto, cuando los estudiantes han comprendido un determinado objeto matemático, es decir, se han apropiado de ese saber y pueden ver que este es necesario y se puede aplicar en la vida real en diferentes ámbitos (la escuela, el barrio, el supermercado, entre otros), se convierten en personas competentes, porque aplican lo que saben en diferentes situaciones de su vida en una forma eficiente y eficaz.

5.3 El objeto matemático de estructura multiplicativa

El objeto matemático de estructuras multiplicativas emerge cuando los estudiantes resuelven problemas en diferentes situaciones que pueden pertenecer al aula de clase, al entorno sociocultural, local, regional, nacional e internacional, a la creación de situaciones referidas a las matemáticas o a otras áreas, a la vida escolar, o a situaciones hipotéticas e incluso fantásticas, a partir de las cuales pueden pensar, formular, discutir, argumentar y construir conocimiento en forma significativa y comprensiva (MEN, 2006, p. 70). Cabe resaltar que como existen varias clases de problemas de estructura multiplicativa (isomorfismo de medida, proporcionalidad, comparación), estos pueden estar involucrados en actividades de compra-venta de útiles escolares que se venden en la papelería escolar, en la tienda escolar, o en situaciones problemáticas que se generan en las profesiones de los padres de los estudiantes (contadores, psicólogos, vendedores, etc.).

Por lo tanto, el pensamiento matemático en el cual está enmarcado este trabajo es el pensamiento numérico, y su sistema es el de los números naturales. Mcintosh (1992, citado por Ministerio de Educación Nacional, 1998) amplía este concepto al afirmar que el pensamiento numérico tiene que ver con la comprensión general que tienen las personas sobre los números y las operaciones, unida a la habilidad y a la tendencia no solo a usar esta comprensión en formas flexibles para hacer juicios matemáticos, sino a desarrollar estrategias útiles al manejar números y operaciones.

Es decir, una persona que posee buen dominio de este pensamiento adquiere destrezas y habilidades que lo facultarán para hacer uso de otros pensamientos (métrico, espacial, aleatorio, variacional) que le permiten resolver problemas de otras áreas, de su vida cotidiana y enfrentar los retos que la sociedad le presente, por cuanto tiene confianza y ha adquirido más credibilidad en sí mismo.

Para llevar a cabo el trabajo con los estudiantes, se partirá del concepto de transposición didáctica de Chevallard (1998), quien lo considera "la transformación de un contenido de saber preciso en una versión didáctica de ese objeto de saber" (p. 16). Godino, Batanero y Font (2004), por su parte, señalan que "la transposición didáctica hace referencia al cambio que el conocimiento matemático sufre para ser adaptado como objeto de enseñanza".

En este sentido, Godino, Batanero y Font (2004) retoman el objeto matemático de estructuras multiplicativas desde los aportes realizados por Vergnaud (1990), quien considera que un campo conceptual es un conjunto de situaciones. Así, por ejemplo, el campo conceptual de las estructuras multiplicativas es el conjunto de situaciones que requiere una multiplicación, una división o una combinación de tales operaciones. Una ventaja de esta aproximación mediante las situaciones es la de permitir generar una clasificación que reposa sobre el análisis de las tareas cognitivas y en los procedimientos que pueden ser puestos en juego en cada una de ellas.

La estructura multiplicativa es relevante, por cuanto a través de estas los estudiantes pueden solucionar problemas de su vida cotidiana, medir el área del salón de clase, de la cancha, hacer un cálculo aproximado del dinero que le dan para su descanso, planificar un ahorro anual, etc. Por consiguiente, el estudiante podrá resolver tareas cada vez con mayor grado de complejidad y compartir sus procedimientos con sus compañeros, así como refutar y mejorar sus estrategias, siendo esta una forma de reflexionar sobre su propio aprendizaje, es decir, hacer una metacognición.

Como lo consideran Pozo, Puy, Domínguez, Gómez y Postigo (1994, citados por Juan-Llamas y Viuda-Serrano, 2013), “la vida cotidiana a diferencia del aula, no está compartimentada en áreas de saber. Es uno mismo quien debe establecer las diferencias en el tratamiento que requiere cada problema” (p. 25).

5.3.1 La estructura multiplicativa desde el pensamiento numérico

El objeto matemático de estructuras multiplicativas enfocado desde el pensamiento numérico ha sido abordado por varios autores, sin embargo, Castro (2008) es quien proporciona elementos primordiales para tener en cuenta en el proceso de enseñanza-aprendizaje de este objeto matemático. Esta autora considera que “el pensamiento numérico es aquello que la mente puede hacer con los números”. Este se encuentra presente en todas aquellas acciones de los seres humanos que tienen relación con los números; por ejemplo, en la compra de útiles escolares, las transacciones bancarias, el mercado, etc.

Por ello, teniendo en cuenta los aportes de esta autora, es posible afirmar que el pensamiento numérico está estrechamente relacionado con otros constructos que permiten su desarrollo y lo potencian, entre ellos se encuentran: (a) el pensamiento relacional (en este el estudiante construye ideas de matemáticas desde otras más simples); (b) el pensamiento cuantitativo flexible (es la habilidad de pensar, emplear estrategias y actuar con eficacia); y (c) el sentido numérico (las personas comprenden a profundidad las relaciones entre números y operaciones, les dan diferentes usos e interpretaciones).

En consecuencia, la secuencia didáctica que se aplicará con los estudiantes de quinto de primaria de la Institución Educativa Técnica de Comercio Simón Rodríguez, sede María Panesso, tendrá como hilo conductor el proceso general de resolución y planteamiento de problemas matemáticos, por cuanto este proceso aparece vinculado a todos los pensamientos matemáticos e implica, según Godino, Batanero y Font (2004), la exploración de posibles soluciones, modelización de la realidad, desarrollo de estrategias y aplicación de técnicas. Además, como lo afirman estos autores, "los problemas aparecen primero para la construcción de objetos matemáticos y después para su aplicación a diferentes contextos" (p. 39).

5.4 Teoría de los campos conceptuales de Vergnaud

En esta investigación se tendrán en cuenta los aportes de Vergnaud (1990), quien distinguió dos grandes categorías de relaciones multiplicativas, es decir, aquellas relaciones en donde está implicada una multiplicación o división.

Una de estas categorías es el producto de medidas, que hace referencia a una relación entre tres cantidades (ternaria), en donde una es el producto de las otras dos tanto en el plano numérico como en el plano dimensional. Estos problemas son de la forma (axb=c), como por ejemplo:

- El largo de un rectángulo mide 8 cm y su altura 4 cm. ¿Cuál es la medida del área?

También los problemas de producto cartesiano, por ejemplo:

Luis tiene 5 camisas (amarilla, azul, roja, blanca y negra) y 3 pantalones (blanco, negro y azul). ¿Cuántas parejas posibles hay?

La otra categoría a la que hace referencia Vergnaud (1990) es la de isomorfismo de medidas, que es una relación entre cuatro cantidades (cuaternaria), en donde dos cantidades son medidas de un cierto tipo y el resto son de otro tipo. Pero cabe resaltar que esta estructura de isomorfismo se divide en numerosas subclases, tal como lo señala este autor:

> El isomorfismo de medidas pone en juego cuatro cantidades, pero en los problemas más simples se sabe que una de estas es igual a uno. Hay entonces tres grandes clases de problema, según que la incógnita sea alguna de las otras cantidades (p. 218).

Este autor propone los siguientes ejemplos de isomorfismo de medidas, en donde X es la incógnita:

Multiplicación

$$1 \longrightarrow a$$
$$x \longrightarrow b$$

División: búsqueda del valor unitario

$$1 \longrightarrow x$$
$$c \longrightarrow b$$

División: búsqueda de la cantidad de unidades

$$1 \longrightarrow a$$
$$x \longrightarrow b$$

En este orden de ideas, este trabajo de investigación se centra en los problemas de isomorfismo de medidas, por cuanto su estructura multiplicativa puede ir de la más simple a la más compleja. De esta manera, se construirá una secuencia didáctica en donde se aborden problemas de este tipo, además de los problemas de proporcionalidad inversa en donde también se presenta una relación entre cuatro cantidades (cuaternaria), dos cantidades son de un tipo y las otras dos son de otro tipo. Pero la dificultad de estos problemas radica en que mientras una de las medidas aumenta la otra disminuye.

5.5 El aprendizaje de las matemáticas

En relación con el aprendizaje, este trabajo de investigación tendrá en cuenta el concepto de Bolondi (2010), quien considera que el aprendizaje en matemáticas es el resultado de procesos complejos que requieren un trabajo en el que se entrelazan las interacciones tanto con el docente como con los compañeros; pero también momentos de reflexión y de reelaboración personal, construcciones metódicas y saltos en lo desconocido, memoria y fantasía.

Este tipo de aprendizaje faculta a los estudiantes para compartir sus conocimientos con los otros miembros de la comunidad escolar, así pues, como lo expresa Sfard (2008), con la nueva metáfora de participación el estudiante se ve como un aprendiz que forma parte de un aula de clase, en donde realiza aportes a sus compañeros, comparte saberes, no teme equivocarse, interactúa con su docente, se convierte en un sujeto que resuelve problemas de forma autónoma, asume los problemas matemáticos como un reto, propone soluciones y se siente protagonista en su proceso de aprendizaje.

5.5.1 Tipos de aprendizaje según Fandiño

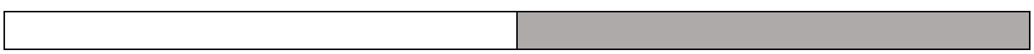
Los tipos de componentes para aprendizaje de las matemáticas, expuestos por Fandiño (2010), que se convertirán a su vez en peldaños o procesos específicos a través de los cuales los estudiantes puedan alcanzar los procesos generales, son:

- *Aprendizaje conceptual* (noética o adquisición conceptual). Este concepto se respalda en la semiótica que es la representación de conceptos mediante sistemas de signos. Es decir, los objetos de la matemática no tienen existencia en la realidad, pero las personas debemos elegir un registro semiótico para representar dicho concepto. Por ejemplo, el objeto matemático de "mitad" puede tener diferentes representaciones:

  Registro semiótico: lenguaje (la mitad, un medio).

  Registro semiótico: lenguaje aritmético (1 sobre 2, 2 sobre 4, etc.).

  Registro semiótico: esquema pictográfico.



  Transformación de tratamiento es el paso de una representación semiótica a otra, en el mismo registro semiótico.

  Un medio = 0,5

- *Aprendizaje algorítmico* (calcular, operar, efectuar, solucionar…). Se denomina algoritmo a un grupo finito de pasos organizados de manera lógica y ordenada que permite solucionar una determinada operación. Así pues, el aprendizaje algorítmico es uno de los aprendizajes más complejos, puesto que está relacionado con los aprendizajes conceptual, estratégico y comunicacional. A través de la creación y uso de algoritmos con sentido, el individuo entra a ser parte del mundo de la matemática. Cuando el individuo usa un algoritmo sabe por qué lo hace y tiene una justificación para ello. Este aprendizaje permite a los estudiantes de cualquier nivel escolar un dominio y uso apropiado de las operaciones, en donde los algoritmos son más que acciones mecánicas que contribuyen a una reflexión crítica y analítica. Por ejemplo:

¿Cuál es el residuo de la división 6580/245? O ¿si 2 cuadernos cuestan $ 6.980, ¿cuánto valen 5 cuadernos iguales?

- *Aprendizaje de estrategias* (resolver, conjeturar, deducir, inducir…). Cuando el estudiante intenta varias resoluciones de un problema, indica que está aprendiendo matemáticas. De esta manera, las estrategias de resolución de problemas constituyen una serie de etapas o pasajes, exploración de reglas (normas, experiencias), análisis de la situación problemática desde diferentes puntos de vista, además de la creación de nuevas reglas. Por lo tanto, al solicitar a los estudiantes explicación sobre su razonamiento, las estrategias que utilizan los estudiantes para resolver un problema nos dan a entender a los docentes el grado de comprensión.

  Por ejemplo, los problemas de Gauss de calcular la suma de los 100 primeros números naturales.

  Otro ejemplo puede ser calcular el total de saludos que se pueden dar los 40 estudiantes del grado 4º.

- *Aprendizaje comunicativo* (definir, argumentar, demostrar, validar, enunciar…). Busca evidenciar la capacidad de expresar ideas matemáticas, justificando, validando, argumentando, demostrando o haciendo uso de figuras, diseños, tablas, esquemas, diagramas para comunicarse. Saber comunicar la matemática es una meta cognitiva específica, se debe elegir el tipo de lenguaje que va a comunicar la matemática. Por ejemplo: lenguaje natural, oral o escrito; lenguaje simbólico, diseños, figuras, íconos. El rigor del lenguaje matemático debe ser asimilado por el estudiante, puesto que la matemática tiene un lenguaje propio. Se puede evidenciar cuando el estudiante sabe describir una figura, dice las características de una sucesión, interpretar una figura, etc.

- *Aprendizaje y gestión de las representaciones semióticas* (tratar, convertir, traducir, representar, interpretar…). Las representaciones semióticas siempre han estado presentes en la escuela, forman parte del aprendizaje de las matemáticas y se hacen evidentes en la clase. Este tipo de aprendizaje está orientado a que el estudiante se acostumbre a ver diferentes representaciones, haciéndolo razonar, que aprenda a realizarlas correctamente sin perder el significado, por cuanto algunas veces el estudiante asigna significados diferentes a representaciones diversas de un mismo objeto matemático. Cuando se utiliza una única representación para un objeto matemático, se puede crear confusión en el estudiante.

  Por ejemplo, ver la estructura multiplicativa como una relación ternaria: axb=c, si está la relación cuaternaria de los problemas de isomorfismo de medidas:

Cuadernos		$
5	$\Rightarrow$	35.000
8	$\Rightarrow$	X

5.6 El concepto de problema matemático

En este trabajo de investigación se abordará el concepto de problema de Vila y Callejo de la Vega (2005), quienes lo definen como:

> (…) una situación planteada con finalidad educativa, que propone una cuestión matemática cuyo método de solución no es inmediatamente accesible al alumno/ resolutor o grupo de alumnos que intenta resolverla, porque no dispone de un algoritmo que relacione los datos y la incógnita o de un proceso que identifique automáticamente los datos con la conclusión, y por la tanto, deberá buscar, investigar, establecer relaciones, implicar sus afectos, etc., para afrontar una situación nueva (p. 31).

Por lo tanto, un problema debe movilizar en el estudiante las habilidades, las destrezas y las estrategias de resolución, para que a partir de ellas se pueda evidenciar la comprensión que ha alcanzado en la resolución del problema.

5.6.1 La resolución de problemas en los estándares básicos

En los *Estándares básicos de competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Competencias Ciudadanas* (MEN, 2006) se establece que al finalizar los ciclos de cuarto y quinto de primaria los estudiantes estarán en capacidad de resolver problemas en situaciones aditivas y multiplicativas; resolver y formular problemas en situaciones de proporcionalidad directa, inversa y producto de medidas; además de resolver y formular problemas cuya estrategia de solución requiera de las relaciones y propiedades de los números naturales y sus operaciones. Se considera, de esta manera, que el proceso de resolución de problemas

> (…) proporciona el contexto inmediato en donde el quehacer matemático cobra sentido, en la medida en que las situaciones que se aborden estén ligadas a experiencias cotidianas y, por ende, sean más significativas para los alumnos. Estos problemas pueden surgir del mundo cotidiano cercano o lejano, pero también de otras ciencias y de las mismas matemáticas, convirtiéndose en ricas redes de interconexión e interdisciplinariedad (MEN, 2006, pp. 52, 82).

5.6.2 Resolución de problemas matemáticos

En la resolución de problemas matemáticos lo más relevante es cuando los estudiantes hacen uso de sus propios procedimientos o estrategias de resolución. Estas estrategias permiten que los estudiantes puedan llevar a cabo un plan que los conduzca a la resolución del problema y a hacer las adecuaciones necesarias con las que puedan tomar decisiones adecuadas a lo largo del proceso de resolución. En consecuencia, se abordarán las estrategias de resolución de problemas, heurísticos o procedimientos de representación y transformación de los problemas.

Las estrategias heurísticas son aquellas operaciones mentales útiles en el proceso de resolución de problemas. Carrillo (1996, citado por Montiel, 2012), a partir de la idea de Schoenfeld, considera que "un heurístico es una insinuación o sugerencia general o estrategia, independiente de cualquier tópico particular o materia de estudio, que ayuda al resolutor a aproximarse y comprender un problema y ordenar suficientemente sus recursos para resolverlo".

El grado de complejidad de estas operaciones mentales es muy diverso, pero "resulta básico que el estudiante tenga un modelo mental de las fases del proceso de resolución de un problema, puesto que le facilitará el acercamiento al mismo" (Conde y Conde, 2005).

Algunas investigaciones sobre estrategias de resolución de problemas han hecho aportes relevantes, por ejemplo, al proceso del desarrollo del pensamiento multiplicativo de los estudiantes; en este sentido, Poveda (s.f.) considera que el pensamiento multiplicativo tiene unas etapas de desarrollo que son útiles para construir modelos mentales para aplicar al proceso de resolución de un problema.

Dado que los docentes estamos llamados a acompañar a los estudiantes durante este proceso, esta autora considera que los niños no aprenden memorizando los conocimientos que le transmite el docente. De hecho, es un error cuando como docentes hacemos que los estudiantes aprendan algoritmos (procedimientos para realizar una operación), por ejemplo, al memorizar las tablas de multiplicar para resolver el algoritmo de la multiplicación y a su vez saber multiplicar para aprender a dividir. Esto genera que nuestros estudiantes memoricen algoritmos que no tienen sentido para ellos y, en consecuencia, cuando se enfrentan a problemas matemáticos aplican cualquier algoritmo. Al respecto, Poveda (s.f.) afirma que:

> Con esta forma de proceder se ignora todo el desarrollo que tiene el estudiante, producto de estar enfrentándose continuamente a problemas propios de la vida cotidiana, aunque la escuela no haya abordado "el tema" y no se sepa las tablas; además, al priorizar la memorización de las tablas y algoritmos sobre su significado y comprensión, para muchos estudiantes resulta difícil establecer la

> conexión entre el algoritmo y el problema y las relaciones que existen entre la multiplicación y división (p. 1).

5.6.3 Niveles de comprensión de problemas de proporcionalidad simple

Según Poveda (s.f.), basándose en su propia experiencia y en los estudios realizados por Castaño (1996), entre los niveles de comprensión alcanzados por los niños en el proceso de solución de problemas multiplicativos de proporcionalidad simple, se encuentran:

1. *Resolución a través de acciones sobre objetos (representaciones enactivas)*. Los niños resuelven situaciones multiplicativas haciendo uso de objetos concretos, que les permite hacer agrupaciones o repartos equitativos.

2. *Representaciones icónicas o realistas*. Los estudiantes ya no recurren a los objetos concretos, sino a representaciones gráficas que luego los acercaran a las representaciones simbólicas.

3. *Representaciones esquemáticas*. Los estudiantes pueden ayudarse haciendo rayitas, puntos o realizando el conteo con sus dedos. Finalmente, usan números que representan las cantidades consideradas.

4. *Representaciones aditivas*. En este momento los niños dejan el apoyo visual y empiezan a representar la situación mediante estrategias aditivas. Primero, sin agrupar considerando cada sumando de forma sucesiva, y después haciendo agrupaciones.

5. *Representaciones de doble conteo*. Los niños emplean este tipo de representación cuando empiezan a considerar la relación de proporcionalidad de manera explícita, o sea que son conscientes de ella. Por lo general, este tipo de representaciones surgen en forma verbal, pero al motivar a los niños a escribir lo que piensan, les queda más fácil traducirlas en representaciones tabulares.

6. *Representaciones por duplicación*. Aquí comienza a manifestarse el pensamiento multiplicativo mediante las duplicaciones sucesivas y el apoyo en resultados parciales de las mismas.

7. *Representación multiplicativa*. Los niños logran reconocer la relación multiplicativa entre las cantidades y por ende empiezan a usar multiplicaciones parciales o las tablas de multiplicar para resolver los problemas multiplicativos. Es así como el avance en el sistema decimal de numeración los lleva a emplear la descomposición decimal para hacer cuentas.

Se debe tener presente que, por lo general, los problemas inversos tienen mayor grado de dificultad para los niños, por ello a veces emplean representaciones más elementales que en los multiplicativos directos. Por otro lado, cuando pasan a considerar cantidades de un círculo numérico mayor no solo usan estrategias que ya han superado en un círculo numérico menor, sino que el dominio que tienen sobre el sistema decimal de numeración les ayuda a definir las estrategias que van a utilizar. Es así que, dado que los algoritmos se basan en un alto dominio del sistema decimal de numeración, a los niños se les facilita hallar otros procedimientos que se acerquen más a su forma de pensar.

5.6.4 Etapas de resolución de problemas según Polya (1965)

Cuando un estudiante resuelve un problema matemático está haciendo matemáticas, en consecuencia, el estudiante adquiere una cultura matemática que le permite comunicarse en el lenguaje de las matemáticas, utilizar diferentes registros y justificar sus procedimientos. De ahí que para resolver un problema matemático se deben tener en cuenta las cuatro etapas de la resolución de un problema, planteadas por Polya (1965):

1. *Comprender el problema*. Se debe leer bien el problema y contextualizarlo, identificar los datos, la pregunta, y saber qué estructura posee el problema (aditiva, multiplicativa u otra). Esta etapa es de las más complejas, puesto que

muchas veces se busca expresar procedimientos antes de verificar si estos pueden llevarse a cabo en la naturaleza que enmarca el problema.

2. *Concebir un plan*. Identificar cuáles estrategias o procedimientos conducen a la solución del problema. El autor sugiere encontrar algún problema similar al que se confronta, para de esta forma construir conocimiento sobre lo que alguien más ha realizado.

3. *Ejecutar un plan*. Cuando se tiene claro el plan, este debe ejecutarse aplicando la estrategia seleccionada para el problema.

4. *Examinar la solución obtenida*. Es verificar la estrategia utilizada en comparación con las estrategias que han utilizado los pares, ser autocrítico y reflexionar si los procedimientos utilizados han sido acertados o no. En esta fase se procura extender la solución de un problema a tal vez algo más trascendente, es decir, es posible que la resolución de un problema sea útil para resolver otro.

5.7 Concepto de secuencia didáctica

Para llevar a cabo la intervención en el aula, se escogió la secuencia didáctica, que "es sencillamente, un conjunto articulado de actividades de aprendizaje y evaluación que, con la mediación de un docente, busca el logro de determinadas metas educativas, considerando una serie de recursos" (Tobón, Pimienta y García, 2010, p. 20).

A través de la secuencia didáctica, la educación no solo se vuelve menos fragmentada y se enfoca en metas, sino que se mejora el proceso de aprendizaje de los estudiantes. En consecuencia, vincularán sus experiencias previas con los nuevos conocimientos que vayan comprendiendo a medida que avanzan las actividades de la secuencia didáctica.

Una secuencia didáctica implica una planeación minuciosa, cuidadosa de actividades con y para los estudiantes; presenta cierta coherencia y tiene como objetivo el logro de aprendizajes significativos en los estudiantes. Esto permite entender que la secuencia didáctica puede generar al interior del aula de clase un clima de aprendizaje, en donde maestro y estudiantes reflexionan continuamente sobre el proceso de enseñanza-aprendizaje.

5.7.1 Partes de una secuencia didáctica

De acuerdo con Díaz (2013), la secuencia didáctica permite a los docentes proponer actividades organizadas y secuenciadas, en donde los estudiantes puedan desarrollar un aprendizaje significativo que contribuya a fortalecer en el aula de clases un clima de aprendizaje.

Una secuencia didáctica está compuesta por propósitos, saberes previos, actividades, recursos y evaluación:

- Los propósitos son los objetivos de aprendizaje que se desea que alcancen los estudiantes.
- Los saberes previos son los conocimientos necesarios que deben saber los estudiantes para abordar otros contenidos.
- Las actividades incluyen las tareas que los estudiantes desarrollan para construir saberes. En las actividades se deben incorporar las actuaciones del docente y las de los estudiantes en la organización de la clase.
- Los recursos pueden ser humanos, materiales (fotocopias, textos, etc.), computadores, entre otros.
- La evaluación es la sesión en la que se describen los criterios y la forma de evaluar el aprendizaje.

Si bien Díaz (2013) presenta un diseño de secuencia didáctica con sus elementos, sugiere que este diseño debe tomarse como una orientación general, puesto que cada docente es responsable y debe estructurar su trabajo acorde a su visión y propósitos educativos que desea implementar en la secuencia didáctica.

Los elementos que debe tener una secuencia didáctica, según este autor, son

- Asignatura.
- Unidad temática o ubicación del programa dentro del curso general.
- Tema general.
- Contenidos.
- Duración de la secuencia y número de sesiones previstas.
- Nombre del profesor que elaboró la secuencia.
- Finalidad, propósitos u objetivos.
- Si el profesor lo considera, elección de un problema, caso o proyecto.
- Orientaciones generales para la evaluación: estructura y criterios de valoración del portafolio de evidencias; lineamiento para la resolución y uso de los exámenes.
- Línea de secuencias didácticas: actividades de apertura, actividades de desarrollo, actividades de cierre.
- Línea de evidencias de evaluación del aprendizaje: evidencias de aprendizaje (evidencias del problema o proyecto, evidencias que se integran a portafolio).
- Recursos: bibliográficos, hemerográficos y cibergráficos.

5.8 Antecedentes de resolución de problemas de estructura multiplicativa

En cuanto a la resolución de problemas de estructura multiplicativa, se han realizado algunas investigaciones que han hecho aportes a la didáctica de la matemática. Entre estos estudios se destacan cuatro, a saber:

1. 11° Encuentro Colombiano de Matemática Educativa sobre “Procedimientos de resolución de problemas multiplicativos de isomorfismo de medidas” (García y Suárez, 2010). Esta investigación centró su interés en estudiar los procedimientos que utilizan los estudiantes de quinto grado de educación básica primaria cuando resuelven problemas multiplicativos que tienen estructura de isomorfismo de medidas.

En su investigación, los autores se basaron en el estudio acerca de la resolución de problemas de estructura multiplicativa de isomorfismo de medidas de Vergnaud (2000), el cual fue publicado en su libro *El niño, las matemáticas y la realidad*. García y Suárez (2010) consideran que este tipo de problemas de estructura multiplicativa aparecen a lo largo de la vida escolar de los estudiantes colombianos, es decir, se trabajan tanto en primaria como en secundaria. Estos investigadores, retomando los aportes de Maza (1991), estiman que la multiplicación no debe ser entendida como una suma repetida de sumandos, puesto que esta concepción genera obstáculos en el aprendizaje de los estudiantes, ya que estos no la verían como una operación binaria (que es como se define desde lo matemático), sino unitaria, lo que niega la posibilidad de la conmutatividad.

García y Suárez (2010) realizaron un estudio en el que clasificaron los trabajos analizados en dos grandes grupos:

1. Investigaciones centradas en los procedimientos que los estudiantes usan al resolver problemas de estructura multiplicativa (Almeida, 2001; Gómez y Contreras, 2009; Linares y Sánchez, 1997), que indagan sobre el actuar cognitivo frente a un problema presentado en representación verbal, tabular y/o icónica mostrando en sus resultados errores, obstáculos y niveles de complejidad analizados desde las producciones de los estudiantes de diversos grados de escolaridad. En nuestro país este tipo de cuestionamientos conceptuales que se dan a nivel internacional se han planteado en documentos como los *Lineamientos de Matemáticas* (Ministerio de Educación Nacional, 1998) y los *Estándares de competencias básicas en Matemáticas* (Ministerio de Educación Nacional, 2006), los cuales están orientados al estudio y presentación de la estructura multiplicativa en la educación básica, basándose en la idea de que es un concepto que se desarrolla y se va adquiriendo a lo largo de mucho tiempo.

2. Investigaciones que describen cómo se vive la multiplicación en la escuela, ya que su comprensión es compleja (Bello y Salazar, 2007; Rojas y Romero, 2006; Vergel, 2004;).

Sin embargo, ellos solo delimitaron su objeto de estudio a los problemas de isomorfismo de medidas. El cuestionario que se aplicó (denominado cuestionario PIM) estuvo compuesto por doce problemas multiplicativos con estructura de isomorfismo de medidas. Estos problemas fueron divididos en tres grupos, teniendo en cuenta la representación empleada para el planteamiento del enunciado, así: (a) verbal-icónica, cuatro problemas; (b) verbal-tabular, cuatro problemas; y (c) enunciado verbal, cuatro problemas. Además, se consideró la clasificación de los problemas de isomorfismo de medida.

Los investigadores concluyeron que para avanzar de la suma o la resta a una estructura más compleja, como lo es la multiplicación, se requiere un proceso mental que no se evidencia en los cuadernos de los estudiantes de la institución en la cual se llevó a cabo esta investigación. En las resoluciones de los estudiantes se presentaron más procedimientos ternarios, lo cual, según Vergnaud (2000), es una representación incorrecta de la multiplicación, puesto que los estudiantes no ven la multiplicación como una operación cuaternaria.

Entre las conclusiones de los investigadores se tiene que al resolver problemas multiplicativos de isomorfismo de medidas, los niños de quinto grado de educación básica establecen dos clases de relaciones entre los datos presentados en el enunciado: cuaternarias y ternarias. En las primeras se encontraron tres procedimientos: (a) funcional, (b) escalar y (c) iteración de unidades; los dos primeros coinciden con los planteamientos teóricos de Vergnaud (2000).

Cuando los estudiantes establecieron solo una relación ternaria fue posible identificar tres procedimientos: (a) multiplicación, (b) división y (c) suma repetida. Además, los problemas simples de división (búsqueda de la cantidad de unidades) presentaron más procedimientos correctos que los problemas simples de división (búsqueda del valor unitario).

Si bien las situaciones multiplicativas trabajadas en el aula y en los textos de apoyo del profesor son planteadas empleando enunciados verbales, los problemas de isomorfismo de medidas en los que el enunciado es presentado utilizando representaciones verbal-icónica y verbal-tabular son de más fácil comprensión para los estudiantes, de ahí que tengan mayor éxito en su solución.

Esta investigación es relevante porque contribuye a que en las instituciones educativas se trabaje la resolución de problemas de estructura multiplicativa de isomorfismo de medidas, ya que es claro que generan un cierto grado de dificultad en los estudiantes de quinto grado de primaria.

En consecuencia, cuando los estudiantes se ven enfrentados a esta clase de problemas no los resuelven, dado que ellos no se están familiarizados con esta clase de procedimientos de resolución de problemas. Por lo tanto, en el aula de clase el maestro debe propiciar espacios para que los estudiantes hagan uso de sus propios procedimientos (estrategias), los compartan con sus compañeros y, por consiguiente, puedan ser creativos a la hora de enfrentar tareas matemáticas de complejidad creciente, esto permitirá que resuelvan diferentes clases de problemas, sean estos de estructura aditiva (adición y sustracción), multiplicativa (multiplicación y división) u otros tipos de situaciones problemáticas.

2. “Resolución de problemas para el desarrollo de la competencia Matemática en Educación Infantil” (Castro, Molina, Gutiérrez, Martínez y Escorial, 2012). Los autores propusieron un taller de resolución de problemas aritméticos verbales para el desarrollo de la competencia matemática en la educación infantil. Tuvieron como referente el planteamiento sobre la competencia matemática que está basado en las pruebas externas PISA, los estándares de

procesos del Consejo Nacional de Profesores de Matemáticas (NCTM, por sus siglas en inglés) y la coherencia de estas pruebas con el currículo español de matemáticas. La competencia matemática implica resolver problemas, pensar, razonar y argumentar, comunicarse utilizando el lenguaje matemático, utilizar las representaciones y los símbolos propios de las matemáticas, elaborar e interpretar modelos, y aplicar los conocimientos y procesos matemáticos a situaciones prácticas. Tras dos sesiones del taller de problemas, con niños de 5 y 6 años resolviendo problemas de estructura multiplicativa, los autores argumentan por qué este taller es un tipo de tarea que promueve el desarrollo de la competencia matemática. Se puede decir, entonces, que cuando los estudiantes resuelven problemas van a su vez haciendo uso de diferentes registros, además de emplear un lenguaje matemático que los hará apropiarse a través de su escolaridad de una cultura matemática que les permita hablar, escribir y comunicarse en este lenguaje propio de las matemáticas.

3. Tesis de maestría en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales titulada *Estrategias didácticas que promueven el aprendizaje de la estructura multiplicativa a partir de la resolución de problemas* (Echeverry, 2013). En esta tesis el autor afirma que cuando los estudiantes del grado quinto de primaria no han realizado un proceso de aprehensión, en especial de la estructura multiplicativa, presentan dificultades tanto para resolver problemas propios del área de Matemáticas y otras ciencias como de su vida cotidiana.

   Esta investigación se llevó a cabo en la Institución Educativa Mercedes Abrego del municipio de Palmira, Valle del Cauca, con niños y niñas entre 10 y 12 años de quinto grado de educación básica ciclo de primaria. A esta comunidad educativa pertenecen los hogares de estrato 1 y 2 del barrio San Pedro.

   Se diseñó una secuencia didáctica de seis tareas matemáticas de problemas aritméticos de enunciado verbal, que evidenciaron algunas heurísticas (procedimientos), y permitieron a los estudiantes no solo analizar y solucionar problemas aritméticos de estructura multiplicativa, sino caracterizar los alcances del uso de estrategias didácticas en el aprendizaje de las matemáticas.

En esta investigación se encontró que en esta institución educativa existen algunas situaciones que contribuyen al bajo desempeño de los estudiantes del grado quinto en el área de Matemáticas, entre ellas, la dificultad para que los maestros implementen nuevas estrategias pedagógicas, y es por ello que se continúa con métodos tradicionalistas, en los que el maestro transmite conocimientos y los estudiantes no participan en su proceso de aprendizaje, pues solo realizan tareas matemáticas de reproducción que les permiten únicamente el dominio del algoritmo. Así mismo, el uso de un plan de estudios denso, basado en contenidos, y la sobrepoblación de estudiantes en el aula de clase (50 estudiantes) inciden también en el proceso enseñanza-aprendizaje.

Este trabajo de investigación arrojó unos elementos importantes para la implementación de las secuencias didácticas al interior del aula de clases, dado que la metodología que se abordó con trabajo individual, grupal y socialización de las estrategias permitió que los estudiantes corroboraran sus respuestas con las de sus compañeros. A su vez, se evidenció que algunos estudiantes tuvieron dificultad cuando trataron de argumentar o justificar sus procedimientos ante el grupo.

Esta investigación proporciona elementos básicos para el diseño de una secuencia didáctica a través de tareas matemáticas con un grado de complejidad creciente (reproducción, conexión y reflexión), como son trabajadas en las pruebas PISA. Este método permite evidenciar cómo, a través del proceso general de formulación y resolución de problemas matemáticos, se pueden movilizar aprendizajes, como el de la estructura multiplicativa, que motiven a los estudiantes a solucionar situaciones problemáticas desde las matemáticas, otras áreas del pensum académico y la vida cotidiana.

Lo anterior hace que los estudiantes se sientan parte activa del aula de clases, en donde son actores participantes que poseen una cultura matemática, porque comunican, comparten estrategias, matematizan y autoevalúan su proceso de aprendizaje; es decir, son estudiantes que proponen, creen en sí mismos y convierten el aula de clases, junto con su docente y compañeros, en un espacio para indagar, reflexionar, verificar y por ende llegar a consensos en donde todos los participantes se retroalimentan de los aportes de los demás.

4. Tesis de maestría *Procesos de razonamiento y de comprensión con respecto a la solución de problemas que involucran la estructura multiplicativa* (Rivera, 2014). La autora considera que en los primeros grados de escolaridad los estudiantes construyen sus procesos de razonamiento con respecto a la solución de problemas que involucran la estructura de tipo multiplicativo. El objetivo de la tesis era interpretar el proceso de razonamiento, los niveles y las dimensiones de la comprensión de los estudiantes del grado cuarto de primaria, al resolver problemas asociados a las estructuras multiplicativas. En esta tesis se concluye que la comprensión de los estudiantes se ubica en el nivel ingenuo y de principiante en las dimensiones de método, formas de comunicación y praxis, mientras que en la dimensión de conocimiento, en un nivel de aprendiz según sus razonamientos.

6. DISEÑO METODOLÓGICO

En este capítulo se presenta el procedimiento para la recopilación y el análisis de los datos. Inicialmente, se describe el tipo de investigación; luego se contextualiza la investigación por medio de una descripción general de la Institución Educativa Técnica de Comercio Simón Rodríguez, sede María Panesso, en donde se llevó a cabo la investigación; y finalmente, se describe la forma en que se seleccionó la muestra de los estudiantes, los instrumentos utilizados y el procedimiento de recolección.

6.1 Tipo de investigación

Esta investigación es de tipo descriptiva, por cuanto busca establecer las características de una secuencia didáctica que favorecen los aprendizajes de un objeto matemático particular. Según los aportes de Hernández, Fernández y Baptista (2006), esta investigación es de carácter mixto, puesto que en ella intervienen los enfoques cuantitativo y cualitativo. Teniendo en cuenta el enfoque cuantitativo, se plantea un problema de estudio delimitado y concreto, y utiliza la estadística descriptiva. Se hace un análisis objetivo de la realidad; es decir, este enfoque se puede evidenciar en la investigación cuando se hace el análisis porcentual de las tareas matemáticas, además se realiza un análisis objetivo del desempeño de los estudiantes.

En el enfoque cualitativo, los significados se extraen de los datos; en su proceso se puede analizar la realidad, hay riqueza interpretativa y se contextualiza el fenómeno. Es decir, este enfoque cualitativo va más allá de describir datos, por cuanto se interpretan acordes a las características del contexto social en donde se realiza la investigación. Además, este enfoque cualitativo es más interpretativo, porque va más allá de la descripción que permite la recolección, sistematización, organización y procesamiento de la información.

6.2 Contexto de investigación

La Institución Educativa Técnica de Comercio Simón Rodríguez está ubicada en el barrio El Sena, al nororiente de Santiago de Cali. Tiene una población aproximada de 2000 estudiantes, y es de carácter oficial y mixto. En ella se educan estudiantes que pertenecen al estrato socioeconómico 3 que viven en barrios aledaños a la institución.

La institución educativa cuenta con tres sedes: la sede central en donde se ofrece el bachillerato comercial en las tres jornadas; la sede Mario Lloreda en donde se ofrecen los grados de transición, primero y segundo de primaria en ambas jornadas; y la sede María Panesso en donde se ofrecen los grados tercero, cuarto y quinto de primaria en ambas jornadas.

La Institución Educativa Técnica de Comercio Simón Rodríguez orienta la educación como un proceso de calidad en formación permanente e inclusiva, desde el nivel de preescolar hasta el nivel superior, propiciando en los estudiantes ser ciudadanos dignos, autónomos y emprendedores, comprometidos con su formación académica y con las competencias para desempeñarse en la educación superior y en el mundo laboral (Institución Educativa Técnica de Comercio Simón Rodríguez, s.f.).

6.3 Sujetos de investigación y muestra

Los estudiantes que participaron en la investigación pertenecían al grupo 5-4, de la Institución Educativa Técnica de Comercio Simón Rodríguez, sede María Panesso de la jornada de la tarde. Este grupo está conformado por 44 estudiantes, 26 niñas y 18 niños. Cuyas edades oscilan entre los 10 y los 13 años de edad, pertenecen al estrato socioeconómico 3, y en su mayoría viven cerca de la institución.

Para la implementación de la secuencia didáctica se contó con la aprobación de las directivas de la institución, en representación de la señora rectora Isabel

Cristina Reyes, con la autorización de los padres de familia del grupo 5-4 y de los estudiantes de este grupo, a quienes desde el inicio de la secuencia didáctica se les dio a conocer los siguientes compromisos:

- La participación en la secuencia didáctica no es obligatoria.
- La realización de las tareas matemáticas individuales y grupales no tienen calificación alguna que modifique las notas del área de matemáticas del tercer periodo del año lectivo en curso.

La secuencia didáctica se aplicó a todo el grupo 5-4 de la Institución Educativa Técnica de Comercio Simón Rodríguez, sede María Panesso. Contó con una serie de tareas matemáticas de problemas aritméticos de enunciado verbal. Sin embargo, para la investigación y el análisis más exhaustivo se seleccionaron seis estudiantes. Los criterios para la selección fueron:

- Dos estudiantes que durante el proceso de la secuencia didáctica se destacaron porque resolvieron más del 90 % de las tareas matemáticas.
- Dos estudiantes que durante el proceso de la secuencia didáctica resolvieron el 60 % de las tareas matemáticas.
- Dos estudiantes que durante el proceso de la secuencia didáctica resolvieron el 30 % de las tareas matemáticas.

6.4 Fuentes e instrumentos de recolección de datos

6.4.1 Procedimiento

La ruta que se siguió para la recolección, organización, sistematización y análisis de los datos fue la siguiente:

1. Identificar la pertinencia de la investigación, pues la Institución Educativa Técnica de Comercio Simón Rodríguez, sede María Panesso, presentó desempeño débil en la competencia de formulación y resolución de problemas

en grado quinto, durante el año lectivo 2015 (para ver estos resultados remitirse al Gráfico 4).

2. Realizar una prueba diagnóstica que involucre tres problemas de estructura multiplicativa (isomorfismo de medidas, proporcionalidad inversa y comparación) (ver Anexo 1).

3. Diseñar la secuencia didáctica a partir de los resultados de la prueba diagnóstica (ver Anexo 2).

4. Implementar la secuencia didáctica, en la que se tenga en cuenta elementos como los objetivos de aprendizaje, las actividades a desarrollar por los estudiantes y la docente, los recursos y la evaluación (ver Anexos 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 y 12). Se describen las actividades de la secuencia didáctica.

5. Recolectar datos para el análisis. Una vez implementada la secuencia didáctica, se recopilaron, sistematizaron y analizaron los datos a través de diagramas de barras, en donde se evidenció el desempeño de los estudiantes tanto en forma individual como grupal. A su vez, se recolectaron registros audiovisuales (videos y fotografías), registro de las producciones en cuadernos y fotocopias de las actividades.

6. Definir la muestra y las tres categorías de análisis (ver Capítulo 6 de Diseño metodológico y Capítulo 8 de Resultados, respectivamente), las cuales son pertinentes, por cuanto están encaminadas a dar respuesta a la pregunta de investigación y a su vez se convierten en el insumo para el análisis de los datos.

7. Elaborar el documento escrito, en donde se consignen los momentos más relevantes en la implementación de la secuencia didáctica (esto se encuentra en el capítulo 9 de Análisis de la intervención).

7. DESCRIPCIÓN DE LA SECUENCIA DIDÁCTICA

La secuencia didáctica diseñada para este trabajo se denominó “Vámonos de compras a la Tienda de Simón” y se implementó con todo el grupo 5-4 de la Institución Educativa Técnica de Comercio Simón Rodríguez, sede María Panesso. Esta secuencia contó con una serie de tareas matemáticas de enunciado verbal. La implementación se realizó en cinco sesiones de trabajo (ver planeación y descripción general de las sesiones que componen la secuencia didáctica en Anexo 3). El procedimiento en cada sesión consistió en presentar problemas de estructura multiplicativa como: isomorfismo de medidas, proporcionalidad inversa y comparación durante la prueba diagnóstica.

Luego, los estudiantes resolvieron en forma individual pirámides de estructura aditiva y multiplicativa, las cuales consistían en completar la numeración en las piedras de las pirámides. Para lograrlo se debía tener en cuenta que el número superior se obtiene de la suma de los dos números que se encuentra debajo. En las pirámides de estructura multiplicativa, los estudiantes para obtener el número superior debían multiplicar los números que hay justo debajo. Cabe resaltar que la primera actividad de las pirámides fue de un nivel básico, mientras que las pirámides de la segunda actividad fueron de un nivel medio en cuanto a complejidad se refiere. Finalmente, resolvieron tareas matemáticas tanto en forma individual como grupal con problemas de estructura aditiva y multiplicativa que involucraban problemas de isomorfismo de medidas y proporcionalidad inversa. A continuación se describe la implementación de la secuencia didáctica.

7.1 Implementación de la secuencia didáctica

Sesión 1

En esta sesión se da inicio a la secuencia didáctica. En primer lugar, los estudiantes observan un video (“El puente”; ver Anexo 4) como sensibilización de los problemas que se presentan en la vida diaria o académica. Luego, a partir de la prueba diagnóstica, se plantean ocho sesiones individuales que involucran tareas de complejidad creciente: problemas de isomorfismo de medidas, proporcionalidad inversa y comparación. La secuencia se inicia con la prueba diagnóstica, luego se continúa con la resolución del problema de las cuatro pirámides egipcias, en donde los estudiantes deben hacer uso de la estructura aditiva (adición y sustracción) y la multiplicativa (multiplicación y división) (ver Imagen 1, Anexo 5).

Imagen 1. Actividad: resolución de pirámides de estructura aditiva y multiplicativa

Anexo 5. Actividad: resolución de pirámides de estructura aditiva y multiplicativa

NOMBRE DEL DOCENTE	CONSUELO BALTÁN CAICEDO			
ÁREA ACADÉMICA	MATEMÁTICAS	**MATERIA**	ARITMÉTICA	
HERRAMIENTAS INFORMÁTICAS	Computador.		**Edad y grado**	10-13 años 5°
DESCRIPCIÓN	**Resolución de pirámides de estructura aditiva y multiplicativa** Los estudiantes resolverán cuatro pirámides durante dos momentos de la secuencia didáctica, es decir, en una sesión resolverán dos pirámides en donde los números no son de gran valor, pero en la segunda sesión se les presentarán dos pirámides con valores superiores a las anteriores, de ahí que los estudiantes tendrán mayor dificultad para resolverlas. Estas pirámides las resolverán individualmente para verificar el grado de dominio de los algoritmos de las cuatro operaciones (adición, sustracción, multiplicación y división).			
OBJETIVOS DE APRENDIZAJE	*Resolver pirámides que involucran estructuras aditiva y multiplicativa. *Aplicar los algoritmos de adición, sustracción, multiplicación y división de forma adecuada.			
DURACIÓN DE LA SESIÓN	2 sesiones de 50 minutos cada una.			
REQUISITOS	Se requiere que los estudiantes tengan dominio de resolución de problemas de estructura aditiva que involucran operaciones de adición y sustracción, además de los algoritmos de multiplicación y división, también del uso de estrategias o procedimientos propios que les permitan encontrar otros caminos para la resolución de un determinado problema.			

Sesión 2

Antes de iniciar esta sesión se les reitera a los estudiantes sobre las cuatro etapas para resolver un problema, según Polya (1965). Estas etapas son:

1. *Comprender el problema*: los estudiantes leen el problema, establecen las relaciones entre las cantidades y analizan los datos.
2. *Escoger una estrategia*: los estudiantes seleccionan gráficos, tablas y algoritmos que los lleven a la resolución del problema.
3. *Aplicar o implementar la estrategia*: los estudiantes aplican la estrategia seleccionada previamente.
4. *Verificación*: los estudiantes comparan sus procedimientos con los de sus pares, se autoevalúan, siendo autocríticos de sus estrategias o procedimientos.

Una vez aclaradas las dudas, los estudiantes se dividieron en grupos y resolvieron tres problemas de estructura aditiva (ver Imagen 2, Anexo 15), en donde se involucraron los precios de artículos que se venden en la Tienda de Simón.

Imagen 2. Tarea grupal de problemas de estructura aditiva

Anexo 15. Tarea grupal de problemas de estructura aditiva

Santiago de Cali, noviembre 2 de 2016

TAREA MATEMÁTICA No. 2 DE LA SECUENCIA DIDÁCTICA
"VÁMONOS DE COMPRAS A LA TIENDA DE SIMÓN"

1) En la Tienda de Simón 1 caja de colores tiene un precio de $3.500 y 1 block blanco de 80 hojas tiene un precio de $2.800. ¿Cuánto dinero debe pagar en total Carlos por los dos útiles escolares?

2) Si la madre de María le dio $4.500 para comprar un resaltador Sharpie que le vale $2.800 y un portaminas, ¿cuánto dinero le costó el portaminas?

3) Camilo compró 1 pliego de cartulina negra y 1 caja de plastilina de 200 gramos, cuyo precio es de $2.500. Si su abuelo le dio $4.100, ¿cuál es el precio del pliego de cartulina?

En estos problemas de estructura aditiva se cambia el lugar de la incógnita en el primer sumando (? + b = c), siendo b y c cantidades conocidas.

Así mismo, la incógnita en el segundo sumando (a +? = c), siendo a y c, cantidades conocidas.

Finalmente, la incógnita en la suma o total (a + b =?), siendo a y b cantidades conocidas.

Luego del trabajo en equipo, se presentó a los estudiantes individualmente tres problemas de estructura aditiva, en donde se involucró una situación problema de su vida cotidiana con el número de pasajeros que transportan los buses del MIO (Masivo Integrado de Occidente) (Ver Imagen 3, Anexo 16).

Imagen 3. Tarea individual de estructura aditiva con buses del MIO

Anexo 16. Tarea individual de estructura aditiva con buses del MIO

Santiago de Cali, noviembre 8 de 2016
Institución Educativa Técnica de Comercio Simón Rodríguez
Secuencia didáctica de Matemáticas Grado: 5-4
Docente: Consuelo Baltán Caicedo
Nombre del estudiante: ___________________________

Consigna: Resuelve estos tres problemas de la forma en que tú consideres que puedes obtener una respuesta correcta. Por favor, los gráficos, esquemas, cuadros u operaciones realízalos en esta hoja.

*De acuerdo con la información de la lámina superior resuelve estos tres problemas:

1) Si un bus padrón de la ruta P40B tiene una capacidad para 80 pasajeros, lleva 24 personas sentadas, ¿cuántas personas van de pie?

2) Si un bus articulado del MIO ruta E21 tiene una capacidad para 160 pasajeros, lleva 68 personas sentadas, ¿cuántos pasajeros van de pie?

3) Un bus articulado de la ruta E41 con cupo completo pesa 30 toneladas. Cubre a diario el recorrido de la Estación de Andrés Sanín a la Estación Universidades, lleva 112 pasajeros de pie y 48 sentados, ¿cuántos pasajeros viajan en total en este articulado?

Sesión 3

En esta sesión los estudiantes trabajaron en grupo en un problema de proporcionalidad inversa, por cuanto hay dos magnitudes (ver Imagen 4, Anexo 17).

La docente entregó a cada grupo 20 tapas y propuso la siguiente actividad matemática:

1. Si tienen 2 bolsas, ¿cuántas tapas irán en cada bolsa?
2. Si tienen 4 bolsas, ¿cuántas tapas irán en cada bolsa?
3. Si tienen 5 bolsas, ¿cuántas tapas irán en cada bolsa?
4. Si tienen 10 bolsas, ¿cuántas tapas irán en cada bolsa?
5. ¿Con qué operación u operaciones llegaste a las respuestas?

Los estudiantes disponían de dos horas de clase para resolver el problema. Finalmente, se realizó la socialización en donde algunos estudiantes dieron a conocer el tipo de procedimientos o estrategias que implementó su grupo para encontrar las respuestas.

Cuando llegó el momento de la socialización, cada grupo nombró un moderador. Una vez resueltas las cuatro primeras preguntas, tres moderadores participaron de la quinta pregunta sobre el tipo de operación que utilizó el grupo para el reparto equitativo de las tapas.

El moderador del primer grupo manifestó que ellos utilizaron la multiplicación; la moderadora del segundo grupo expresó que ellas utilizaron la división; y el moderador del tercer grupo manifestó que utilizaron material concreto (hojas de papel), como si cada hoja fuese una bolsa, y así llegaron a las respuestas.

Imagen 4. Tarea de la repartición de las tapas en forma equitativa

Anexo 17. Tarea de la repartición de las tapas en forma equitativa

Secuencia didáctica para el aprendizaje de problemas de isomorfismo de medidas con estructura multiplicativa

Objetivos:

- Resolver y formular problemas cuya estrategia de solución requiera de las relaciones y propiedades de los números naturales y sus operaciones.
- Usar diversas estrategias de cálculo y estimación para resolver problemas en situaciones aditivas y multiplicativas.

Vámonos de compras a la Tienda de Simón

1. Tarea matemática de reproducción No. 5

En el grado quinto, la profesora entrega a cada grupo de estudiantes 20 tapas de botellas.

En el cuaderno de secuencias didácticas, los estudiantes resuelven las siguientes situaciones repartiendo en cantidades iguales o equitativas:

a) Si tenemos 4 bolsas, ¿cuántas tapas deben ir en cada bolsa?

b) Si tenemos 5 bolsas, ¿cuántas tapas deben ir en cada bolsa?

c) Si tenemos 10 bolsas, ¿cuántas tapas deben ir en cada bolsa?

d) Si tenemos 3 bolsas, ¿cuántas tapas deben ir en cada bolsa? y ¿cuántas sobran?

e) ¿A través de qué operación u operaciones resolvieron las anteriores situaciones?

En el problema de repartición de dulces Big Ben, los estudiantes debían averiguar cuántos dulces le correspondía a cada uno de los 44 estudiantes de 5-4, teniendo 3 bolsas de dulces, con 100 unidades cada una (ver Imagen 5, Anexo 18).

Imagen 5. Tarea de la repartición de los dulces Big Ben

Anexo 18. Tarea de la repartición de los dulces Big Ben

Santiago de Cali, noviembre 15 de 2016
Institución Educativa Técnica de Comercio Simón Rodríguez
Secuencia didáctica de Matemáticas Grado: 5-4
Docente: Consuelo Baltán Caicedo
Nombre del estudiante: ___________________________

*Lee y resuelve el siguiente problema. Puedes utilizar gráficos, esquemas, tablas, operaciones, etc., que te permitan obtener una respuesta.

*La profesora Consuelo está organizando un compartir para la despedida de fin del año lectivo con los estudiantes del grupo 5-4. Por eso le ha solicitado a la niña Carolina traer 3 paquetes de Big Ben. Cada paquete trae 100 dulces con variedad de sabores. Se espera que a este compartir asistan los 44 estudiantes. Si los dulces se reparten equitativamente:

a) ¿Cuántos dulces se lleva cada estudiante para su casa?

b) ¿Cuántos dulces le quedan a la docente?

*Si la docente decide repartir los dulces sobrantes entre los estudiantes que ocuparon los tres primeros puestos, con la condición de que el 1° recibe el doble de dulces que lo que les correspondió al 2° y 3° puesto.

c) Finalmente, ¿cuántos dulces se llevaron en total los estudiantes que ocuparon los tres primeros puestos por su desempeño académico?

En la segunda parte de esta sesión, los estudiantes debían resolver un problema de isomorfismo de medidas de forma individual, con un grado de complejidad mayor por cuanto se involucraban tanto las operaciones de multiplicación como las de división. Para realizar la primera y la segunda sesión de esta tarea matemática, los estudiantes disponían de dos horas de clase. Finalmente, se realizó la socialización en donde algunos estudiantes dieron a conocer el tipo de procedimientos o estrategias que implementaron para encontrar las respuestas.

En esta tarea, si los estudiantes no tenían una buena comprensión del primer problema, es decir, si en lugar de repartir los 300 dulces, llegaban a repartir el contenido de una bolsa, o sea 100 dulces, no iban a poder resolver la segunda parte del problema.

Sesión 4

Durante esta sesión, los estudiantes debían resolver un problema de isomorfismo de medidas de mayor grado de complejidad, por cuanto debían pasar de un registro gráfico a un registro numérico, e interpretar la información que les estaban suministrando (ver Imagen 6, Anexo 19). Para resolver la situación debían emplear sus estrategias o procedimientos para saber cuántos clips mariposa hay en 4 cajas, sabiendo que en 5 cajas hay 150 clips y en 10 cajas hay 300 clips.

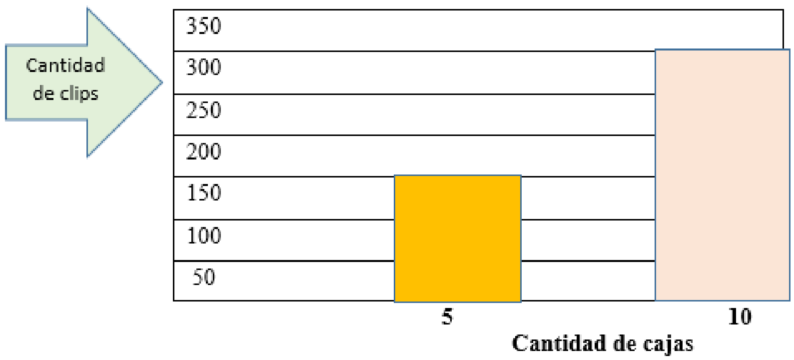
Así mismo, los estudiantes debían resolver la segunda parte del problema y aplicar operaciones de multiplicación y adición; es decir, debían averiguar cuánto dinero debe pagar el coordinador si le regala de a 2 cajas de clips mariposa a los 13 maestros de la escuela. Los estudiantes disponían de dos horas clase para resolver los problemas. Finalmente, se realizaba la socialización en donde algunos estudiantes daban a conocer el tipo de procedimientos o estrategias que implementó para encontrar las respuestas.

Imagen 6. Tarea de estructura multiplicativa de las cajas de clips mariposa

Anexo 19. Tarea de estructura multiplicativa de las cajas de clips mariposa

Lee y resuelve la siguiente tarea matemática de reflexión No. 7

Problema. Puedes utilizar gráficas, esquemas, tablas, operaciones, etc., que te permitan obtener una respuesta. Reflexiona sobre cómo las matemáticas te permiten resolver situaciones del diario vivir.



En la gráfica aparece la información de la cantidad de clips que hay en 5 y 10 cajas, respectivamente. Si en la Tienda de Simón 1 caja de clips tiene un valor de $1500 y cada clip vale $50, reflexiona y responde:

a) ¿Cuántos clips hay en 4 cajas? y ¿cuánto hay que pagar por las 5 cajas de clips?

b) ¿Cuánto debe pagar el coordinador Carlos, si le regala 2 cajas de clips a cada uno de los 13 profesores de la escuela María Panesso?

Sesión 5. Prueba final

La prueba final constó de tres momentos: en el primer momento, los estudiantes debían resolver individualmente dos problemas de proporcionalidad inversa, con los cuales se pretendía evidenciar si con respecto a la prueba diagnóstica los estudiantes mostraban un mejor desempeño en este tipo de problemas. En el problema de la excursión al Parque del Café, los estudiantes debían identificar cuántos días les duraban los víveres a los 44 estudiantes del grupo 5-4 que fueron a la excursión, sabiendo que a 22 estudiantes les duraron 14 días. En el segundo problema, los estudiantes debían averiguar cuántos días se demoran 5 obreros realizando las reparaciones en las aulas de clase de la escuela María Panesso, sabiendo que 10 obreros se demoran 46 días para hacer el trabajo (ver Imagen 7, Anexo 20).

Imagen 7. Tarea matemática de proporcionalidad inversa

Anexo 20. Tarea matemática de proporcionalidad inversa

Santiago de Cali, noviembre 23 de 2016
Institución Educativa Técnica de Comercio Simón Rodríguez
Secuencia didáctica de Matemáticas Grado: 5-4
Docente: Consuelo Baltán Caicedo
Nombre del estudiante: ___________________________

*Lee y resuelve el siguiente problema. Puedes utilizar gráficos, esquemas, tablas, operaciones, etc., que te permitan obtener una respuesta:

1) Los estudiantes del grado 5-4 han sido invitados a pasar 10 días en el Parque del Café de Quindío. Si van 22 estudiantes, los víveres (alimentos) pueden durar 14 días, pero si van los 44 estudiantes, ¿cuántos días les durarán los mismos víveres?

2) En la Escuela María Panesso se han contratado 10 obreros para pintar y hacer reparaciones en todas las aulas de clase. Si estos obreros manifiestan que se demoran 46 días para hacer este trabajo, ¿cuántos días se demoran 5 obreros realizando el mismo trabajo?

En el segundo momento, los estudiantes debían resolver individualmente dos problemas de isomorfismo de medidas. El primer problema es la compra de marcadores con cierta cantidad de dinero, en donde se conoce el precio de cada marcador y los estudiantes debían llegar a la respuesta del número de marcadores que se pueden comprar. En el segundo problema de reparto equitativo de bombones, los estudiantes no conocían el dividendo, pero sabían cuántos bombones se le repartió a cada uno de los 44 estudiantes, conociendo la cantidad de bombones sobrantes (residuo) debían llegar al dividendo, en otras palabras, aplicar el algoritmo de D= dxc+r. En donde, D es el dividendo, d es el divisor, c es el cociente y r es el residuo (ver Imagen 8, Anexo 21).

Durante la resolución individual de problemas de proporcionalidad inversa y de isomorfismo de medidas, los estudiantes contaron con dos horas clase para cada tipo de problema de estructura multiplicativa. Al finalizar la resolución de cada problema, la docente realizó con el estudiante la socialización de los problemas. Cabe resaltar que algunos estudiantes no utilizaron el algoritmo requerido, pero hicieron uso de sus estrategias o procedimientos para encontrar la respuesta.

Imagen 8. Tarea matemática de isomorfismo de medidas

Anexo 21. Tarea matemática de isomorfismo de medidas

Santiago de Cali, noviembre 23 de 2016
Institución Educativa Técnica de Comercio Simón Rodríguez
Secuencia didáctica de Matemáticas Grado: 5-4
Docente: Consuelo Baltán Caicedo
Nombre del estudiante: ___________________________

TAREA N° 8

*Lee y resuelve el siguiente problema. Puedes utilizar gráficos, esquemas, tablas, operaciones, etc., que te permitan obtener una respuesta:

1) Felipe tiene $15.950 y compra algunos marcadores fosforescentes en la Tienda de Simón. Si cada marcador le costó $3.975, ¿cuántos marcadores pudo comprar?

2) Doña Maritza trajo a regalar muchos bombones a todos los estudiantes de 5-4. Si después de repartirlos equitativamente le sobraron 27 bombones y cada estudiante se llevó 4 bombones para su casa, ¿cuántos bombones trajo a repartir doña Maritza?

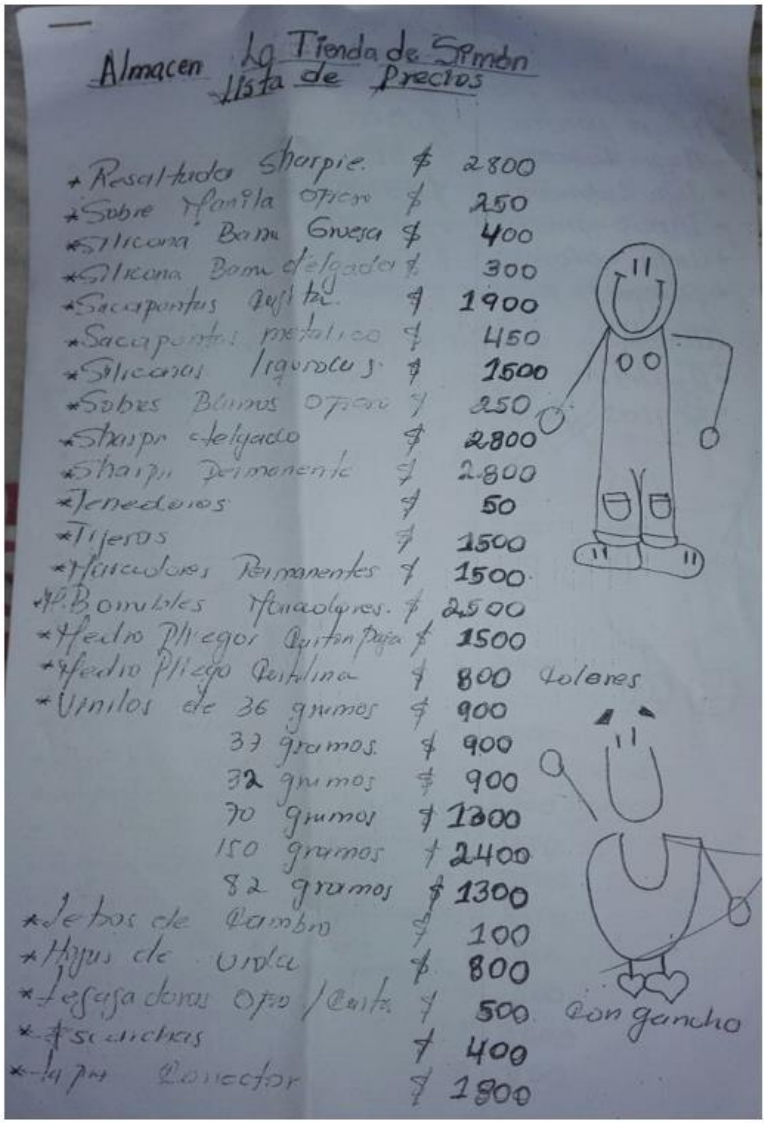
En el tercer momento, los estudiantes debían trabajar grupalmente para resolver dos problemas estructura aditiva (adición y sustracción) y multiplicativa (multiplicación y división). Se planteó una situación en donde la señora rectora de la Institución Educativa Técnica de Comercio Simón Rodríguez, Isabel Cristina Reyes, necesitaba la colaboración de los estudiantes del grupo 5-4 para seleccionar un kit escolar para todos los estudiantes de quinto de ambas jornadas. El kit escolar debía constar de 7 artículos de la Tienda de Simón; cada artículo se podía repetir 2 o 3 veces, y el costo del kit no debía superar los 20.000 pesos (a los grupos se les facilitó la lista de precios de la Tienda de Simón (ver Imagen 9, Anexo 13).

Para terminar, se socializaron las estrategias de cada uno de los grupos. En esta socialización, uno de los grupos utilizó 7 vasos desechables transparentes para resolver el problema y lograron armar el kit que se requería. Es decir, en cada vaso desechable escribieron un valor hasta encontrar el precio que más se acercó a los 20.000 pesos que debía costar el kit.

Otros grupos se limitaron a armar el kit escolar haciendo adiciones y, aunque se aproximaron a los 20.000 pesos, no tuvieron en cuenta las condiciones de los 7 artículos y cuántas veces se podía repetir cada uno (ver Imagen 10, Anexo 22).

Imagen 9. Lista de precios de la Tienda de Simón

Anexo 13. Lista de precios de la Tienda de Simón



Almacen La Tienda de Simón
Lista de Precios

*Resaltador Sharpie.	$	2800
*Sobre Manila oficio	$	250
*Silicona Barra Gruesa	$	400
*Silicona Barra delgada	$	300
*Sacapuntas Plástico	$	1900
*Sacapuntas metalico	$	450
*Siliconas liquidas	$	1500
*Sobres Blancos oficio	$	250
*Sharpi delgado	$	2800
*Sharpi permanente	$	2.800
*Tenedores	$	50
*Tijeras	$	1500
*Marcadores Permanentes	$	1500
*P. Borrables Marcadores.	$	2500
*Medio Pliego Cartón paja	$	1500
*Medio Pliego Cartulina	$	800 colores
*Vinilos de 36 gramos	$	900
37 gramos.	$	900
32 gramos	$	900
70 gramos	$	1300
150 gramos	$	2400
82 gramos	$	1300
*Tubos de Cambio	$	100
*Hojas de vida	$	800
*Pegadoras ofic / Carta	$	500 con gancho
*Escuchas	$	400
*Lapiz Corrector	$	1800

Imagen 10. Tarea grupal de kit escolar. Combinación de estructuras aditiva y multiplicativa

Anexo 22. Tarea grupal de la compra del kit escolar de combinacin de las estructuras aditiva y multiplicativa

Santiago de Cali, Noviembre 28 de 2016

TAREA MATEMATICA N° 10

Grupo N°: 1   Integrantes;

GRADO	NOMBRE DE LA SECUENCIA	SITUACION PROBLEMA CENTRAL	PROPOSITO DE LA SECUENCIA A NIVEL DE CONTENIDO MATEMATICO
QUINTO	.Vanamos de compras a la Tienda de Simón.	La rectora Isabel Cristina Reyes de la Institución Técnica de Comercio Simón Rodríguez , al finalizar el año lectivo 2016 desea obsequiar a todos los estudiantes de grado quinto de la sede: María Panesso un Kit Escolar, compuesto por 7 útiles escolares de los que se venden en la Tienda de Simón al interior de la escuela. La rectora desea que los estudiantes del grado 5-4 de la jornada de la tarde le colaboren a escoger el mejor kit escolar, teniendo en cuenta que algunos útiles escolares se pueden repetir dos o tres veces en el Kit escolar. Si la rectora dispone	El propósito de esta secuencia es que los estudiantes de grado quinto resuelvan y formulen problemas de estructura multiplicativa (producto de medidas y comparación) desde algunas situaciones de su vida cotidiana en donde puedan hacer uso de estrategias que les permita establecer Relaciones y propiedades entre los números naturales y sus operaciones.

8. RESULTADOS

En este apartado se presentarán los principales resultados de la implementación de la secuencia didáctica “Vámonos de compras a la Tienda de Simón”, en el grupo de estudiantes 5-4 de la Institución Educativa Simón Rodríguez, sede María Panesso. En primer lugar, se muestran los criterios de desempeño; luego, los resultados de la prueba diagnóstica en relación con problemas de isomorfismo de medida, proporcionalidad y comparación; más adelante, los problemas de resolución de las pirámides aditiva y multiplicativa, pirámides egipcias de estructura aditiva y multiplicativa, y problemas de estructuras aditiva, multiplicativa y de isomorfismo de medidas y proporcionalidad inversa.

Los resultados se muestran alternando con el análisis de cada una de las tareas y actividades que llevaron a cabo los estudiantes de forma individual y grupal durante la secuencia didáctica.

8.1 Criterios de desempeño

Los criterios de desempeño indican si los estudiantes cumplen a cabalidad, parcialmente o no cumplen con la resolución de los problemas planteados durante la secuencia didáctica (Cuadro 1). Estos criterios (a modo de convención) se observan en la parte superior de los gráficos de los resultados que se presentan en este capítulo.

Cuadro 1. Criterios de desempeño

Criterio de desempeño	Descripción
X = Lo cumple.	Calcula, utiliza operaciones y sus propiedades, y resuelve el problema.
XX = Lo cumple parcialmente.	Calcula y utiliza operaciones que no le permiten resolver el problema.
XXX = No lo cumple.	No calcula ni utiliza operaciones para resolver el problema planteado.

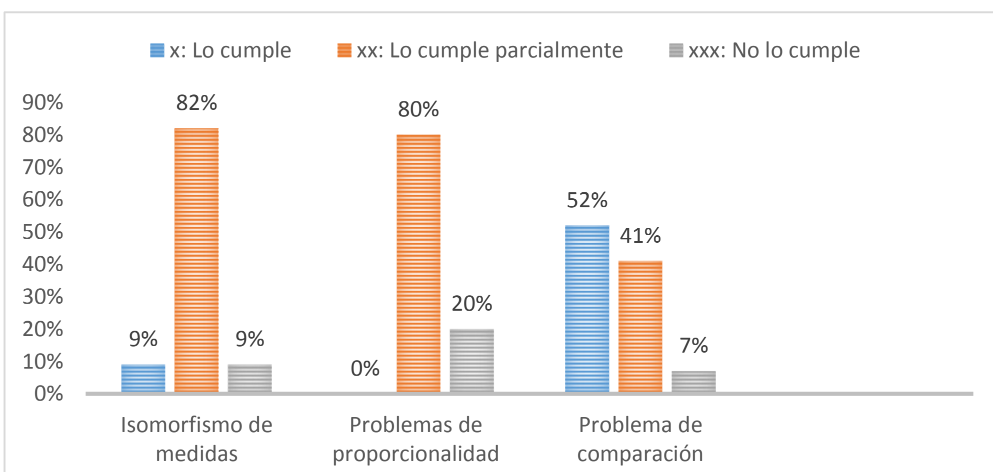
8.2 Resultados generales

En este apartado se muestran de manera gráfica los resultados obtenidos por los estudiantes en cada una de las tareas matemáticas individuales o grupales. Se puede evidenciar cómo a medida que avanzaba la secuencia didáctica algunos estudiantes iban mejorando sus estrategias, por ejemplo, de una estrategia icónica (gráfico) pasaban al uso del algoritmo.

8.2.1 Prueba diagnóstica en relación con problemas de isomorfismo de medidas, proporcionalidad y comparación

Los resultados de la prueba diagnóstica indican que solo el 9 % de los estudiantes resolvieron el problema de isomorfismo de medidas, mientras que el 82 %, aunque hicieron operaciones, estas no les permitieron resolverlo, y otro 9 % de estudiantes no realizaron ninguna operación (Gráfico 6).

Gráfico 6. Resultado de la prueba diagnóstica en relación con problemas de isomorfismo de medidas, proporcionalidad y comparación



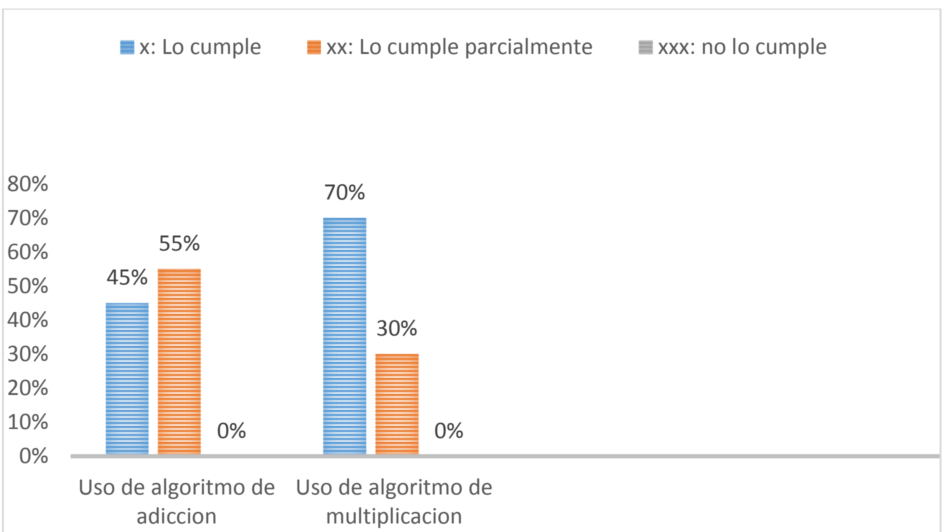
Por otro lado, el 80% de los estudiantes hicieron operaciones o algoritmos que no les permitieron resolver el problema de proporcionalidad, mientras que el 20 % de los estudiantes no realizaron operaciones para resolver el problema. En consecuencia, ningún estudiante resolvió este problema de proporcionalidad.

Por último, el 52 % de los estudiantes resolvieron el problema de comparación a través del algoritmo de la multiplicación, aunque algunos de estos estudiantes resolvieron el problema haciendo uso del algoritmo de la adición. Así mismo, el 42 % de los estudiantes usaron operaciones que no los llevaron a una respuesta acertada, mientras que el 7 % no usó ninguna operación.

8.2.2 Pirámides aditiva y multiplicativa

Estas dos pirámides que se les presentaron a los estudiantes son más fáciles de resolver, por cuanto las cantidades no son de gran valor (Gráfico 7).

Gráfico 7. Resolución de las pirámides aditiva y multiplicativa



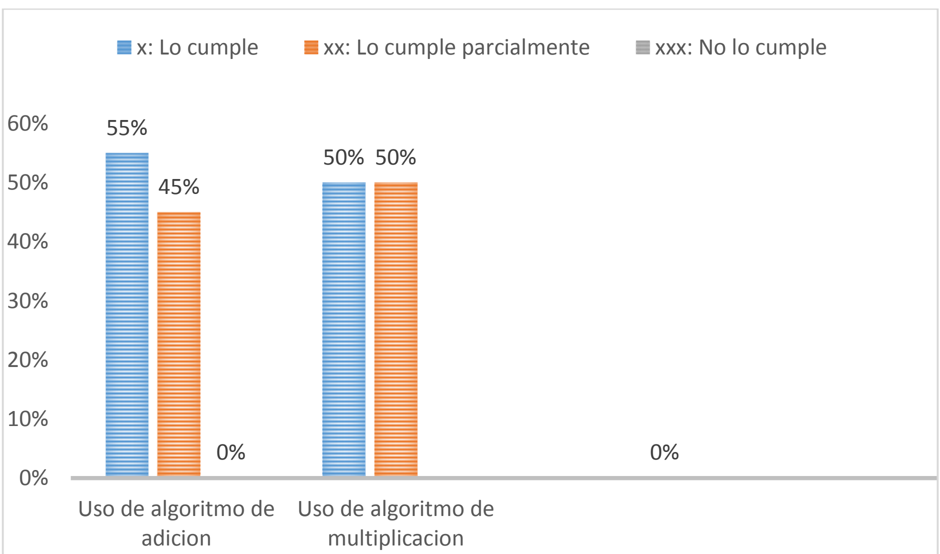
El 55 % de los estudiantes no resolvieron la pirámide de estructura aditiva (adición y sustracción); sin embargo, el 45 % de los estudiantes calcularon y aplicaron el algoritmo que los llevó a la respuesta correcta.

Por el contrario, el 70 % de los estudiantes resolvieron la pirámide de estructura multiplicativa (multiplicación y división), mientras que el 30 % calcularon y aplicaron el algoritmo en forma incorrecta, lo que no les permitió llegar a la respuesta acertada.

8.2.3 Pirámides egipcias de estructura aditiva y multiplicativa

Estas dos pirámides que se les presentaron a los estudiantes son de más complejidad, por cuanto las cantidades son de mayor valor (Gráfico 8).

Gráfico 8. Pirámides egipcias de estructura aditiva y multiplicativa



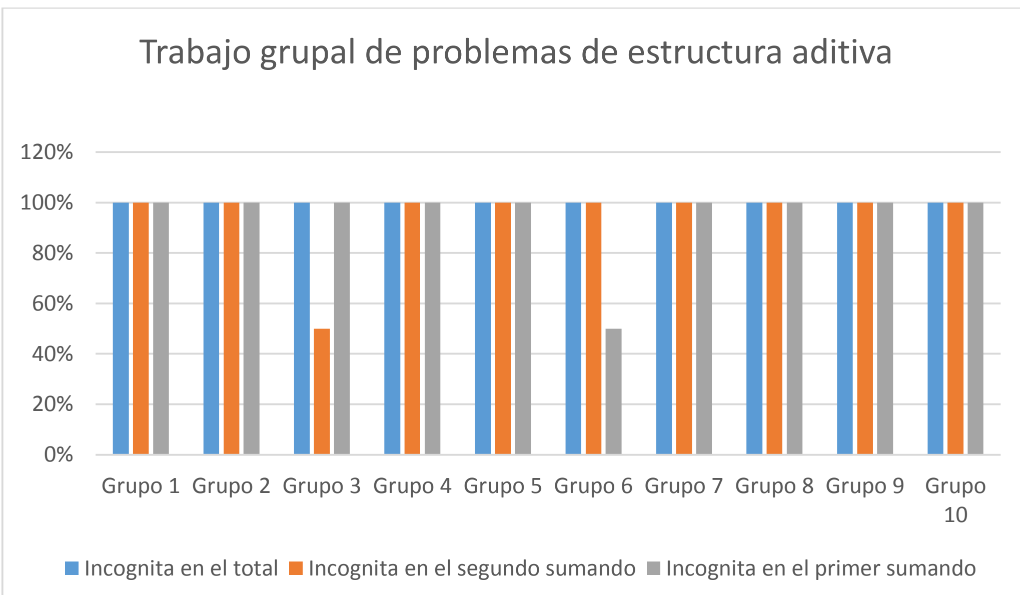
El 55 % de los estudiantes resolvieron la pirámide de estructura aditiva (adición y sustracción); sin embargo, el 45 % de los estudiantes calcularon y aplicaron el algoritmo que no les permitió llegar a la respuesta correcta.

Por el contrario, el 50 % de los estudiantes resolvieron la pirámide de estructura multiplicativa (multiplicación y división), mientras que el otro 50 % calcularon y aplicaron el algoritmo en forma incorrecta, lo que no les permitió llegar a la respuesta acertada.

8.2.4 Trabajo grupal de estructura aditiva

Una vez que los grupos resolvieron problemas de estructura aditiva, se hizo la respectiva socialización y se pudo evidenciar que ocho grupos resolvieron los tres problemas involucrando operaciones de suma y resta, mientras que dos de los grupos no llegaron a la respuesta correcta (Gráfico 9).

Gráfico 9. Trabajo grupal de estructura aditiva



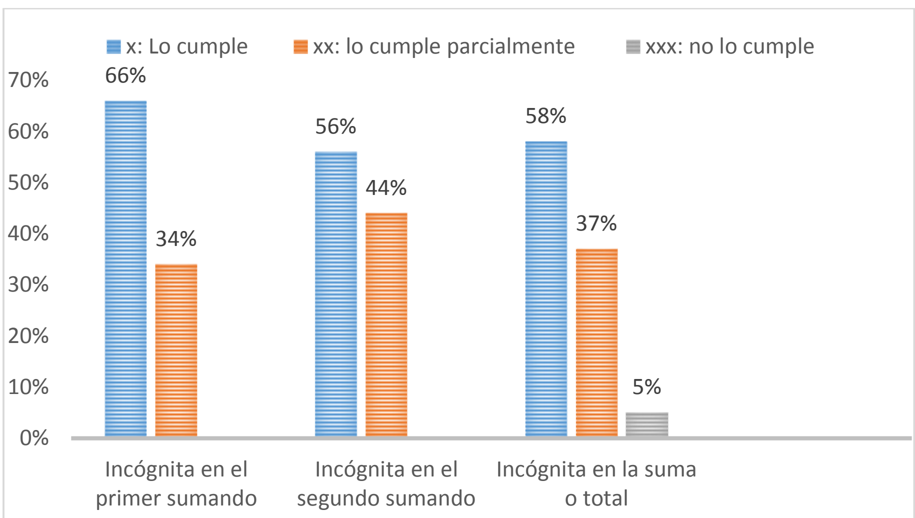
Los grupos 3 y 6 utilizaron operaciones que no los condujeron a resolver los problemas de estructura aditiva cuando la incógnita se encuentra en el segundo y primer sumando, respectivamente.

8.3 Resultados específicos, por tareas

8.3.1 Problemas de estructura aditiva (contexto número de pasajeros MIO)

En el primer problema de estructura aditiva con la incógnita en el primer sumando (?+b=c), el 66 % de los estudiantes lo resolvieron, aunque el 34 % de los estudiantes realizaron operaciones que no los llevaron a la respuesta acertada (Gráfico 10).

Gráfico 10. Problemas de estructura aditiva (contexto número de pasajeros MIO)



En el segundo problema de estructura aditiva con la incógnita en el segundo sumando (a +? = c), el 56 % de los estudiantes lo resolvieron, aunque el 44 % de los estudiantes usaron algoritmos u operaciones que no los llevaron a la respuesta acertada.

En el tercer problema de estructura aditiva con la incógnita en la suma o total (a + b =?), el 58 % de los estudiantes lo resolvieron, mientras que el 37 % de los estudiantes aunque realizaron operaciones estas no los llevaron a la respuesta acertada, y solo el 5 % de los estudiantes no resolvieron el problema.

8.3.2 Problema de estructura multiplicativa - proporcionalidad inversa (repartición de tapas)

Una vez que los grupos resolvieron de manera adecuada el número de tapas que debía llevar cada bolsa, tres moderadores explicaron el tipo de estrategias empleada por su respectivo equipo:

El primer moderador dijo: “Nosotros lo hicimos por multiplicación, el número 20 era el producto y el número de bolsas era uno de los factores, así quedaba por saber cuál era el otro factor”.

La segunda moderadora expresó: “Nosotras lo hicimos utilizando la división, el número 20 era el dividendo y el número de bolsas era el divisor, el cociente era el resultado”.

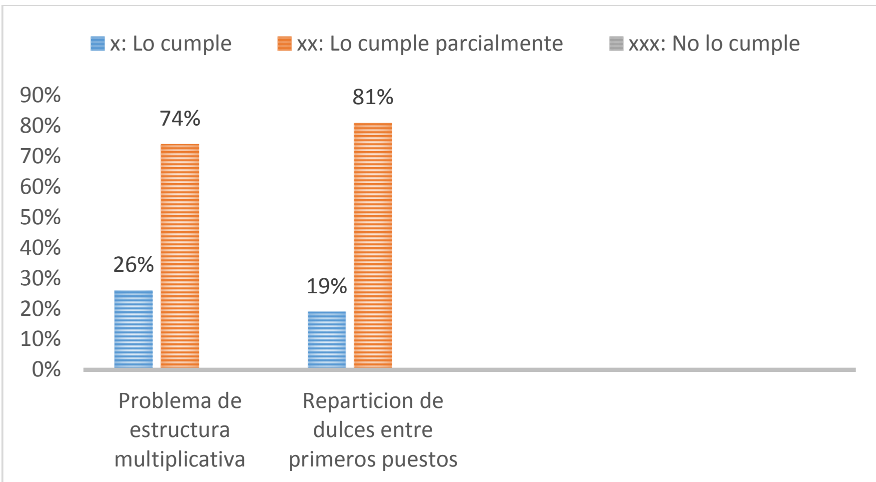
El tercer moderador explicó: “Para llegar a las respuestas rasgamos hojas de papel, cada hoja de papel representaba una bolsa, de esta manera repartimos equitativamente las tapas y encontramos respuestas a las preguntas”.

Finalmente, se concluyó que los tres procedimientos presentados por los grupos son válidos.

8.3.3 Problema de estructura multiplicativa – isomorfismo de medidas (repartición de dulces)

En la primera parte del problema, los estudiantes debían repartir 3 paquetes de dulces Big Ben, con 100 dulces cada paquete, entre los 44 estudiantes del grado 5-4. Solo el 26 % de los estudiantes resolvieron la primera parte del problema, pero el 74 %, aunque usaron algoritmos u operaciones, no lograron llegar a la respuesta correcta, en parte porque no tuvieron presente la totalidad de los dulces que eran 300, sino que partieron de los 100 dulces de cada paquete (Gráfico 11).

Gráfico 11. Problema de estructura multiplicativa – isomorfismo de medidas (repartición de dulces)

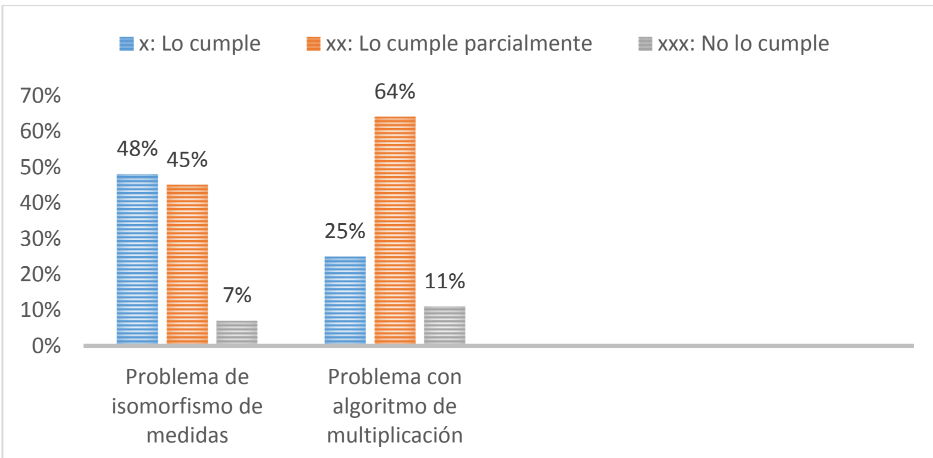


En la segunda parte del problema (Gráfico 11), los estudiantes debían decir cuántos dulces les correspondía a los compañeros que habían ocupado el primer, segundo y tercer lugar por su desempeño académico. Siendo que al primero se le daba la mitad de los dulces que sobraban, es decir, el doble de los dulces de los compañeros que habían ocupado el segundo y el tercer lugar. Solo el 19 % de los estudiantes dieron con la respuesta acertada, haciendo uso no solo de operaciones, sino también de registro gráfico. A su vez, el 81 % de los estudiantes hicieron uso de operaciones y de algoritmos, pero esto no los condujo a encontrar una respuesta acertada.

8.3.4 Problema de isomorfismo de medidas (cajas de clips mariposa)

Esta prueba fue adaptada de una situación problema que se presentó en las Pruebas Saber 2016 (ver Anexo 19). Los estudiantes tenían que pasar de un registro gráfico a uno numérico (Gráfico 12).

Gráfico 12. Problema de isomorfismo de medidas (cajas de clips mariposa. Adaptación de Prueba Saber 5°)



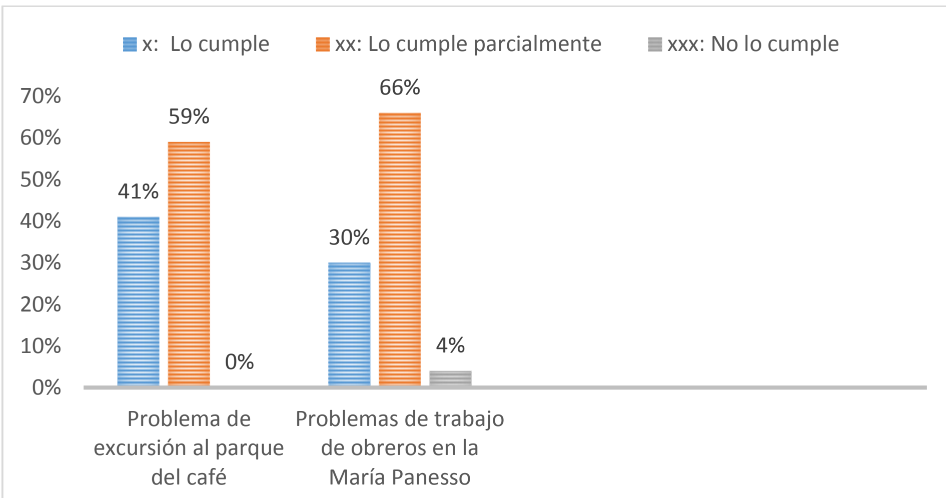
La primera parte del problema, el 48 % de los estudiantes la resolvieron; mientras que el 45 %, aunque usaron algoritmos u operaciones, no lo resolvieron. El 7 % de estudiantes no resolvieron esta tarea matemática.

En la segunda parte del problema, en donde los estudiantes debían responder cuánto pagó en total el coordinador, si obsequió a sus 13 docentes de a 2 cajas de clips mariposa, solo el 25 % de los estudiantes lo resolvieron, mientras que el 64 %, aun haciendo uso de operaciones, no llegaron a la solución del problema, y el 11% de estudiantes no lo resolvieron.

8.3.5 Problemas de proporcionalidad inversa (excursión al Parque del Café y trabajo de obreros en la Escuela María Panesso)

En el primer problema de excursión al Parque del Café, el 41 % de los estudiantes lograron resolverlo, pero el 59 %, aun aplicando algoritmos u operaciones, no consiguieron llegar a una respuesta correcta (Gráfico 13).

Gráfico 13. Problemas de proporcionalidad inversa (excursión al Parque del Café y trabajo de obreros en la Escuela María Panesso)

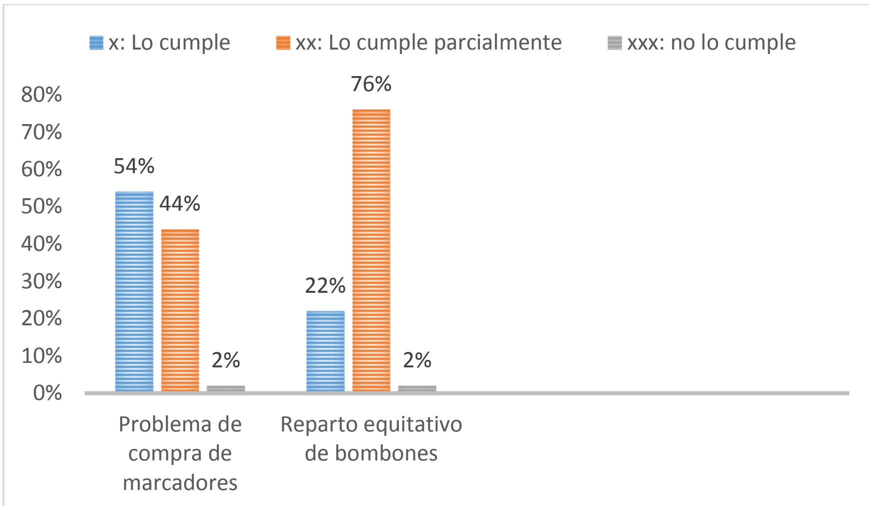


En el segundo problema del trabajo de los obreros en la escuela María Panesso, el 30 % de los estudiantes lograron resolver el problema, mientras que el 66 %, aun recurriendo a los algoritmos u operaciones, no lograron llegar a una respuesta acertada. Finalmente, el 4% de los estudiantes no resolvieron el problema.

8.3.6 Problemas de isomorfismo de medidas (compra de marcadores y reparto equitativo de bombones)

En el primer problema de la compra de marcadores, el 54 % de los estudiantes acertaron en la resolución del problema, mientras que el 44 %, aun haciendo uso de algoritmos u operaciones, no llegaron a la respuesta acertada. Finalmente, el 2 % de los estudiantes no resolvieron el problema (Gráfico 14).

Gráfico 14. Problemas de isomorfismo de medidas (compra de marcadores y reparto equitativo de bombones)



En el segundo problema del reparto equitativo de bombones, a los estudiantes se les planteaba que cada uno se llevó de a 4 bombones y sobró una cantidad. Ellos tenían que averiguar cuál era el dividendo. Solo el 22 % de los estudiantes lograron llegar a una respuesta acertada, mientras que el 76 %, incluso haciendo uso de algoritmos, no lograron llegar a la respuesta acertada. Finalmente, el 2 % de los estudiantes no resolvieron el problema.

8.4 Estado inicial (prueba diagnóstica) vs. Estado final (pruebas finales)

En el problema de proporcionalidad inversa de la prueba diagnóstica, ningún estudiante pudo resolver el problema, pero en la prueba final, en el problema de excursión al Parque del Café, el 41 % de los estudiantes lo resolvieron, mientras que el problema de los obreros de la escuela lo resolvieron el 30 % de los estudiantes. Se puede evidenciar, entonces, que hubo una gran mejoría en la resolución de este tipo de problemas (Gráficos 6 y 13).

En la prueba diagnóstica del problema de isomorfismo de medidas, en donde solo el 9 % de los estudiantes lograron resolver el problema, en la prueba final del problema de compra de marcadores, el 54 % de los estudiantes lograron resolverlo (Gráfico 14).

8.5 Pruebas finales

Los resultados de las pruebas finales indican que ocurrió un leve cambio desde la realización de la prueba diagnóstica hasta la prueba final. En los Gráficos 13 y 14 se aprecia el comportamiento de los estudiantes durante las tareas.

A partir del análisis de la intervención y por ende de los resultados, se puede evidenciar cómo los estudiantes ante un problema, ya sea de estructura aditiva o multiplicativa, u otros problemas, usando o no algoritmos u operaciones, elaboran en su mente algún tipo de representación.

Las representaciones son definidas por Rico (2009) como “todas aquellas herramientas –signos o gráficos– que hacen presentes los conceptos y procedimientos matemáticos y con los cuales los sujetos particulares abordan e interactúan con el conocimiento matemático, es decir, registran y comunican su conocimiento sobre las matemáticas” (p. 58). Esto es, haciendo uso de representaciones se asignan significados, así las personas comprenden las estructuras matemáticas.

En el proceso de aprendizaje de las matemáticas, las representaciones son una parte fundamental, ya que conectan los objetos mentales con los objetos matemáticos. Sin embargo, según Goldin y Kaput (1996), existen dos tipos de representaciones: internas y externas. Las primeras son las configuraciones que no son directamente observables, pero que se pueden inferir a través de lo que se dice o se hace, y las externas son las configuraciones observables, como las palabras, los gráficos, los dibujos, etc.

En nuestro caso, a partir de las representaciones usadas por los estudiantes, estos hacen uso de herramientas, procedimientos o estrategias con las cuales se evidencia cómo han comprendido una situación problema de las matemáticas.

8.6 Categorías de análisis de datos

Los tipos de respuesta de los estudiantes de quinto de primaria que desarrollaron las tareas de la secuencia didáctica "Vámonos de compras a la Tienda de Simón", se pueden clasificar en tres grandes grupos o categorías: desempeño sobresaliente, desempeño aceptable y desempeño bajo (Cuadro 2).

Cuadro 2. Categorías de análisis de datos

CATEGORÍAS DE ANÁLISIS		
Desempeño sobresaliente	**Desempeño aceptable**	**Desempeño bajo**
*Comprende el problema. *Calcula o utiliza operaciones y sus propiedades. *Utiliza estrategias adecuadas que lo conducen a la resolución del problema. *Resuelve el 90 % de las tareas matemáticas de la secuencia didáctica.	*Algunas veces comprende el problema. *Algunas veces calcula o utiliza operaciones y sus propiedades. *Algunas veces utiliza estrategias que lo conduzcan a la resolución del problema. *Resuelve el 60 % de las tareas matemáticas de la secuencia didáctica.	*Pocas veces comprende el problema. *No calcula o utiliza operaciones y sus propiedades para resolver problemas. *Pocas veces utiliza estrategias adecuadas para resolver los problemas. *Pocas veces resuelve el 30 % de las tareas matemáticas de la secuencia didáctica.

8.7 Análisis de la intervención por categoría de desempeño

Teniendo en cuenta las categorías de análisis presentadas en el Cuadro 2, a continuación se describe el trabajo de los estudiantes agrupados por nivel de desempeño.

8.7.1 Desempeño sobresaliente

En este grupo se encuentran los estudiantes que obtuvieron un buen desempeño en la secuencia didáctica, es decir, resolvieron las actividades matemáticas y su desempeño fue regular durante todo el proceso. En algunas actividades recurrieron al registro gráfico para resolver la tarea matemática, o sea que hicieron uso de su aprendizaje estratégico. Estos estudiantes consideran que la resolución de problemas es importante para su vida académica y cotidiana, y sienten que las matemáticas son un desafío para ellos. A continuación, algunos ejemplos de su desempeño:

Estudiante N° 24

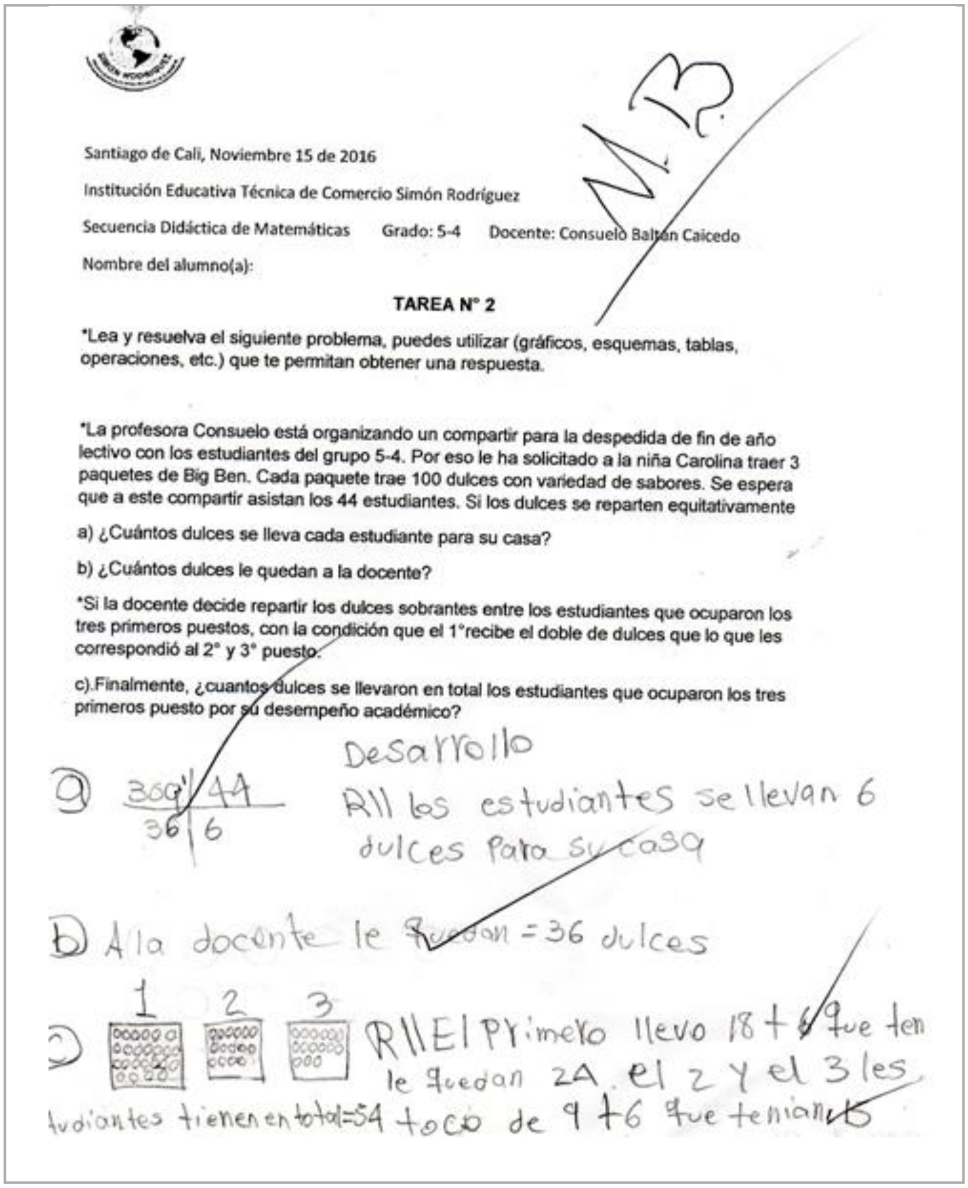
En la prueba diagnóstica, esta estudiante resolvió los problemas de isomorfismo de medidas y el problema de comparación, utilizando correctamente los algoritmos. Así mismo, resolvió las actividades de las pirámides que requerían el uso de los algoritmos de adición, sustracción, multiplicación y división. En consecuencia, su desempeño siempre fue alto. Cabe resaltar que en el problema de repartición de dulces equitativamente, ella recurrió al registro gráfico para resolver el problema, es decir, acudió a su aprendizaje estratégico para resolver el problema.

Finalmente, en el problema de la excursión al Parque del Café (proporcionalidad inversa) logró llegar a la respuesta haciendo uso del algoritmo de la división; es decir, dividió los 14 días entre 2 y le dio como resultado 7. La interpretación es que 22 es la mitad de 44, entonces 7 es la mitad de 14. En el segundo problema de los trabajadores de la escuela María Panesso, llegó a la respuesta utilizando el algoritmo de la división; es decir, no usó la estructura multiplicativa de los problemas de proporcionalidad inversa, sino que recurrió a sus propios algoritmos para encontrar un camino para hallar la solución del mismo, en consecuencia, hizo la siguiente deducción: si 10 trabajadores se demoran 46 días, entonces 5 obreros de demorarán el doble, y a través de una adición de 46 + 46, ella concluyó que los 5 se demorarán 92 días en realizar el mismo trabajo.

En el problema de isomorfismo de medidas de la compra de marcadores, la estudiante no lo expresó como regla de tres simple, sino que usó el algoritmo de la adición, es decir, no hizo el planteamiento en donde se usan dos magnitudes (número de marcadores y precio), sino que sumó 4 veces $3.975 y encontró la respuesta: son 4 marcadores los que puede comprar. En el problema de repartición de bombones, ella usó el algoritmo de la multiplicación, es decir, no usó la estructura de isomorfismo (número de estudiantes y cantidad de bombones), sino que multiplicó 44 x 4, lo que le dio un total de 176 bombones, y sumó los 27 bombones que sobraron, lo que le dio un total de 203 bombones.

Finalmente, en el problema de los dulces de Big Ben, de isomorfismo de medidas, la alumna llegó a la respuesta de cuántos bombones le correspondían al primer, segundo y tercer estudiante. Ella usó un registro gráfico, es decir, los 36 dulces los repartió y en un rectángulo ubicó 18 bombones y en los otros dos rectángulos ubicó 9 y 9 bombones para los estudiantes que ocuparon respectivamente el segundo y tercer puesto (Imagen 11). De lo anterior se concluye que es una estudiante que resuelve problemas porque hace buena comprensión de ellos y establece relaciones entre las cantidades y las operaciones. Es decir, cuando un estudiante comprende la estructura, sea aditiva o multiplicativa, se atreve a utilizar diferentes aprendizajes (algorítmico, estratégico, representacional, comunicacional); son estudiantes que empiezan a leer, escribir y escuchar en lenguaje matemático, porque han venido adquiriendo una cultura matemática.

Imagen 11. Registro fotográfico de la tarea de repartición de dulces Big Ben (Estudiante No. 24)



M.B.

Santiago de Cali, Noviembre 15 de 2016

Institución Educativa Técnica de Comercio Simón Rodríguez

Secuencia Didáctica de Matemáticas Grado: 5-4 Docente: Consuelo Baltán Caicedo

Nombre del alumno(a):

TAREA N° 2

*Lea y resuelva el siguiente problema, puedes utilizar (gráficos, esquemas, tablas, operaciones, etc.) que te permitan obtener una respuesta.

*La profesora Consuelo está organizando un compartir para la despedida de fin de año lectivo con los estudiantes del grupo 5-4. Por eso le ha solicitado a la niña Carolina traer 3 paquetes de Big Ben. Cada paquete trae 100 dulces con variedad de sabores. Se espera que a este compartir asistan los 44 estudiantes. Si los dulces se reparten equitativamente

a) ¿Cuántos dulces se lleva cada estudiante para su casa?

b) ¿Cuántos dulces le quedan a la docente?

*Si la docente decide repartir los dulces sobrantes entre los estudiantes que ocuparon los tres primeros puestos, con la condición que el 1°recibe el doble de dulces que lo que les correspondió al 2° y 3° puesto.

c).Finalmente, ¿cuantos dulces se llevaron en total los estudiantes que ocuparon los tres primeros puesto por su desempeño académico?

Desarrollo

a) 300 / 44 = 6, 36

R// los estudiantes se llevan 6 dulces para su casa

b) A la docente le quedan = 36 dulces

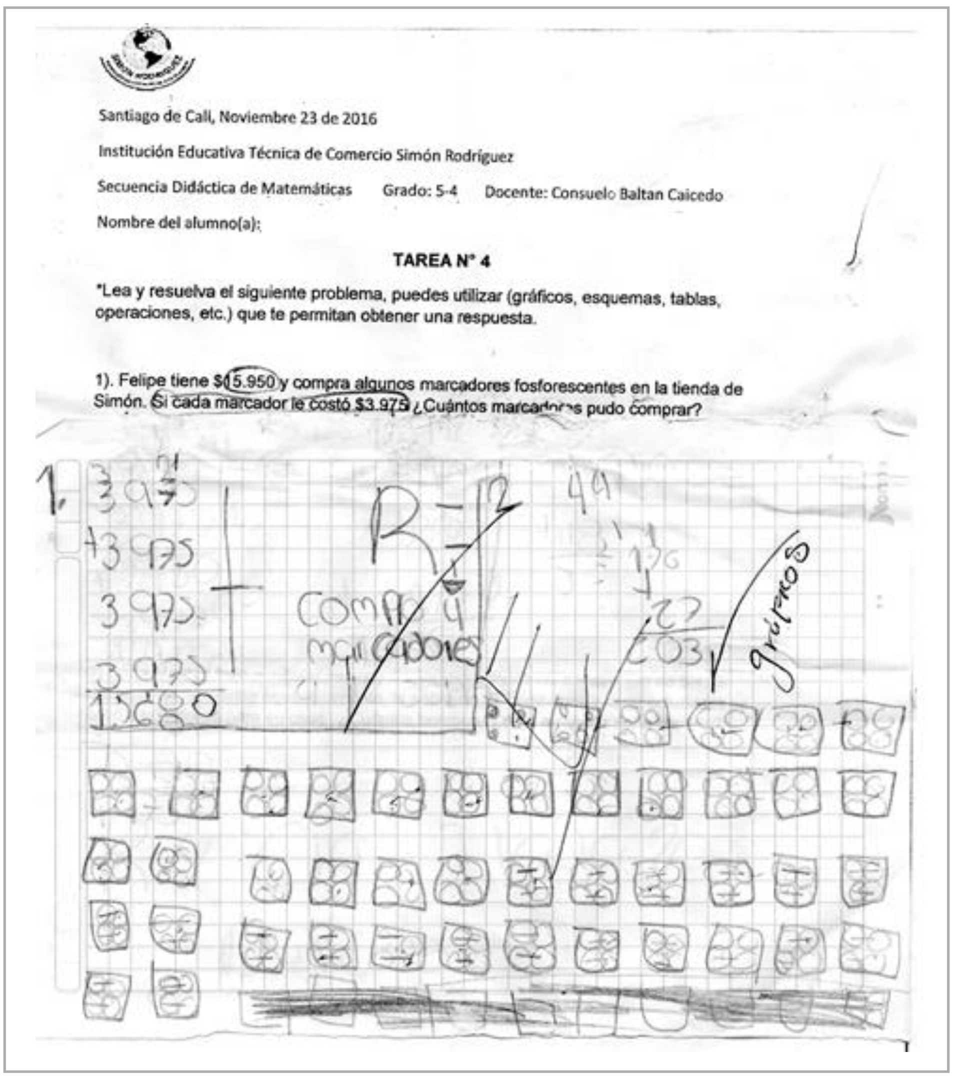
c) 1 2 3 R//El primero llevo 18 + 6 que ten le quedan 24. el 2 y el 3 les tudiantes tienen en total=54 toco de 9 + 6 que tenian 15

Estudiante N° 33

Esta estudiante resolvió el problema de isomorfismo de medidas de la prueba diagnóstica multiplicando $4.800 x 8, asumiendo que cada lapicero valía $ 4.800, y no planteó la resolución del problema con la estructura del isomorfismo. En el problema de proporcionalidad inversa (excursión al Parque del Café) no usó algoritmos, sino que hizo la siguiente deducción: “Si a la mitad, que son 22, les duran los alimentos 14 días, entonces a los 44, que son todo el salón, los alimentos les durarán la mitad de días, o sea 7 días”. Y el problema de los trabajadores también lo resolvió por adición.

Esta estudiante también resolvió el problema de los marcadores a través del uso del algoritmo de la adición, al igual que lo hizo la estudiante N° 24; pero en el segundo problema, la estudiante N° 33 recurrió al registro gráfico y, finalmente, al algoritmo de la adición para llegar a la solución del problema (Imagen 12).

Imagen 12. Registro fotográfico de la tarea de compra de marcadores (Estudiante No. 33)



Santiago de Cali, Noviembre 23 de 2016

Institución Educativa Técnica de Comercio Simón Rodríguez

Secuencia Didáctica de Matemáticas Grado: 5-4 Docente: Consuelo Baltan Caicedo

Nombre del alumno(a):

TAREA N° 4

*Lea y resuelva el siguiente problema, puedes utilizar (gráficos, esquemas, tablas, operaciones, etc.) que te permitan obtener una respuesta.

1). Felipe tiene $15.950 y compra algunos marcadores fosforescentes en la tienda de Simón. Si cada marcador le costó $3.975 ¿Cuántos marcadores pudo comprar?

R = 4 compra 4 marcadores

gráficos

8.7.2 Desempeño aceptable

Este grupo de estudiantes en algunas actividades respondieron asertivamente, pero en otras no lo hicieron, es decir, no mostraron regularidad durante la realización de la secuencia didáctica. En este grupo se encuentran los estudiantes que durante el año escolar mostraron un buen desempeño académico, pero en algunas actividades matemáticas propuestas en la secuencia didáctica no atinaron a resolver los problemas; una causa de ello pudo ser el deseo de resolver las actividades rápidamente, sin reflexionar.

Estudiante N° 27

Este estudiante en la actividad matemática en donde debía repartir los dulces Big Ben entre los 44 estudiantes, no tuvo en cuenta que eran 3 bolsas, o sea, 300 dulces, sino que repartió únicamente 1 paquete de 100 dulces entre los 44 estudiantes (Imagen 13). Se puede decir, entonces, que no resolvió el problema porque no hizo una buena comprensión del texto y por ende terminó aplicando una estrategia no adecuada para su resolución. Este comportamiento fue generalizado en este grupo. En el problema de los marcadores (isomorfismo de medidas), esta estudiante fue descontando cada vez $3.975 a través de restas sucesivas que le permitieron llegar a la respuesta correcta, que son 4 marcadores; pero en el otro problema de los bombones aplicó el algoritmo de la sustracción que no le permitió llegar a la respuesta correcta. En los problemas de proporcionalidad de la excursión al Parque del Café y de los trabajadores de la Escuela María Panesso, usó el algoritmo de adición en primera instancia y luego el algoritmo de división, pero no logró llegar a respuestas acertadas para cada situación.

Imagen 13. Registro fotográfico de la tarea de repartición de dulces Big Ben (Estudiante No. 27)

Santiago de Cali, Noviembre 15 de 2016

Institución Educativa Técnica de Comercio Simón Rodríguez

Secuencia Didáctica de Matemáticas Grado: 5-4 Docente: Consuelo Baltan Caicedo

Nombre del alumno(a):

TAREA N° 2

*Lea y resuelva el siguiente problema, puedes utilizar (gráficos, esquemas, tablas, operaciones, etc.) que te permitan obtener una respuesta.

*La profesora Consuelo está organizando un compartir para la despedida de fin de año lectivo con los estudiantes del grupo 5-4. Por eso le ha solicitado a la niña Carolina traer 3 paquetes de Big Ben. Cada paquete trae 100 dulces con variedad de sabores. Se espera que a este compartir asistan los 44 estudiantes. Si los dulces se reparten equitativamente

a) ¿Cuántos dulces se lleva cada estudiante para su casa? R 2 dulces

b) ¿Cuántos dulces le quedan a la docente? R 12 dulces

*Si la docente decide repartir los dulces sobrantes entre los estudiantes que ocuparon los tres primeros puestos, con la condición que el 1°recibe el doble de dulces que lo que les correspondió al 2° y 3° puesto.

c).Finalmente, ¿cuantos dulces se llevaron en total los estudiantes que ocuparon los tres primeros puesto por su desempeño académico? R al primer puesto le toco 6 dulces y el segundo y tercer puesto les toco 3 dulces

100 | 44
-88 | 2
012

12 - 6 = 3

R a los 44 estudiantes les toco de a 2 dulces

Prueba

44 × 2 = 88

88 + 12 = 100

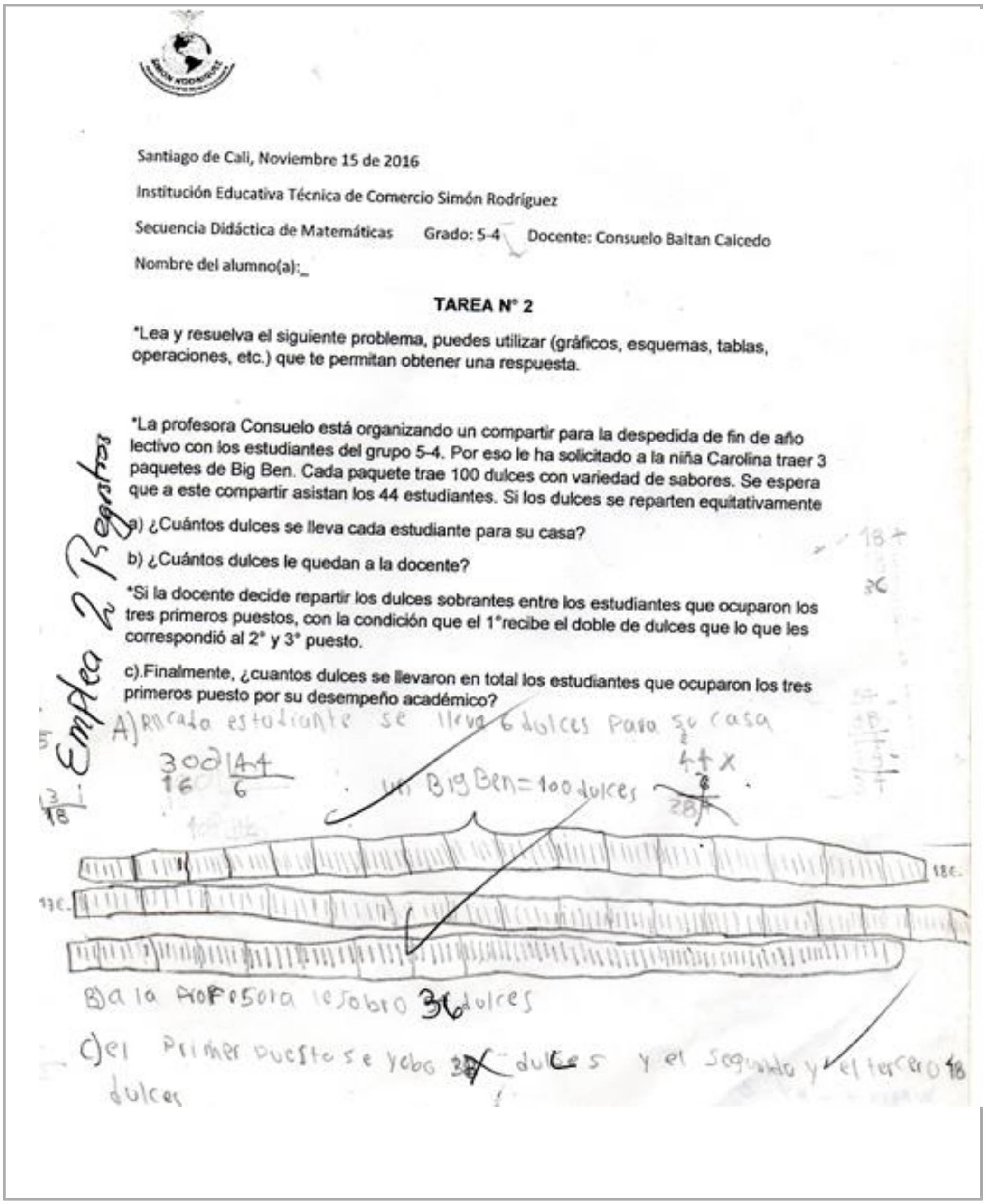
Estudiante N° 22

Este estudiante, en el problema de la repartición de los dulces Big Ben, empleó el algoritmo de la división y repartió los 300 dulces entre los 44 estudiantes, además utilizó registro gráfico para resolver la segunda parte del problema. Así mismo, en los problemas de proporcionalidad de la excursión al Parque del Café y de los trabajadores de la Escuela María Panesso, utilizó en primera instancia el algoritmo de la adición, y en segundo lugar escribió la respuesta y no utilizó algoritmo alguno.

Por otra parte, resolvió las pirámides de estructuras aditivas y multiplicativas. En la prueba diagnóstica resolvió el problema de isomorfismo de medidas, pero no utilizó operaciones ni algoritmos. Los problemas de estructura aditiva los resolvió cuando la incógnita estaba en el primer y segundo sumando, pero en el tercer problema adicionó los pasajeros que van de pie con las 30 toneladas que pesa el bus, y no cayó en cuenta de que estaba adicionando dos magnitudes diferentes (pasajeros y toneladas).

Mientras que en el problema de excursión al Parque del Café, el estudiante estableció que la relación que se daba al interior del problema es que cuanto menor sea la cantidad de estudiantes, menos días durarán los alimentos, de ahí que resolvió el problema a través de estructuras de proporcionalidad directa y no de proporcionalidad inversa. A su vez, en los problemas de los dulces Big Ben, el estudiante utilizó el algoritmo de la división y concluyó que cada estudiante se llevaba 6 dulces para su casa, pero se equivocó en el residuo. Empleó un registro gráfico, en donde cada estudiante lo representó por un rectángulo (Imagen 14).

Imagen 14. Registro fotográfico de la tarea de repartición de dulces Big Ben (Estudiante No. 22)



Santiago de Cali, Noviembre 15 de 2016

Institución Educativa Técnica de Comercio Simón Rodríguez

Secuencia Didáctica de Matemáticas Grado: 5-4 Docente: Consuelo Baltan Caicedo

Nombre del alumno(a):_

TAREA N° 2

*Lea y resuelva el siguiente problema, puedes utilizar (gráficos, esquemas, tablas, operaciones, etc.) que te permitan obtener una respuesta.

*La profesora Consuelo está organizando un compartir para la despedida de fin de año lectivo con los estudiantes del grupo 5-4. Por eso le ha solicitado a la niña Carolina traer 3 paquetes de Big Ben. Cada paquete trae 100 dulces con variedad de sabores. Se espera que a este compartir asistan los 44 estudiantes. Si los dulces se reparten equitativamente

a) ¿Cuántos dulces se lleva cada estudiante para su casa?

b) ¿Cuántos dulces le quedan a la docente?

*Si la docente decide repartir los dulces sobrantes entre los estudiantes que ocuparon los tres primeros puestos, con la condición que el 1°recibe el doble de dulces que lo que les correspondió al 2° y 3° puesto.

c).Finalmente, ¿cuantos dulces se llevaron en total los estudiantes que ocuparon los tres primeros puesto por su desempeño académico?

Emplea 2 Registros

A) A cada estudiante se lleva 6 dulces para su casa

300 | 44
16 | 6

un Big Ben = 100 dulces

B) a la profesora le sobro 36 dulces

C) el primer puesto se yebo 36 dulces y el segundo y el tercero 18 dulces

8.7.3 Desempeño bajo

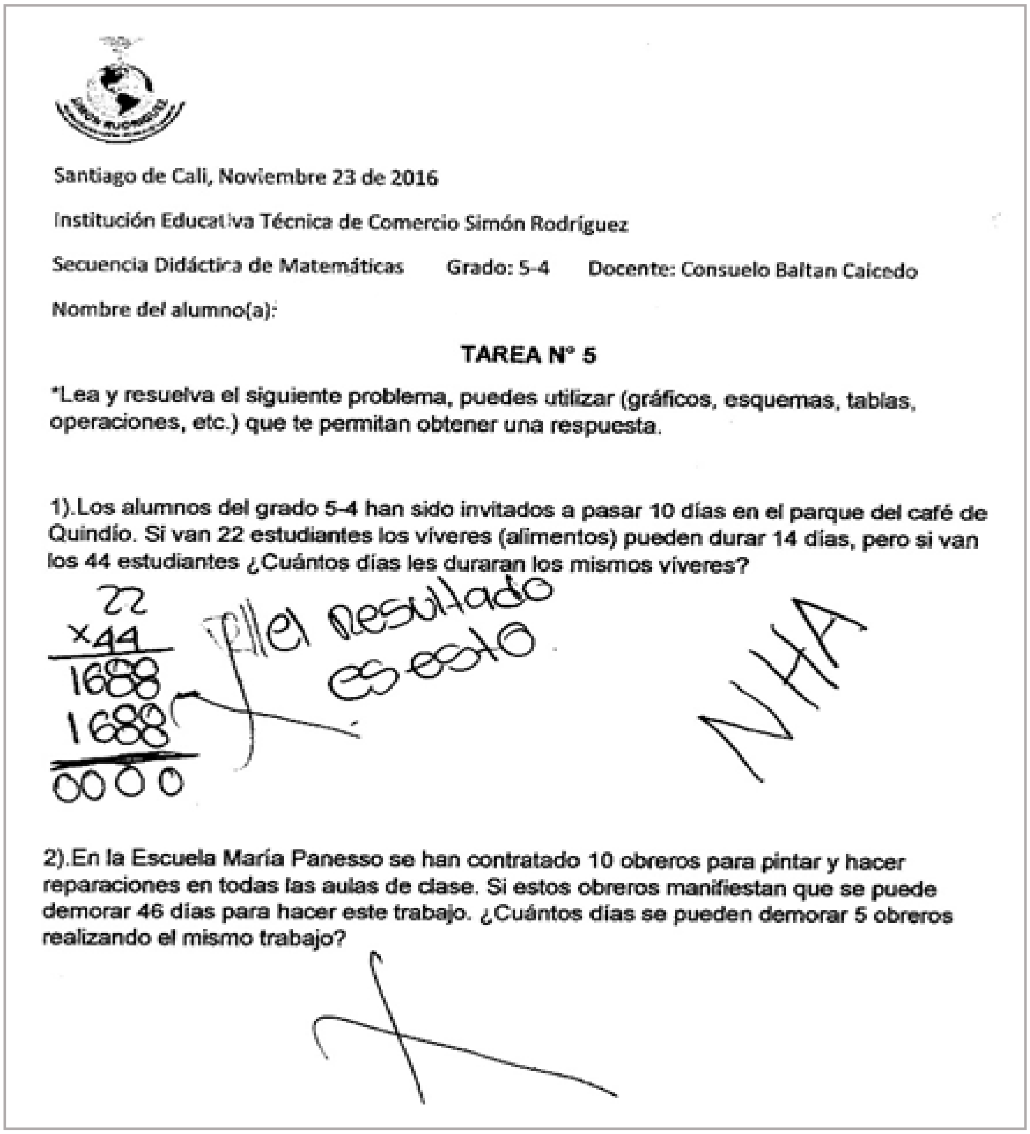
Este grupo de estudiantes que, aunque realizaron las actividades matemáticas propuestas en la secuencia didáctica, no lograron respuestas correctas. Es decir, durante toda la secuencia mostraron irregularidad en sus procedimientos. Ello demuestra que en este grupo de estudiantes no se vieron avances relevantes en cuanto al aprendizaje, lo cual puede ser producto de una enseñanza en la que no se ha dado prioridad al proceso, sino a los resultados y mediciones. Por otra parte, puede ser que estos estudiantes no hacen buena representación de las situaciones problemáticas y no le ven importancia; o también que la estrategia docente no fue la correcta y, por lo tanto, sienten angustia por las matemáticas y responden con cualquier algoritmo o procedimiento incorrecto.

Estudiante N° 3

Lo anterior se puede evidenciar en la estudiante N° 3, quien tuvo inconvenientes en la resolución de las pirámides, pues no utilizó adecuadamente los algoritmos de adición, sustracción, multiplicación y división para completar las pirámides (Imagen 15). En otros problemas, como el de la excursión al Parque del Café, usó el algoritmo de la multiplicación de forma incorrecta; y el problema de los obreros de la Escuela María Panesso no lo realizó. Se puede decir que en el 85 % de las actividades mostró un desempeño bajo. A su vez, la estudiante no estableció buenas relaciones entre los números y las operaciones, y en las respuestas no se dio cuenta de que son incoherentes de acuerdo con lo que se preguntaba (Imagen 16).

Imagen 15. Registro fotográfico de la tarea de las pirámides egipcias de estructura aditiva y multiplicativa (Estudiante No. 3)

Imagen 16. Registro fotográfico de la tarea de la excursión al Parque del Café y de los obreros de la escuela María Panesso (Estudiante No. 3)



Santiago de Cali, Noviembre 23 de 2016

Institución Educativa Técnica de Comercio Simón Rodríguez

Secuencia Didáctica de Matemáticas Grado: 5-4 Docente: Consuelo Baltan Caicedo

Nombre del alumno(a):

TAREA N° 5

*Lea y resuelva el siguiente problema, puedes utilizar (gráficos, esquemas, tablas, operaciones, etc.) que te permitan obtener una respuesta.

1).Los alumnos del grado 5-4 han sido invitados a pasar 10 días en el parque del café de Quindío. Si van 22 estudiantes los víveres (alimentos) pueden durar 14 días, pero si van los 44 estudiantes ¿Cuántos días les duraran los mismos víveres?

22
×44
1688
1688
0000

el resultado es esto

NHA

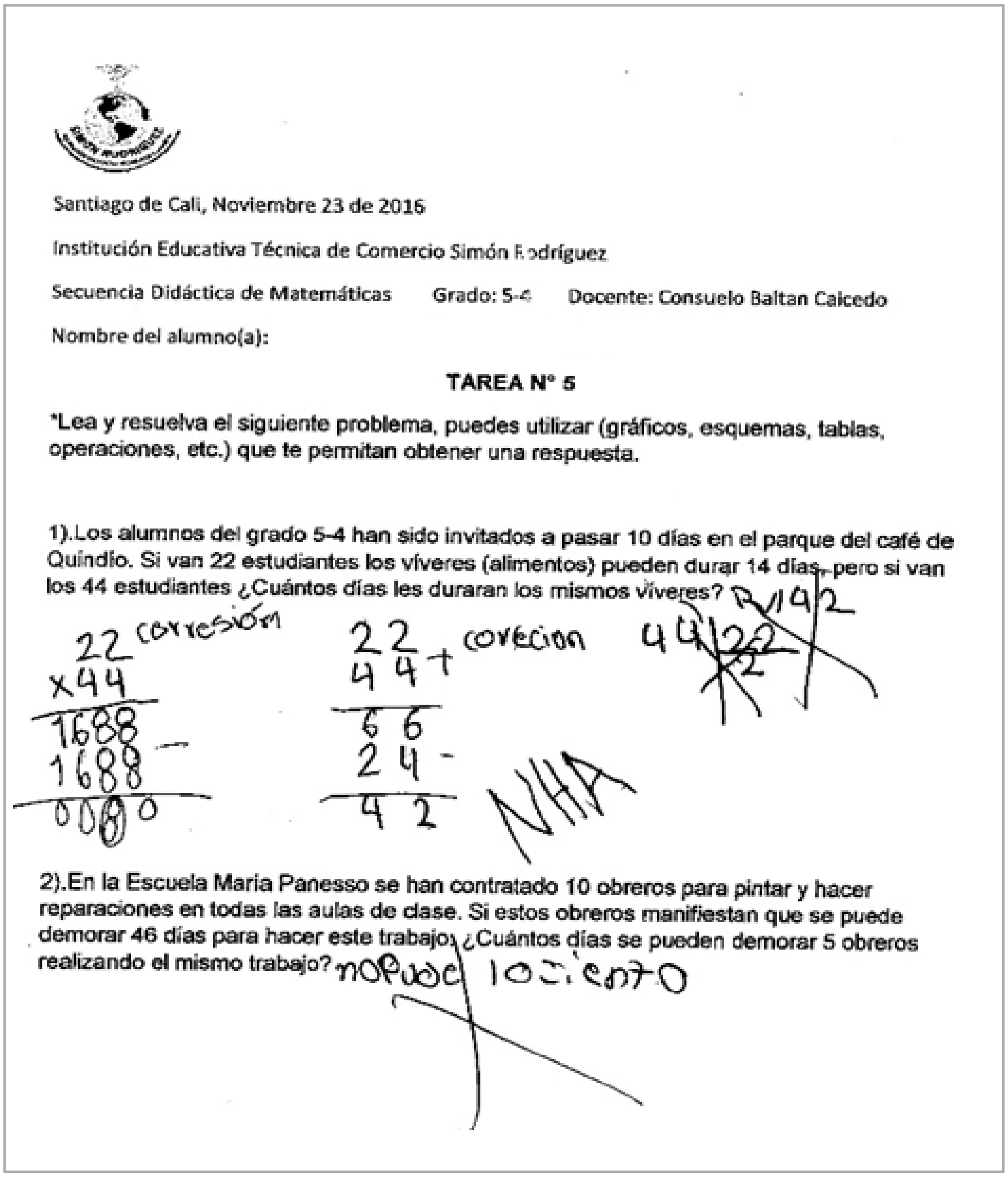
2).En la Escuela María Panesso se han contratado 10 obreros para pintar y hacer reparaciones en todas las aulas de clase. Si estos obreros manifiestan que se puede demorar 46 días para hacer este trabajo. ¿Cuántos días se pueden demorar 5 obreros realizando el mismo trabajo?

Estudiante N° 5

Esta estudiante también presentó inconvenientes en la resolución de las pirámides, pues no utilizó adecuadamente los algoritmos de adición, sustracción, multiplicación y división para completarlas, siendo esta una tarea matemática de reproducción. En el problema del Parque del Café utilizó el algoritmo de suma que no correspondía a los datos del problema, y el problema de los obreros de la

Escuela María Panesso no lo resolvió. En varios problemas, como en el de comparación de la prueba diagnóstica, en la excursión del Parque del Café, no hizo algoritmo; pero en el problema de isomorfismo de medidas recurrió a la estructura multiplicativa del problema o lo planteó en forma de isomorfismo, logrando resolverlo adecuadamente (Imágenes 17, 18 y 19).

Imagen 17. Registro fotográfico de la tarea de la excursión al Parque del Café y de los obreros de la escuela María Panesso (Estudiante No. 5)



Santiago de Cali, Noviembre 23 de 2016

Institución Educativa Técnica de Comercio Simón Rodríguez

Secuencia Didáctica de Matemáticas Grado: 5-4 Docente: Consuelo Baltan Caicedo

Nombre del alumno(a):

TAREA N° 5

*Lea y resuelva el siguiente problema, puedes utilizar (gráficos, esquemas, tablas, operaciones, etc.) que te permitan obtener una respuesta.

1).Los alumnos del grado 5-4 han sido invitados a pasar 10 días en el parque del café de Quindío. Si van 22 estudiantes los víveres (alimentos) pueden durar 14 días, pero si van los 44 estudiantes ¿Cuántos días les duraran los mismos víveres? R/19/2

22 corresión
x44
1688
1688
0080

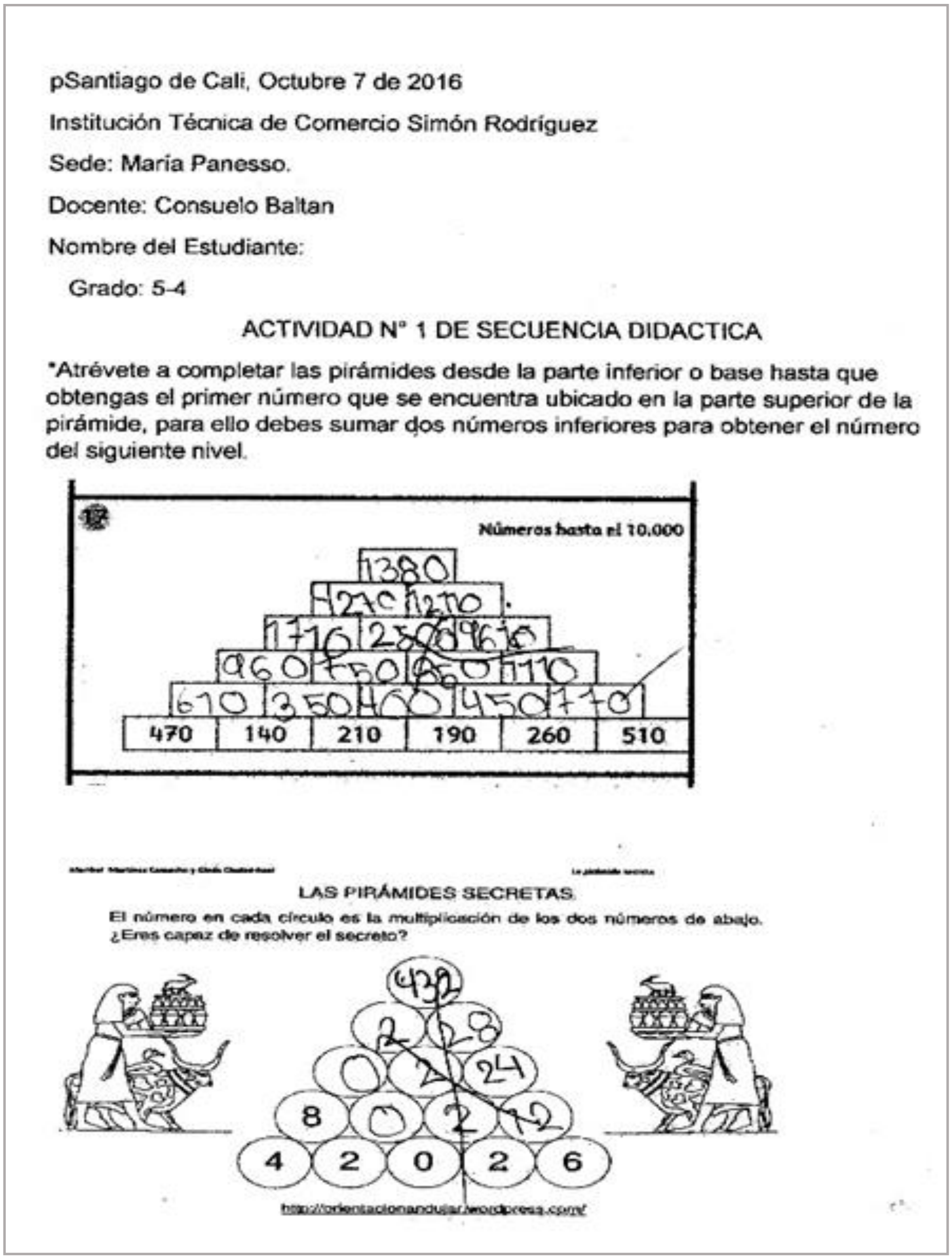
22 coreción
44 +
66
24 -
42

44|22
2

NHA

2).En la Escuela Maria Panesso se han contratado 10 obreros para pintar y hacer reparaciones en todas las aulas de clase. Si estos obreros manifiestan que se puede demorar 46 días para hacer este trabajo, ¿Cuántos días se pueden demorar 5 obreros realizando el mismo trabajo? no pude lo siento

Imagen 18. Registro fotográfico de la tarea de completar las pirámides (Estudiante No. 5)



pSantiago de Cali, Octubre 7 de 2016

Institución Técnica de Comercio Simón Rodríguez

Sede: María Panesso.

Docente: Consuelo Baltan

Nombre del Estudiante:

Grado: 5-4

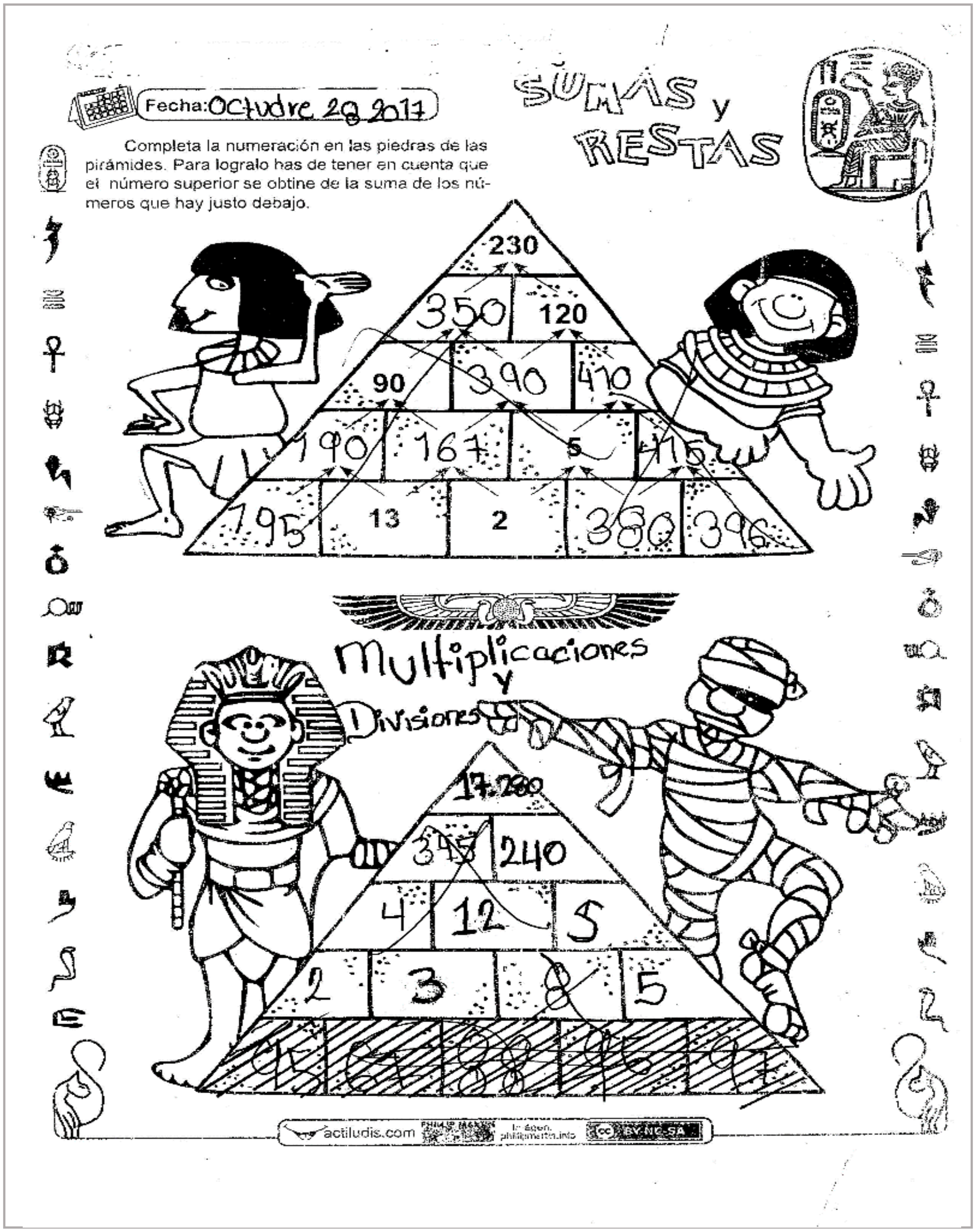
ACTIVIDAD N° 1 DE SECUENCIA DIDACTICA

*Atrévete a completar las pirámides desde la parte inferior o base hasta que obtengas el primer número que se encuentra ubicado en la parte superior de la pirámide, para ello debes sumar dos números inferiores para obtener el número del siguiente nivel.

LAS PIRÁMIDES SECRETAS

El número en cada círculo es la multiplicación de los dos números de abajo. ¿Eres capaz de resolver el secreto?

Imagen 19. Registro fotográfico de la tarea de las pirámides egipcias de estructura aditiva y multiplicativa (Estudiante No. 5)



9. ANÁLISIS DE LA INTERVENCIÓN

En este capítulo se describe y analiza la intervención en la secuencia didáctica orientada a promover el aprendizaje de la estructura multiplicativa mediante la resolución de problemas, en estudiantes de quinto de primaria de la Institución Educativa Técnica de Comercio Simón Rodríguez, sede María Panesso.

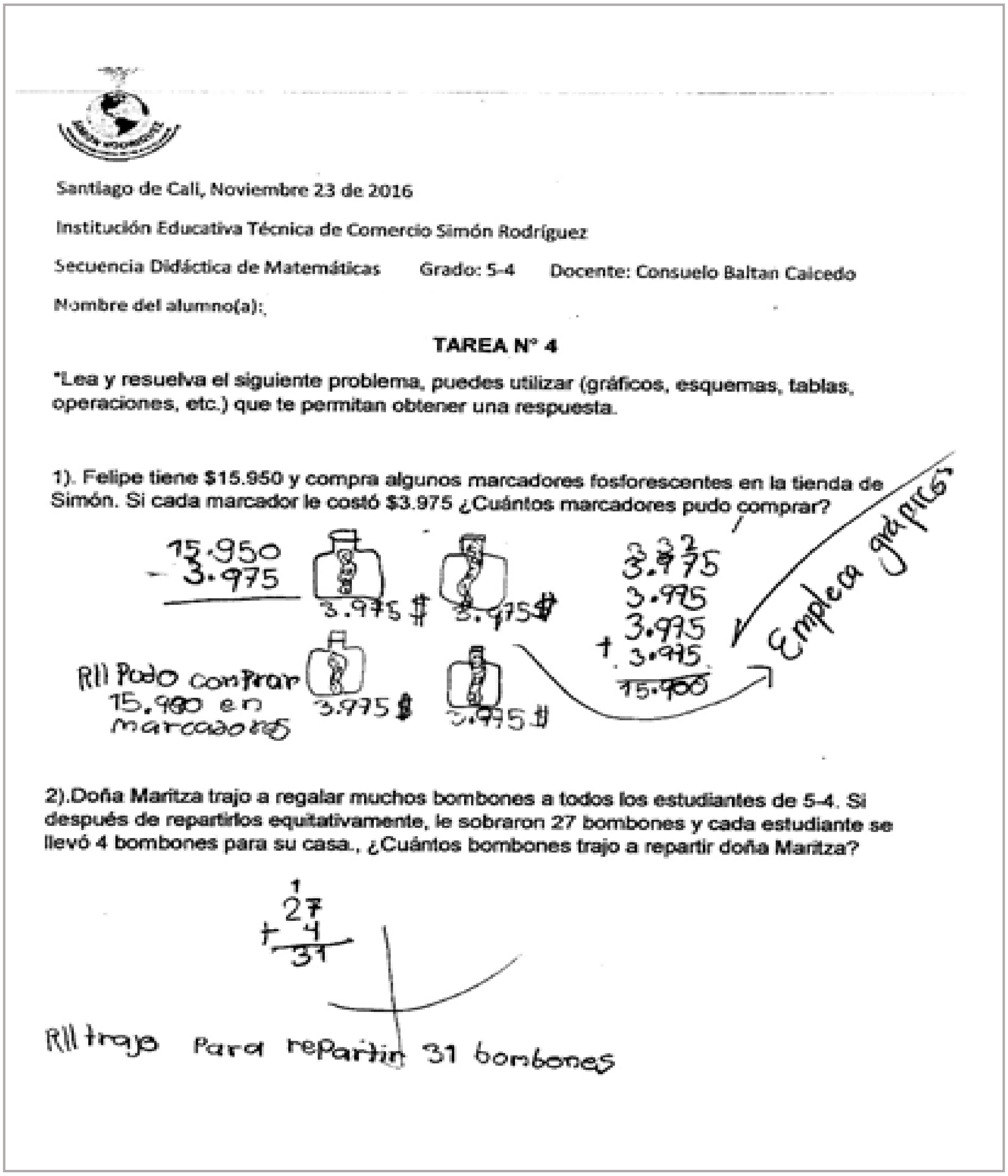
Tras la implementación de la secuencia didáctica, se recogió evidencia sobre la manera en que los estudiantes de quinto de primaria se aproximan a la comprensión del objeto matemático de estructuras multiplicativas, en tareas de resolución de problemas. Las expresiones de los estudiantes, al utilizar diversos recursos y estrategias tanto de la matemática formal como propias, permiten reconocer su avance en la comprensión de la resolución de problemas.

Se identifican los temas que permiten responder la pregunta de investigación y sus respectivas tareas, para comprender el pensamiento de los estudiantes al momento de resolver problemas matemáticos.

9.1 Resolución de problemas desde la estructura multiplicativa utilizando diversos recursos (matemática formal y propia de los estudiantes)

Si bien los problemas fueron planteados desde la estructura multiplicativa (isomorfismo de medidas y proporcionalidad inversa), en varias ocasiones los estudiantes recurrieron a resolverlos aplicando el algoritmo de adición (Imágenes 20 y 21).

Imagen 20. Registro fotográfico de problemas de estructura aditiva (Tarea No. 4 compra de marcadores - Estudiante No. 37)



Santiago de Cali, Noviembre 23 de 2016

Institución Educativa Técnica de Comercio Simón Rodríguez

Secuencia Didáctica de Matemáticas Grado: 5-4 Docente: Consuelo Baltan Caicedo

Nombre del alumno(a):

TAREA N° 4

*Lea y resuelva el siguiente problema, puedes utilizar (gráficos, esquemas, tablas, operaciones, etc.) que te permitan obtener una respuesta.

1). Felipe tiene $15.950 y compra algunos marcadores fosforescentes en la tienda de Simón. Si cada marcador le costó $3.975 ¿Cuántos marcadores pudo comprar?

15.950
− 3.975

3.975 $ 3.975 $ 3.975 $ 3.975 $

3.975
3.975
3.975
+ 3.975
15.900

Emplea gráficos

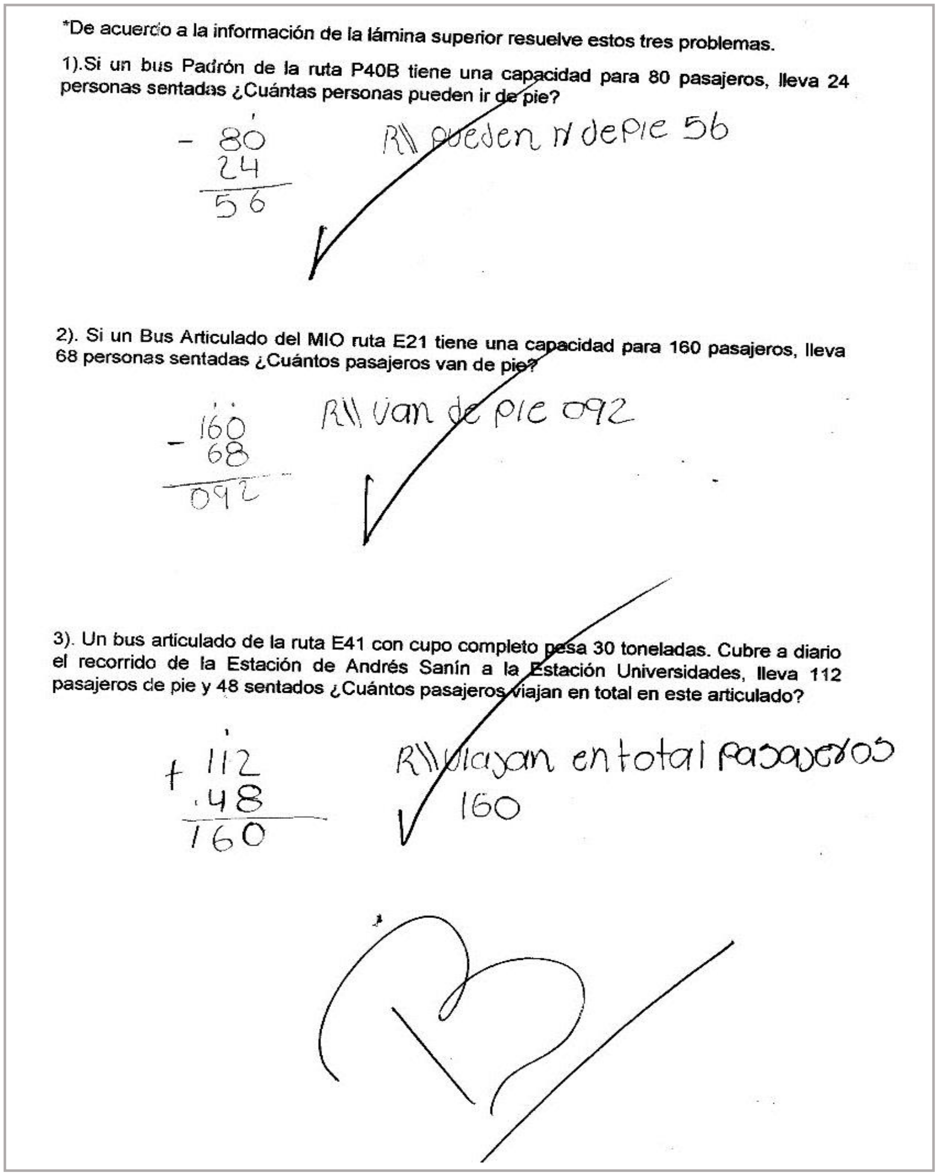
R// Pudo comprar 15.900 en marcadores

2).Doña Maritza trajo a regalar muchos bombones a todos los estudiantes de 5-4. Si después de repartirlos equitativamente, le sobraron 27 bombones y cada estudiante se llevó 4 bombones para su casa., ¿Cuántos bombones trajo a repartir doña Maritza?

27
+ 4
31

R// trajo para repartir 31 bombones

Imagen 21. Registro fotográfico de problemas de estructura aditiva con pasajeros del MIO (Estudiante No. 21)



*De acuerdo a la información de la lámina superior resuelve estos tres problemas.

1).Si un bus Padrón de la ruta P40B tiene una capacidad para 80 pasajeros, lleva 24 personas sentadas ¿Cuántas personas pueden ir de pie?

$$\begin{array}{r} - \; 80 \\ 24 \\ \hline 56 \end{array}$$

R\\ pueden ir de pie 56

2). Si un Bus Articulado del MIO ruta E21 tiene una capacidad para 160 pasajeros, lleva 68 personas sentadas ¿Cuántos pasajeros van de pie?

$$\begin{array}{r} - \; 160 \\ 68 \\ \hline 092 \end{array}$$

R\\ van de pie 092

3). Un bus articulado de la ruta E41 con cupo completo pesa 30 toneladas. Cubre a diario el recorrido de la Estación de Andrés Sanín a la Estación Universidades, lleva 112 pasajeros de pie y 48 sentados ¿Cuántos pasajeros viajan en total en este articulado?

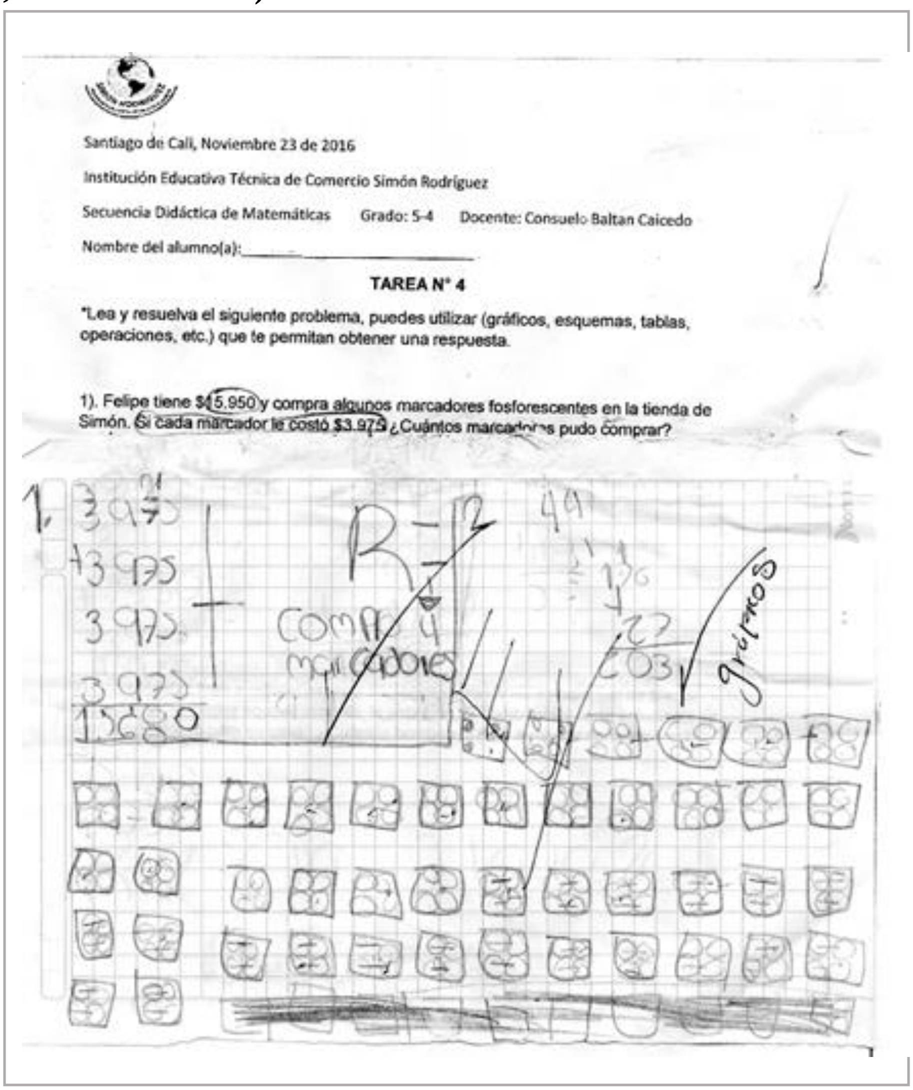
$$\begin{array}{r} + \; 112 \\ 48 \\ \hline 160 \end{array}$$

R\\ viajan en total pasajeros 160

Según lo anterior, los estudiantes muestran un camino a través del cual se aproximan a la comprensión de los problemas de estructura multiplicativa de una manera más significativa para ellos.

De igual modo, otros estudiantes utilizan el registro gráfico (dibujos) para resolver sus problemas (Imagen 22). Es decir, las gráficas que realizan los estudiantes nos demuestran que en el grado quinto de primaria, los estudiantes recurren a sus propias estrategias y procedimientos para resolver sus problemas. Esto indica que aun en este grado de escolaridad los estudiantes usan un puente entre sus estrategias y la matemática formal que les presenta la escuela. De ahí que como docentes estamos llamados a no desechar estos conocimientos previos de los estudiantes y, por el contrario, hacer uso de estas estrategias para lograr una mayor comprensión en la resolución de problemas, sin importar la estructura que este posee.

Imagen 22. Registro fotográfico de problemas de estructura multiplicativa en donde se muestran estrategias de resolución de los estudiantes (Tarea No. 4, estudiante No. 33)


Santiago de Cali, Noviembre 23 de 2016

Institución Educativa Técnica de Comercio Simón Rodríguez

Secuencia Didáctica de Matemáticas Grado: 5-4 Docente: Consuelo Baltan Caicedo

Nombre del alumno(a):

TAREA N° 4

*Lea y resuelva el siguiente problema, puedes utilizar (gráficos, esquemas, tablas, operaciones, etc.) que te permitan obtener una respuesta.

1). Felipe tiene $15.950 y compra algunos marcadores fosforescentes en la tienda de Simón. Si cada marcador le costó $3.975 ¿Cuántos marcadores pudo comprar?

Así, por ejemplo, cuando los estudiantes resolvieron los tres problemas de estructura aditiva, cuyo contexto fue el número de pasajeros que transportan los buses del MIO (Masivo Integrado de Occidente), la estudiante No. 20 preguntó que si el peso de 34 toneladas del articulado era necesario para el resolver el problema sobre el número de personas que puede transportar el articulado. Lo anterior evidencia que la estudiante a partir de la primera etapa de la resolución de problemas, como lo es la comprensión, concluyó que existen datos que no tienen relevancia cuando se resuelve un problema. En esta situación son dos magnitudes diferentes: el número de pasajeros y el peso en toneladas del articulado (ver Anexo 16).

9.2 Resolviendo problemas matemáticos de diversa complejidad

La implementación de esta secuencia didáctica es una oportunidad para que los estudiantes trabajen tareas matemáticas que, según García *et al*. (2015, p. 28), presentan algunos niveles de complejidad, como los que propone PISA (2003, 2006, citado por García *et al*., 2015):

1. *Reproducción*: se caracterizan por los contextos familiares, en ellas se aplican algoritmos estándar y realización de operaciones sencillas.
2. *Conexión*: los contextos son menos familiares, permiten manejar y relacionar diferentes sistemas de representación; estos problemas no son rutinarios y exigen la selección de estrategias para resolverlos.
3. *Reflexión*: requieren comprensión, reflexión y creatividad. En estas tareas se resuelven problemas complejos, en donde el resolutor debe generalizar y justificar.

En este orden de ideas, cuando los estudiantes resuelven problemas de diferente nivel de complejidad, recurren a sus propios procedimientos y estrategias que les permiten llegar a una solución, empleando tanto la estructura aditiva como la multiplicativa, pues han perdido el temor de utilizar sus propios conocimientos y de construir o crear nuevos conocimientos que los lleven a plantear y resolver problemas matemáticos más complejos.

9.3 Trabajo en equipo para la resolución de problemas

Cuando se resolvieron problemas grupales los estudiantes expresaron que trabajando en equipo se puede aprender de los otros, confrontar y debatir con los demás. De ahí que escuchar las estrategias de otros grupos es una forma de enriquecer las propias y corregir sus procedimientos, si es el caso.

Por ejemplo, en el problema grupal de las tapas, durante la socialización, el estudiante No. 26 manifestó:

"Mi grupo resolvió el problema de cuántas tapas iban en cada bolsa, por medio de una multiplicación, las 20 tapas eran el producto y el número de bolsas era uno de los factores y el número de tapas de cada bolsa era el otro factor".

A su vez, la estudiante No. 28 expresó:

"Nosotras resolvimos el problema a través de la división, así, el número 20 era el dividendo, el número de bolsas era el divisor y el número de tapas era el cociente".

Finalmente, el estudiante No. 31 afirmó:

"Mi grupo resolvió el problema de la siguiente manera: cada hoja de papel representaba una bolsa y distribuimos las tapas en las hojas, así resolvimos las preguntas".

Al finalizar, se concluyó que las tres estrategias utilizadas por los grupos eran válidas.

De lo anterior, se puede decir que, aunque un grupo utilizó un elemento concreto (hojas de papel), es una estrategia incipiente, y nos indica que los estudiantes no siempre van a utilizar algoritmos, si no tienen sentido para ellos. De igual forma, los maestros en el aula de clases debemos emplear estrategias pedagógicas que permitan aflorar las estrategias de los estudiantes y, por ende, contribuir a que los estudiantes construyan algoritmos con sentido.

9.4 Conclusiones de los estudiantes

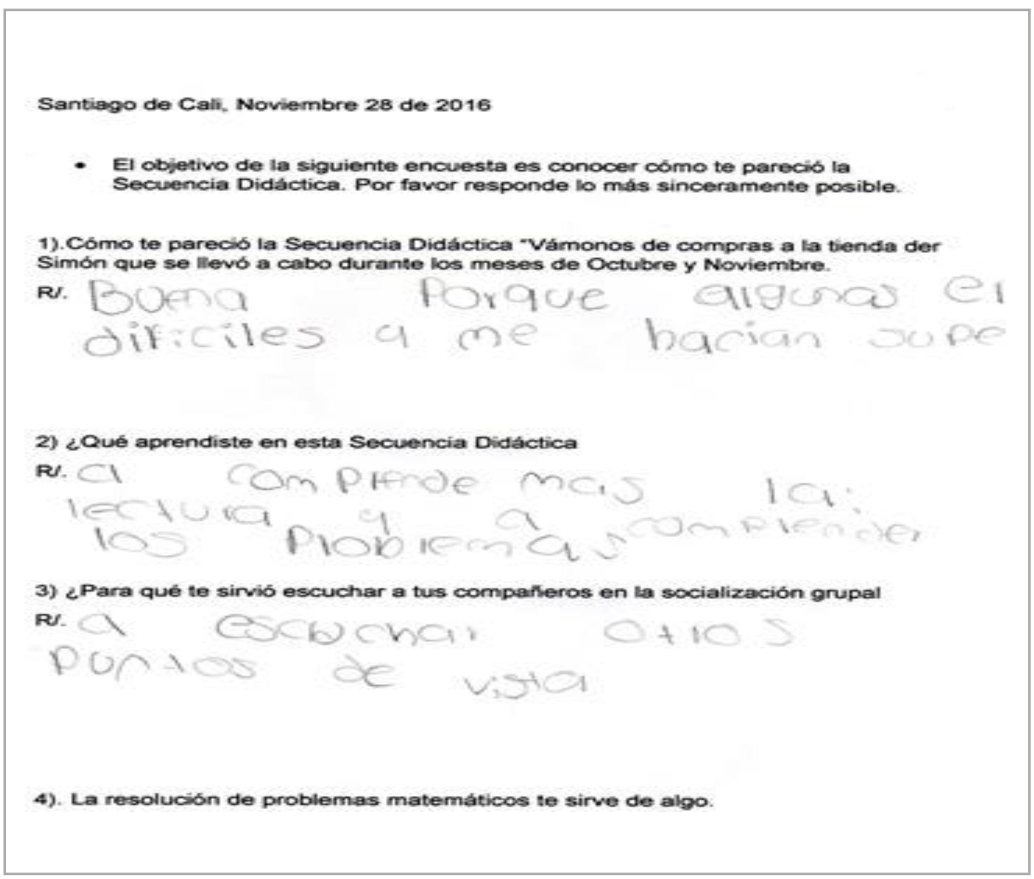
Los estudiantes del grupo 5-4 hicieron individualmente la evaluación sobre cómo les pareció la secuencia didáctica "Vámonos de compras a la Tienda de Simón". De esta evaluación se pueden extraer las siguientes conclusiones:

- En términos generales, les gustó la secuencia didáctica, aunque esta presentara tareas matemáticas difíciles. Por ejemplo, la estudiante No. 32 expresó:

  "Buena, porque algunas eran difíciles y me hacían superarme".

Es decir, la estudiante considera que el resolver tareas matemáticas más complejas es un reto de superación para ella (Imagen 23).

Imagen 23. Registro fotográfico de evaluación de la SD (Estudiante No. 33)



Santiago de Cali, Noviembre 28 de 2016

- El objetivo de la siguiente encuesta es conocer cómo te pareció la Secuencia Didáctica. Por favor responde lo más sinceramente posible.

1).Cómo te pareció la Secuencia Didáctica "Vámonos de compras a la tienda der Simón que se llevó a cabo durante los meses de Octubre y Noviembre.

R/. Buena porque algunas er dificiles a me hacian supe

2) ¿Qué aprendiste en esta Secuencia Didáctica

R/. el comprende mas la lectura y a comprender los problemas

3) ¿Para qué te sirvió escuchar a tus compañeros en la socialización grupal

R/. a escuchar otros puntos de vista

4). La resolución de problemas matemáticos te sirve de algo.

Los estudiantes consideran que la secuencia didáctica les ayuda a resolver problemas de su vida cotidiana y académica.

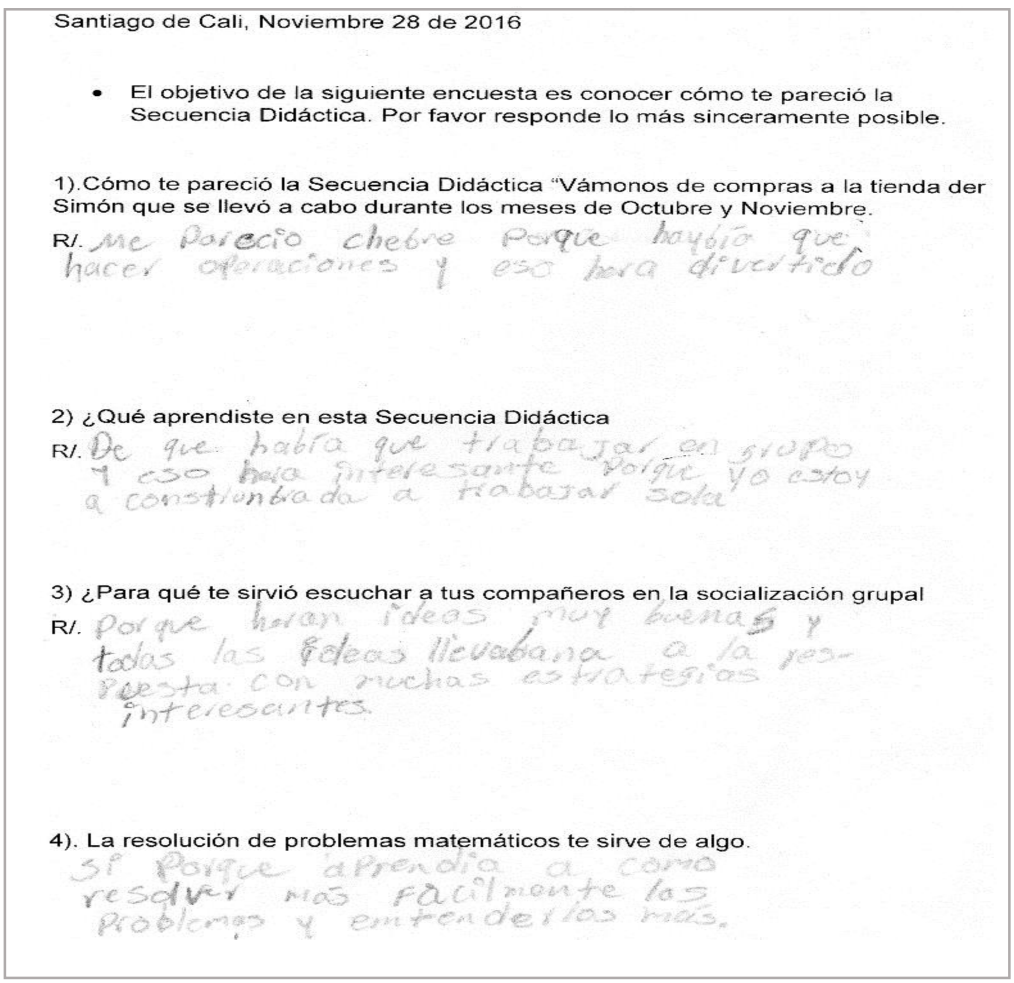
- Los estudiantes afirman que aprendieron a trabajar en equipo, ser más tolerantes con sus compañeros, escuchar a sus pares en las socializaciones para aprender de las estrategias de sus compañeros, porque escuchando a los otros también es una forma de aprender. Por ejemplo, la estudiante Nº 20 manifestó:

  "Aunque siempre me ha gustado trabajar sola, considero que las tareas que resolvimos en equipo fueron interesantes" (Imagen 24).

  El estudiante No. 26, por su parte, manifestó sobre la socialización grupal:

  "Sirvió para saber sus opiniones" (Imagen 25).

Imagen 24. Registro fotográfico de evaluación de la SD (Estudiante No. 20)



Santiago de Cali, Noviembre 28 de 2016

- El objetivo de la siguiente encuesta es conocer cómo te pareció la Secuencia Didáctica. Por favor responde lo más sinceramente posible.

1).Cómo te pareció la Secuencia Didáctica "Vámonos de compras a la tienda der Simón que se llevó a cabo durante los meses de Octubre y Noviembre.

R/. Me parecio chebre porque haybia que hacer operaciones y eso hera divertido

2) ¿Qué aprendiste en esta Secuencia Didáctica

R/. De que habia que trabajar en grupo y eso hera interesante porque yo estoy a constumbrada a trabajar sola

3) ¿Para qué te sirvió escuchar a tus compañeros en la socialización grupal

R/. Porque heran ideas muy buenas y todas las ideas llevaban a la respuesta con muchas estrategias interesantes.

4). La resolución de problemas matemáticos te sirve de algo.

Si porque aprendia a como resolver más facilmente los problemas y entenderlos más.

Imagen 25. Registro fotográfico de evaluación de la SD (Estudiante No. 26)

Santiago de Cali, Noviembre 28 de 2016

- El objetivo de la siguiente encuesta es conocer cómo te pareció la Secuencia Didáctica. Por favor responde lo más sinceramente posible.

1).Cómo te pareció la Secuencia Didáctica "Vámonos de compras a la tienda der Simón que se llevó a cabo durante los meses de Octubre y Noviembre.

R/. Me gusto porque pude aprender mucho

2) ¿Qué aprendiste en esta Secuencia Didáctica

R/. Aprendia a resover problemas y a leer bien los problemas

3) ¿Para qué te sirvió escuchar a tus compañeros en la socialización grupal

R/. sirvio para saber sus opiniones

4). La resolución de problemas matemáticos te sirve de algo.

si me sirvio para resolver problemas

CONCLUSIONES

La secuencia didáctica “Vámonos de compras a la Tienda de Simón” se diseñó con tareas o actividades matemáticas cuyo propósito fue promover los aprendizajes de la estructura multiplicativa desde el proceso general de resolución de problemas de la vida académica y cotidiana de los estudiantes del grado 5-4 de la Institución Educativa Técnica de Comercio Simón Rodríguez. Las siguientes son las conclusiones de este trabajo:

- Algunos estudiantes recurrieron al registro icónico o gráfico para resolver sus tareas. Este hecho es importante por cuanto se puede interpretar que aún siguen utilizando una estrategia gráfica que forma parte de su proceso de aprendizaje. Esta estrategia, en muchas ocasiones, los docentes no la tenemos en cuenta en el aprendizaje y, de hecho, puede convertirse en un elemento clave para la comprensión de conceptos matemáticos.
- A pesar de que los estudiantes no estaban familiarizados con algunas tareas, se les abona el hecho de que persistieron, aunque su respuesta estuviese equivocada. La gran mayoría de estudiantes estuvieron motivados para resolver las tareas matemáticas propuestas.
- Los estudiantes consideran interesantes los trabajos en equipo, porque constituyen una forma de escuchar a sus compañeros, compartir conocimientos y aprender de los otros. Los estudiantes expresan que la socialización les permitió aprender de los otros pares, observar otras estrategias para resolver las tareas, comparar sus estrategias con los demás y concluir que, aunque su grupo empleó otra estrategia, llegó a resolver las tareas como los demás. Es decir, al emplear otros caminos se llegó a la meta propuesta.

- En algunas actividades, los estudiantes se percataron de que había elementos distractores en el planteamiento del problema que no los conducían a la resolución del mismo. Lo que significa que la secuencia didáctica permitió mejorar en cuanto a la comprensión de los planteamientos y de la elección de las estrategias para resolver problemas.
- Cuando los estudiantes tuvieron libertad para resolver los problemas con gráficos, diagramas, tablas, entre otras, realizaron sus tareas recurriendo a sus propias estrategias de resolución o procedimiento, como una forma de aproximarse al concepto u objeto matemático de estructura multiplicativa.
- La secuencia didáctica implementada permitió evidenciar que el pensamiento multiplicativo se desarrolla a través de etapas; por lo tanto, cuando algunos estudiantes utilizaron sus propias estrategias de resolución (representación icónica, esquemática, aditiva o representación multiplicativa), es claro que se aproximan a la resolución de problemas de estructura multiplicativa, y esto nos permite saber a los docentes cómo comprenden nuestros estudiantes.
- Los estudiantes, al no hacer un uso adecuado de la representación de un problema, es decir, al no utilizar adecuadamente su sentido numérico (que les permite saber qué relaciones profundas se establecen entre los números y operaciones, para hacer buen uso e interpretaciones de ellas), no logran resolver los problemas, por cuanto en el aula de clase se ha privilegiado la enseñanza de algoritmos, que en su gran mayoría carecen de sentido para los estudiantes.
- Los estudiantes antes de ingresar a la educación formal ya cuentan con conocimientos previos, usan sus propias estrategias para resolver problemas, pero cuando llegan a la escuela van dejando de lado sus propias herramientas cognitivas, porque deben aprender como el maestro les indica. Por lo tanto, si como docentes no damos la oportunidad a nuestros estudiantes de hacer uso de sus propios recursos o de que puedan explicar sus razonamientos, solo memorizarán operaciones carentes de significado y perderemos la

oportunidad de comprender la manera en que ellos aprenden, puesto que los niños no aprenden como los adultos.

- Los docentes debemos evaluar a nuestros estudiantes desde el proceso y no el resultado como tal, porque cuando ellos se enfrentan a una tarea la tratan de resolver con cualquier algoritmo, es decir, no tienen una buena comprensión de la tarea, de ahí que la resuelven con sus propias estrategias.
- Trabajar durante todo el año lectivo con diversos tipos de tareas, como de reproducción, conexión y reflexión, permite que los estudiantes vayan realizando tareas con crecimiento gradual de complejidad, en las que tienen que hacer usos de sus propios recursos o estrategias. También pueden hacer uso de los tipos de aprendizajes propuestos por Fandiño (2010), como son: aprendizaje conceptual (noética), estratégico, representacional, comunicacional, entre otros.
- En general, los estudiantes tuvieron dificultad en la resolución de problemas de proporcionalidad, porque en el aula este tipo de problemas no se trabajan desde la estructura multiplicativa; es decir, se trabaja como una de las temáticas de fin de año, en donde se abordan las magnitudes directas e inversamente proporcionales.
- Se debe involucrar la resolución de problemas de proporcionalidad en diversos tipos de tareas, como lo propone García *et al*. (2015, p. 29). Al trabajar esta temática, es necesario presentar a los estudiantes tareas de complejidad creciente, que les proporcione herramientas para enfrentar diversas tareas tanto del ámbito escolar como en su vida cotidiana.
- Aunque el trabajo con 44 estudiantes es dispendioso, se convierte en un reto para que el docente pueda aplicar sus estrategias pedagógicas, en pro de una educación de calidad para su grupo, de tal manera que beneficie a todos sus estudiantes. Lo anterior considerando los conocimientos previos de los estudiantes, mediante la socialización de sus procedimientos, el trabajo

colaborativo en equipo, incluyendo problemas del contexto de los estudiantes (escolar y cotidiano) y graduando las tareas matemáticas: tareas de reproducción, de conexión y de reflexión.

- Cuando el estudiante domina el pensamiento numérico y logra complementarlo con los constructos, como son el pensamiento relacional, el pensamiento cuantitativo flexible y el sentido numérico, como lo propone Castro (2008), sin importar la estructura de un problema, tendrá herramientas que le posibiliten hacer una mayor comprensión del mismo y asumirá un papel más protagónico en el aula de clases, lo que le permitirá ser más partícipe.
- La secuencia didáctica implementada permitió evidenciar que el pensamiento multiplicativo se desarrolla a través de etapas. Algunos estudiantes recurrieron a sus propias estrategias de resolución como la representación icónica, aditiva, o representación multiplicativa.
- La implementación de la secuencia didáctica logro promover el aprendizaje del objeto matemático de estructura multiplicativa puesto que a medida que se iba implementando la secuencia con tareas de complejidad creciente, los estudiantes se esforzaban por resolver los problemas y aproximarse más al concepto u objeto desde sus propias estrategias.
- La secuencia evidenció que los alumnos llegan con conocimientos previos, pero cuando ingresan a la escuela esas herramientas se van desapareciendo, y por lo tanto se dedican a memorizar operaciones y no tener un sentido numérico.

- En cuanto al tiempo de desarrollo de la secuencia didáctica, aunque esta se inició en el mes de septiembre, continuó en octubre y terminó en noviembre, no es aconsejable realizarla terminando año lectivo del calendario A, por cuanto los estudiantes ya están exhaustos y la proximidad del mes de diciembre genera, en la gran mayoría de ellos, que su atención se enfoque en sus resultados del año lectivo y en cuándo saldrán a sus vacaciones.

- Una próxima secuencia didáctica puede centrarse en el proceso de cómo los estudiantes comprenden desde problemas de su cotidianidad o ámbito escolar hasta problemas de proporcionalidad inversa. No se tuvo el espacio para socializar cómo algunos estudiantes resolvieron este tipo de problemas haciendo uso de otros algoritmos. Como este tipo de problemas son más complejos, requieren un espacio para la puesta en común, ya que la socialización enriquece a todos los miembros de la comunidad escolar. Así mismo, se convierte en una herramienta potente para que el docente pueda comprender cómo sus estudiantes están asimilando ciertos objetos matemáticos y consolide otras estrategias que le permitan hacer un mayor seguimiento de sus estudiantes.
- Como docente, la aplicación de esta secuencia didáctica me hizo reflexionar sobre la forma de planear las clases, pues entendí que los estudiantes aprenden de diversas maneras, que los pares se convierten en aliados pedagógicos del maestro, ya que en muchas ocasiones logran hacerse entender de sus compañeros. Además, que el trabajo en equipo y la socialización de procedimientos se convierten en una forma de dar un vuelco total al aprendizaje, dado que el saber no solo va a ser del dominio del maestro, sino que los estudiantes y el maestro tendrán la gran responsabilidad de re significar el aula de clases en donde el conocimiento circula y va haciéndose más significativo y complejo en la medida en que todos aporten para la construcción de ese objeto matemático.
- Se deben trabajar los problemas de isomorfismo de medida (proporcionalidad directa) y los problemas de proporcionalidad inversa, cuando se trabaja en el aula la estructura la multiplicativa, pues este tipo de problemas se abordan a fin de año y quedan desligados de la estructura multiplicativa. Además, se debe hacer uso de diversos registros, como las tablas, para que los estudiantes

pasen de un registro a otro y vayan adquiriendo una cultura matemática que les permita hablar, escribir, leer y escuchar en lenguaje matemático y, por ende, defender sus procedimientos, pero también ser capaz de autocriticar sus procedimientos y retroalimentarse del aprendizaje de sus pares.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Administración Nacional de Educación Pública (ANEP) - Gerencia de Investigación y Evaluación. (2004). *La evaluación de la "Cultura Matemática" en PISA 2003. Marco conceptual y actividades de las pruebas.* Montevideo: PISA Y PISA/OECD. Recuperado de http://cimm.ucr.ac.cr/ciaem/articulos/evaluacion/internacionales/La%20evaluaci%C3%B3n%20de%20la%20cultura%20matem%C3%A1tica%20en%20pisa%202003.*ANEP.*La%20evaluaci%C3%B3n%20de%20la%20cultura%20matem%C3%A1tica%20en%20PISA%202003.%202004.pdf

Almeida, I. M. (2001). *Problemas verbais multiplicativos de quarta – proporcional: A diversidade de procedimientos de resolucao* (tesis de maestría en Educación Matemática), Brasil.

Ayllon, M, Gómez, I, Ballesta, J. (2016, enero-junio). Pensamiento matemático y creatividad a través de la invención y resolución de problemas matemáticos. *Propósitos y Representaciones, 4*(1), 169-218

Bello, J. y Salazar, C. (2007). *Evaluar las evaluaciones: el caso de la estructura multiplicativa en las Pruebas Saber* (trabajo de grado de maestría). Universidad Pedagógica Nacional, Bogotá.

Bolondi, G. (2010). Prefacio. En M. I. Fandiño, *Múltiples aspectos del aprendizaje de la matemática* (p. 9). Colombia: Magisterio.

Castro, E. (2008). Pensamiento numérico y educación matemática. En J. M. Cardeñoso y M. Peñas, conferencia en XIV Jornadas de Investigación en el Aula de Matemáticas (pp. 23-32). Granada, España.

Castro, C., Molina, E., Gutiérrez, M. L., Martínez, S. y Escorial, B. (2012). Resolución de problemas para el desarrollo de la competencia matemática en educación infantil. *Números. Revista de Didáctica de las Matemáticas, 80*, 53-70.

Chevallard, Y. (1998). *La transposición didáctica del saber sabio al saber enseñado*. Buenos Aires: Aique.

Colombia Aprende. (s.f.). Resultados de las Pruebas Saber 2016. Recuperado de http://aprende.colombiaaprende.edu.co/siemprediae/86438

Conde C., R. J. y Conde C., Y. (7-27 de febrero, 2005). *El alumnado de secundaria ante los problemas matemáticos*. Trabajo presentado en el V Congreso Internacional Virtual de Educación, Islas Baleares.

D'Amore, B. (2001). *El debate sobre conceptos y objetos matemáticos: la posición "ingenua" en una teoría "realista" vs. el modelo "antropológico" en una teoría "pragmática"*. Núcleo de Investigación en Didáctica de la Matemática. Universidad de Bolonia, Italia.

D'Amore, B. y Godino, J. D. (2007). El enfoque ontosemiótico como un desarrollo de la teoría antropológica en didáctica de la matemática. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 10*(2), 191-218. Recuperado de http://www.ugr.es/~jgodino/funciones-semioticas/D%27Amore%20Godino%20_Relime%2010-2.pdf

Díaz, A. (2013). *Guía para la elaboración de secuencia didáctica*. México: Universidad Nacional Autónoma de México.

Echeverry M., H. A. (2013). *Estrategias didácticas que promueven el aprendizaje de la estructura multiplicativa a partir de la resolución de problemas* (trabajo de grado para optar al título de magíster en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales). Universidad Nacional de Colombia, Facultad de Ingeniería y Administración, Palmira (Colombia).

Fandiño, M. (2010). *Múltiples aspectos del aprendizaje de la matemática*. Bogotá: Magisterio.

García, B., Coronado, A. y Giraldo, A. (2015). *Orientaciones didácticas para el desarrollo de competencias matemáticas*. Florencia, Colombia: Universidad de la Amazonia.

García, M. y Suárez, A. (2010). *Procedimientos de resolución de problemas multiplicativos de isomorfismo de medidas*. 11° Encuentro Colombiano de Matemáticas Educativa. Recuperado de: http://funes.uniandes.edu.co/1048/1/396_Procedimientos_de_Resolucin_de_Problemas_Multiplicativos_Asocolme2010.pdf

Godino, J., Batanero, C. y Font, V. (2004). *Didáctica de las matemáticas para maestros*. España: Universidad de Granada.

Goldin, G. y Kaput, J. (1996). A Joint Perspective on the Idea of Representation in Learning and Doing Mathematics. En *Theories of Mathematics learning*. Estados Unidos de América: Lawrence Erlbaum associates.

Gómez, B. y Contreras, M. (2009). Sobre el análisis de los problemas multiplicativos relacionados con la división de fracciones. *PNA. Revista de Investigación en Didáctica de la Matemática, 3*(4), 169-183.

Hernández, R., Fernández, C. y Baptista, P. (2006). *Metodología de la investigación.* México. D.F.: McGraw-Hill.

Institución Educativa Técnica de Comercio Simón Rodríguez. (s.f.). Nuestra misión. Recuperado de http://www.simonrodriguez.edu.co/about.html

Juan-Llamas, C. y Viuda-Serrano, A. (2013). Aprendizaje de conceptos deportivos a través de la asignatura de matemáticas en educación secundaria. *Journal of Sport and Health Research, 5*(1), 71-86.

Linares, S. y Sánchez, V. (1997). El aprendizaje desde la instrucción: la evolución de las estrategias personales en tareas de proporcionalidad numérica. *Enseñanza de las Ciencias, 10*(1), 37-48.

Ministerio de Educación Nacional. (1998). *Matemáticas Lineamientos curriculares*. Santa Fe de Bogotá: Autor.

________. (2006). *Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Competencias Ciudadanas.* Colombia: Autor.

________. (2016). *Cartilla Siempre Día-e. Informe por colegio Pruebas Saber 3°, 5° y 9°. Aterrizando los resultados al aula. Institución Educativa Técnica de Comercio Simón Rodríguez.* Colombia: Autor. Recuperado de https://diae.mineducacion.gov.co/siempre_diae/documentos/176001001729.pdf

________. (2017). Consulta de resultados Pruebas Saber 3°, 5° y 9°. Recuperado de http://www2.icfesinteractivo.gov.co/ReportesSaber359/

Ministerio de Educación Nacional - Icfes. (2016). Resultados 2015. Publicación de resultados Saber 3°, 5° y 9°. Recuperado de http://www2.icfesinteractivo.gov.co/ReportesSaber359/consultaReporteEstablecimiento.jspx

Montiel, J. A. (2012). *Un análisis de las creencias en la resolución de problemas de matemáticas en los profesores de nivel básico* (tesis para obtener el título de Licenciado en Matemáticas Aplicadas). Facultad de Ciencias Físico Matemáticas, Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, México.

Pérez A., M. (s.f.). *Competencia comunicativa y argumentación en el aula. Algunos apartes de la ponencia.* Recuperado de http://www.socolpe.org/data/public/libros/Competencias/Competencias%20PDF/Conferencia%20Mauricio%20P%E9rez.pdf

Polya, G. (1965). *Cómo plantear y resolver problemas*. México: Trillas.

Poveda, M. (s.f.). + *El desarrollo del pensamiento multiplicativo*. Recuperado de: www.ricardovazquez.es/.../El%20desarrollo%20del%20pensamiento%20multiplicat

Rico, L. (2009). Sobre las nociones de representación y comprensión en la investigación en educación matemática. *PNA, 4*(1), 1-14.

Rivera, G. (2014). *Procesos de razonamiento y de comprensión con respecto a la solución de problemas que involucran la estructura multiplicativa* (trabajo de investigación para optar al título de magíster en Educación). Universidad de Antioquia, Medellín.

Roa, C., Pérez, M., Villegas, L. y Vargas, A. (2015). *Escribir las prácticas: una propuesta metodológica para planear, analizar, sistematizar y publicar el trabajo didáctico que se realiza en las aulas.* Bogotá: Pontificia Universidad Javeriana - Colciencias.

Rojas, P. y Romero, J. (2006). *Estrategias para promover el aprendizaje de la multiplicación como cambio de unidad.* Grupo Mescud. Bogotá: Universidad Distrital "Francisco José de Caldas".

Sfard, A. (2008). *Aprendizaje de las matemáticas escolares desde un enfoque comunicacional.* Santiago de Cali: Programa Editorial Universidad del Valle.

Tobón, S., Pimienta, J. y García, J. (2010). *Secuencias didácticas: aprendizaje y evaluación de competencias.* México: Pearson Educación.

Vergel, R. (2004). *Organizaciones didácticas matemáticas y criterios de evaluación en torno a la multiplicación* (trabajo de grado de maestría). Universidad Pedagógica Nacional, Bogotá.

Vergnaud, G. (1990). La teoría de los campos conceptuales. Godino, J. (Trad.). *Receches en Didactique des Mathématiques, 10*(2, 3), 133-170.

________. (2000). *El niño, las matemáticas y la realidad.* México: Trillas.

Vila, A. y Callejo de la Vega, M. L. (2005). *Matemáticas para aprender a pensar. El papel de las creencias en la resolución de problemas* (3ª. ed.). Madrid: Marcea. p. 31.

ANEXOS[1]

Anexo 1. Prueba diagnóstica

NOMBRE DEL DOCENTE	CONSUELO BALTÁN CAICEDO			
ÁREA ACADÉMICA	MATEMÁTICAS	**MATERIA**	ARITMÉTICA	
HERRAMIENTAS INFORMÁTICAS	Computador.		**Edad y grado**	10-13 años 5°
DESCRIPCIÓN	**Prueba diagnóstica** Los estudiantes resolverán individualmente una prueba diagnóstica compuesta por tres problemas de estructura multiplicativa (isomorfismo de medidas, proporcionalidad inversa y comparación). Esta prueba tiene como objetivo saber cómo resuelven los estudiantes estos tres problemas y conocer las dificultades que presentan en su resolución.			
OBJETIVOS DE APRENDIZAJE	*Identificar las dificultades que presentan los estudiantes al resolver problemas de estructura multiplicativa. *Describir el tipo de estrategias que utilizan los estudiantes para aproximarse o comprender un problema de estructura multiplicativa.			
DURACIÓN DE LA SESIÓN	2 sesiones de 50 minutos cada una.			
REQUISITOS	Se requiere que los estudiantes tengan dominio de resolución de problemas de estructura aditiva que involucran operaciones de adición y sustracción, además de los algoritmos de multiplicación y división, también del uso de estrategias o procedimientos propios que les permitan encontrar otros caminos para la resolución de un determinado problema.			
RECURSOS Y MATERIALES	*Tienda de Simón (venden útiles escolares y papelería en general). *Televisor plasma de 32". *Memoria. *Biblioteca. *Aulas de clases de la sede María Panesso. *Cuadernos (estudiantes consignan lo visto en la secuencia) *Computador de la docente (para grabar la participación de los estudiantes) *Video de planeación de clases. *Tablero. *Marcadores. *Hojas de block. *Fotocopias.			

[1] Los formatos utilizados en esta sección se han modificado ligeramente con relación a la versión original tomada de Roa, Pérez, Villegas y Vargas (2013) y Pérez (s.f.).

<table>
<tr><td rowspan="2">ACTIVIDADES</td><td>EL DOCENTE DEBERÁ:</td><td>EL ESTUDIANTE DEBERÁ:</td></tr>
<tr><td>Dar una consigna para invitar a los estudiantes de grado 5º a resolver problemas haciendo uso de sus estrategias o procedimientos, utilizando tablas, esquemas o gráficos.</td><td>*Tener disposición para trabajar individual o grupalmente.
*Hacer uso de sus estrategias o procedimientos.
*Participar y expresar sus ideas.
*Comparar sus procedimientos con los de sus compañeros.
*Monitorear sus propios desempeños, estrategias o procedimientos empleados.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">EVALUACIÓN</td><td>ASPECTOS A EVALUAR</td><td>CRITERIOS DE EVALUACIÓN</td></tr>
<tr><td>Antes: la disposición del estudiante, su responsabilidad y compromiso con el trabajo a desarrollar.
Durante: el estudiante trabajará individualmente y hará aportes durante la socialización.
Finalizar: los estudiantes entregarán a la docente la tarea matemática individual que ha sido fotocopiada.</td><td>*Responsabilidad.
*Participación en clase.
*Evaluación escrita individual.
*Trabajo en equipo.
*Presentación de su cuaderno de secuencia didáctica.
*Asistencia.
*Respeto a los demás.</td></tr>
<tr><td>NOTAS</td><td colspan="2">*Los problemas en que los estudiantes tuvieron más dificultad fueron los de isomorfismo de medidas y de proporcionalidad inversa.
*Algunos estudiantes lograron resolver el problema de comparación, utilizando la adición, es decir, algunos estudiantes aún usan la multiplicación como la adición reiterada de un sumando, pues es la forma como ellos comprendieron el problema y llegaron a una respuesta correcta.</td></tr>
</table>

Anexo 2. Diseño general de la secuencia didáctica "Vámonos de compras a la Tienda de Simón"

<table>
<tr><td>NOMBRE DEL DOCENTE</td><td colspan="4">CONSUELO BALTÁN CAICEDO</td></tr>
<tr><td>ÁREA ACADÉMICA</td><td>MATEMÁTICAS</td><td>MATERIA</td><td colspan="2">ARITMÉTICA</td></tr>
<tr><td>HERRAMIENTAS INFORMÁTICAS</td><td colspan="2">Computador.</td><td>Edad y grado</td><td>10-13 años
5-4</td></tr>
<tr><td>DESCRIPCIÓN</td><td colspan="4">Esta secuencia didáctica consta de cuatro etapas: inicialmente los estudiantes realizarán una prueba diagnóstica; luego resolverán tareas matemáticas en orden de complejidad creciente (reproducción, conexión y reflexión), lo que permitirá evidenciar qué tipo de estrategias utilizan para aproximarse al objeto matemático de estructura multiplicativa.</td></tr>
<tr><td>OBJETIVO DE APRENDIZAJE</td><td colspan="4">Resolver problemas de estructura multiplicativa de isomorfismo de medidas y proporcionalidad, haciendo uso de sus propios procedimientos o estrategias de resolución de problemas.</td></tr>
<tr><td>DURACIÓN DE LA SESIÓN</td><td colspan="4">2 horas.</td></tr>
<tr><td>REQUISITOS</td><td colspan="4">Algoritmos de las cuatro operaciones básicas (adición, sustracción, multiplicación y división).</td></tr>
<tr><td>RECURSOS Y MATERIALES</td><td colspan="4">*Tienda de Simón (venden útiles escolares y papelería en general).
*Televisor plasma de 32".
*Memoria.
*Biblioteca.
*Aulas de clases de la sede María Panesso.
*Cuadernos (estudiantes consignan lo visto en la secuencia).
*Computador de la docente (para grabar la participación de los estudiantes).
*Video de planeación de clases.
*Tablero.
*Marcadores.
*Hojas de block.
*Fotocopias.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">ACTIVIDADES</td><td colspan="2">EL DOCENTE DEBERÁ:</td><td colspan="2">EL ESTUDIANTE DEBERÁ:</td></tr>
<tr><td colspan="2">Dar una consigna para invitar a los estudiantes de grado 5º a resolver problemas haciendo uso de sus estrategias o procedimientos, utilizando tablas, esquemas o gráficos. Además, se hará énfasis en las cuatro etapas de resolución de problemas matemáticos propuestas por Polya:
1) Comprensión del problema.
2) Planear una estrategia.
3) Implementar la estrategia.</td><td colspan="2">*Tener disposición para trabajar individual o grupalmente.
*Tener en cuenta las etapas de resolución de problemas matemáticos propuestas por Polya.
*Hacer uso de sus estrategias o procedimientos.
*Participar y expresar sus ideas.
*Comparar sus procedimientos con los de sus compañeros.</td></tr>
</table>

	4) Verificación.	*Monitorear sus propios desempeños, estrategias o procedimientos empleados.
EVALUACIÓN	**ASPECTOS A EVALUAR**	**CRITERIOS DE EVALUACIÓN**
	Antes: la disposición del estudiante, su responsabilidad y compromiso con el trabajo a desarrollar. Durante: el estudiante trabajará individualmente y hará aportes durante la socialización. Finalizar: los estudiantes entregarán a la docente la tarea matemática.	*Responsabilidad. *Participación en clase. *Tareas matemáticas realizadas en forma individual. *Trabajo en equipo. *Presentación de su cuaderno de secuencia didáctica. *Asistencia. *Respeto hacia los demás.
NOTAS	Se hará mención de las más importantes intervenciones de los estudiantes y la docente durante la implementación de la secuencia didáctica.	

Anexo 3. Planeación y descripción general de las sesiones que componen la secuencia didáctica "Vámonos de compras a la Tienda de Simón"

Secuencia didáctica "Vámonos de compras a la Tienda de Simón"	
Sesión	**Descripción**
Nº 1	En esta sesión se da inicio a la secuencia didáctica en donde los estudiantes observarán un video como sensibilización de los problemas que se presentan en la vida diaria o académica. Luego, los estudiantes resuelven tres problemas de isomorfismo de medidas, proporcionalidad inversa y comparación. Para finalizar esta sesión se resolverán cuatro pirámides egipcias donde debían hacer uso de las estructuras aditiva (adición y sustracción) y multiplicativa (multiplicación y división).
Nº 2	En esta sesión se le manifiesta a los estudiantes la importancia de tener en cuenta las cuatro etapas propuestas por Polya, cuando se pretende resolver un problema matemático: comprender el problema, escoger una estrategia de resolución, aplicar la estrategia de resolución y verificar. A su vez, se les reitera a los estudiantes que al resolver un problema pueden hacer uso de operaciones, tablas, cuadros, diagramas, gráficos, entre otros. Durante esta sesión los estudiantes resuelven grupalmente e individualmente tres problemas de estructura aditiva que están inmersos en su contexto cotidiano cuando la incógnita se halla en el primer y segundo sumandos, o en la suma o total.
Nº 3	En esta sesión los estudiantes trabajan en grupo en un problema de proporcionalidad inversa, por cuanto hay dos magnitudes. Seguidamente, deben nombrar un monitor y socializar la forma en que llegaron a las respuestas y cuáles estrategias de resolución utilizaron. En la segunda parte de esta sesión, los estudiantes deben resolver un problema de isomorfismo de medidas de forma individual, el cual tiene un grado de complejidad mayor por cuanto se involucran a la vez las operaciones de multiplicación y división.
Nº 4	Durante esta sesión los estudiantes deben resolver un problema de isomorfismo de medidas de mayor grado de complejidad, por cuanto deben pasar de un registro grafico a uno numérico. Luego, deben resolver la segunda parte del problema y aplicar operaciones de multiplicación y adición.
Nº 5	En esta sesión se presentan tres momentos: en el primer momento, los estudiantes deben resolver individualmente dos problemas de proporcionalidad inversa. En el segundo momento, deben resolver individualmente dos problemas de isomorfismo de medidas. Finalmente, en el tercer momento, los estudiantes en forma grupal deben resolver dos problemas donde se involucran las estructuras aditiva (adición y sustracción) y multiplicativa (multiplicación y división).

Anexo 4. Actividad: video “El puente”

<table>
<tr><td>NOMBRE DEL DOCENTE</td><td colspan="3">CONSUELO BALTÁN CAICEDO</td></tr>
<tr><td>ÁREA ACADÉMICA</td><td>MATEMÁTICAS</td><td>MATERIA</td><td>ARITMÉTICA</td></tr>
<tr><td>HERRAMIENTAS INFORMÁTICAS</td><td colspan="2">Computador.</td><td>Edad y grado | 10-13 años
5°</td></tr>
<tr><td>DESCRIPCIÓN</td><td colspan="3">Video “El puente”
https://www.youtube.com/watch?v=_X_AfRk9F9w
Los estudiantes observan el video “El puente”, en donde se presenta un conflicto entre dos animales de gran tamaño, un oso y un rinoceronte, que pretenden resolver el problema utilizando la agresión física. Mientras que el conejo y la ardilla resuelven el problema de una forma estratégica y pacífica.</td></tr>
<tr><td>OBJETIVOS DE APRENDIZAJE</td><td colspan="3">*Asumir una actitud asertiva cuando nos encontramos en una situación problemática.
*Valorar el trabajo en equipo como una forma de resolver problemas del contexto académico y familiar.</td></tr>
<tr><td>DURACIÓN DE LA SESIÓN</td><td colspan="3">2 horas.</td></tr>
<tr><td>REQUISITOS</td><td colspan="3">*Tener una actitud positiva ante el video.
*Tener una actitud de escucha.</td></tr>
<tr><td>RECURSOS Y MATERIALES</td><td colspan="3">*Televisor plasma de 32”.
*Memoria.
*Biblioteca.
*Aulas de clases de la sede María Panesso.
*Cuadernos (estudiantes consignan lo visto en la secuencia).
*Computador de la docente (para grabar la participación de los estudiantes).
*Tablero.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">ACTIVIDADES</td><td>EL DOCENTE DEBERÁ:</td><td colspan="2">EL ESTUDIANTE DEBERÁ:</td></tr>
<tr><td>Dar la consigna: “Ustedes van a realizar una actividad individual. Observarán en la biblioteca un video corto llamado ‘El puente’”.
Luego, iremos al salón y responderán individualmente cuatro preguntas, para ello tienen 25 minutos.
Finalmente, para participar en la socialización deben levantar la mano y esperar que la docente les dé la palabra.</td><td colspan="2">Observar el video corto llamado “El puente”.
Luego, el estudiante reflexionará y resolverá en forma individual un taller de cuatro preguntas.
Finalmente, socializará con sus compañeros y docente las respuestas que consignó en su cuaderno de secuencia didáctica.</td></tr>
</table>

	ASPECTOS A EVALUAR	CRITERIOS DE EVALUACIÓN
EVALUACIÓN	Antes: la participación del estudiante. Durante: la responsabilidad para desarrollar la actividad propuesta por la docente. Finalizar: el alcance de los objetivos propuestos en cada actividad.	*Responsabilidad. *Participación en clase. *Tareas matemáticas realizadas en forma individual. *Trabajo en equipo. *Presentación de su cuaderno de secuencia didáctica. *Asistencia. *Respeto hacia los demás.
NOTAS	*Cuando los estudiantes observaron el video "El puente" se sintieron muy motivados para iniciar esta secuencia didáctica. Después de socializar sus respuestas con sus compañeros y docente, se llegó a la conclusión de que cuando enfrentamos problemas en nuestra vida académica o cotidiana siempre debemos tener confianza en nosotros mismos; si es el caso, trabajar en equipo con los demás y no huir del problema. *Desde el inicio se les manifestó a los estudiantes que estas actividades matemáticas que iban a desarrollar no eran a cambio de una nota para el área de Matemáticas. *Esta secuencia didáctica contó con el permiso de la señora rectora, Isabel Cristina Reyes, el coordinador de la sede María Panesso, Carlos Segura, y con el apoyo de padres de familia y estudiantes del grupo 5-4 de la jornada de la tarde.	

Anexo 5. Actividad: resolución de pirámides de estructura aditiva y multiplicativa

NOMBRE DEL DOCENTE	CONSUELO BALTÁN CAICEDO		
ÁREA ACADÉMICA	MATEMÁTICAS	**MATERIA**	ARITMÉTICA
HERRAMIENTAS INFORMÁTICAS	Computador.	**Edad y grado**	10-13 años 5°
DESCRIPCIÓN	**Resolución de pirámides de estructura aditiva y multiplicativa** Los estudiantes resolverán cuatro pirámides durante dos momentos de la secuencia didáctica, es decir, en una sesión resolverán dos pirámides en donde los números no son de gran valor, pero en la segunda sesión se les presentarán dos pirámides con valores superiores a las anteriores, de ahí que los estudiantes tendrán mayor dificultad para resolverlas. Estas pirámides las resolverán individualmente para verificar el grado de dominio de los algoritmos de las cuatro operaciones (adición, sustracción, multiplicación y división).		
OBJETIVOS DE APRENDIZAJE	*Resolver pirámides que involucran estructuras aditiva y multiplicativa. *Aplicar los algoritmos de adición, sustracción, multiplicación y división de forma adecuada.		
DURACIÓN DE LA SESIÓN	2 sesiones de 50 minutos cada una.		
REQUISITOS	Se requiere que los estudiantes tengan dominio de resolución de problemas de estructura aditiva que involucran operaciones de adición y sustracción, además de los algoritmos de multiplicación y división, también del uso de estrategias o procedimientos propios que les permitan encontrar otros caminos para la resolución de un determinado problema.		
RECURSOS Y MATERIALES	*Tienda de Simón (venden útiles escolares y papelería en general). *Televisor plasma de 32”. *Memoria. *Biblioteca. *Aulas de clases de la sede María Panesso. *Cuadernos (estudiantes consignan lo visto en la secuencia) *Computador de la docente (para grabar la participación de los estudiantes). *Video de planeación de clases. *Tablero. *Marcadores. *Hojas de block. *Fotocopias.		

	EL DOCENTE DEBERÁ:	**EL ESTUDIANTE DEBERÁ:**
ACTIVIDADES	Dar una consigna para invitar a los estudiantes de grado 5º a resolver problemas haciendo uso de sus estrategias o procedimientos, utilizando tablas, esquemas o gráficos.	*Tener disposición para trabajar individual o grupalmente. *Hacer uso de sus estrategias o procedimientos. *Participar y expresar sus ideas. *Comparar sus procedimientos con los de sus compañeros. *Monitorear sus propios desempeños, estrategias o procedimientos empleados.
	ASPECTOS A EVALUAR	**CRITERIOS DE EVALUACIÓN**
EVALUACIÓN	Antes: la disposición del estudiante, su responsabilidad y compromiso con el trabajo a desarrollar. Durante: el estudiante trabajará individualmente y hará aportes durante la socialización. Finalizar: los estudiantes entregarán a la docente la tarea matemática individual que ha sido fotocopiada.	*Responsabilidad. *Participación en clase. *Evaluación escrita individual. *Trabajo en equipo. *Presentación de su cuaderno de secuencia didáctica. *Asistencia. *Respeto hacia los demás.
NOTAS	*Algunos estudiantes no resolvieron las pirámides, porque se equivocaron en la aplicación de las estructuras aditiva y multiplicativa. *Se les presentó esta tarea de reproducción, porque a través de esta actividad se evidencia el dominio de los algoritmos que poseen los estudiantes antes de dar inicio a la resolución de problemas de estructuras aditiva y multiplicativa.	

Anexo 6. Trabajo grupal de estructura aditiva (kit escolar)

NOMBRE DEL DOCENTE	CONSUELO BALTÁN CAICEDO			
ÁREA ACADÉMICA	MATEMÁTICAS	**MATERIA**	ARITMÉTICA	
HERRAMIENTAS INFORMÁTICAS	Computador.		**Edad y grado**	10-13 años 5°
DESCRIPCIÓN	**Trabajo grupal de estructura aditiva** Los estudiantes resolverán en grupos de cinco integrantes, tres problemas de estructura aditiva con precios de la Tienda de Simón. El primer problema tiene la incógnita en el primer sumando (? +b =c). El segundo problema tiene la incógnita en el segundo sumando (a+? = c). El tercer problema tiene la incógnita en la suma o total (a+b=?).			
OBJETIVOS DE APRENDIZAJE	*Comprender el enunciado del problema. *Concebir un plan para resolver el problema. *Ejecutar el plan que le permita resolver el problema. *Verificar o examinar la solución obtenida. *Resolver problemas que involucran situaciones aditivas y multiplicativas.			
DURACIÓN DE LA SESIÓN	2 sesiones de 50 minutos cada una.			
REQUISITOS	Se requiere que los estudiantes tengan dominio de resolución de problemas de estructura aditiva que involucran operaciones de adición y sustracción, además de los algoritmos de multiplicación y división, también del uso de estrategias o procedimientos propios que les permitan encontrar otros caminos para la resolución de un determinado problema.			
RECURSOS Y MATERIALES	*Tienda de Simón (venden útiles escolares y papelería en general). *Televisor plasma de 32”. *Memoria. *Biblioteca. *Aulas de clases de la sede María Panesso. *Cuadernos (estudiantes consignan lo visto en la secuencia). *Computador de la docente (para grabar la participación de los estudiantes). *Video de planeación de clases. *Tablero. *Marcadores. *Hojas de block. *Fotocopia.			

ACTIVIDADES	**EL DOCENTE DEBERÁ:**	**EL ESTUDIANTE DEBERÁ:**
	Dar una consigna para invitar a los estudiantes de grado 5º a resolver problemas haciendo uso de sus estrategias o procedimientos, utilizando tablas, esquemas o gráficos. Además, se hará énfasis en las cuatro etapas de resolución de problemas matemáticos propuestas por Polya: 1) Comprensión del problema. 2) Planear una estrategia. 3) Implementar la estrategia. 4) Verificación.	*Tener disposición para trabajar individual o grupalmente. *Tener en cuenta las etapas de resolución de problemas matemáticos propuestas por Polya. *Hacer uso de sus estrategias o procedimientos. *Participar y expresar sus ideas. *Comparar sus procedimientos con los de sus compañeros. *Monitorear sus propios desempeños, estrategias o procedimientos empleados. *Un representante del grupo socializa los procedimientos que utilizó su respectivo grupo.
EVALUACIÓN	**ASPECTOS A EVALUAR**	**CRITERIOS DE EVALUACIÓN**
	Antes: la disposición del estudiante, su responsabilidad y compromiso con el trabajo a desarrollar. Durante: el estudiante trabajará individualmente y hará aportes durante la socialización. Finalizar: los estudiantes entregarán a la docente la tarea matemática individual que ha sido fotocopiada.	*Responsabilidad. *Participación en clase. *Evaluación escrita individual. *Trabajo en equipo. *Presentación de su cuaderno de secuencia didáctica. *Asistencia. *Respeto hacia los demás.
NOTAS	*Para poner en común los procedimientos o estrategias que realizó cada grupo, se nombró a un monitor o representante. *Durante la socialización de los representantes de cada grupo, se pudo evidenciar que todos los grupos coincidieron en hacer procedimientos semejantes (uso de algoritmos) que los llevó a encontrar respuestas acertadas.	

Anexo 7. Actividad: resolución de problemas de estructura aditiva individual (número de pasajeros que transportan los buses del MIO)

NOMBRE DEL DOCENTE	CONSUELO BALTÁN CAICEDO				
ÁREA ACADÉMICA	MATEMÁTICAS	**MATERIA**	ARITMÉTICA		
HERRAMIENTAS INFORMÁTICAS	Computador.		**Edad y grado**	10-13 años 5°	
DESCRIPCIÓN	**Resolución de problemas de estructura aditiva individual (número de pasajeros que transportan los buses del MIO)** Los estudiantes en forma individual resolverán tres problemas de estructura aditiva. El primer problema tiene la incógnita en el primer sumando (? +b =c). El segundo problema tiene la incógnita en el segundo sumando (a+? = c). El tercer problema tiene la incógnita en la suma o total (a+b=?), cuyo contexto es el número de pasajeros del MIO (Masivo Integrado de Occidente). Esta tarea matemática tiene como propósito verificar que los estudiantes no tengan dificultades para resolver de manera individual problemas de estructura aditiva.				
OBJETIVOS DE APRENDIZAJE	*Comprender el enunciado del problema. *Concebir un plan para resolver el problema. *Ejecutar el plan que le permite resolver el problema. *Verificar o examinar la solución obtenida. *Resolver problemas que involucran situaciones aditivas y multiplicativas. *Resolver problemas cuya estrategia de solución requiere de las relaciones y propiedades de los números naturales y sus operaciones.				
DURACIÓN DE LA SESIÓN	2 sesiones de 50 minutos cada una.				
REQUISITOS	Se requiere que los estudiantes tengan dominio de resolución de problemas de estructura aditiva que involucran operaciones de adición y sustracción, además de los algoritmos de multiplicación y división, también del uso de estrategias o procedimientos propios que les permitan encontrar otros caminos para la resolución de un determinado problema.				
RECURSOS Y MATERIALES	*Tienda de Simón (venden útiles escolares y papelería en general). *Televisor plasma de 32”. *Memoria. *Biblioteca. *Aulas de clases. *Cuadernos (estudiantes consignan lo visto en la secuencia). *Computador de la docente (para grabar la participación de los estudiantes). *Video de planeación de clases. *Tablero. *Marcadores. *Hojas de block. *Fotocopias.				

<table>
<tr><td rowspan="2">ACTIVIDADES</td><td>EL DOCENTE DEBERÁ:</td><td>EL ESTUDIANTE DEBERÁ:</td></tr>
<tr><td>Dar una consigna para invitar a los estudiantes de grado 5º a resolver problemas haciendo uso de sus estrategias o procedimientos, utilizando tablas, esquemas o gráficos.
Además, se hará énfasis en las cuatro etapas de resolución de problemas matemáticos propuestas por Polya:
1) Comprensión del problema.
2) Planear una estrategia.
3) Implementar la estrategia.
4) Verificación.</td><td>*Tener disposición para trabajar individual o grupalmente.
*Tener en cuenta las etapas de resolución de problemas matemáticos propuestas por Polya.
*Hacer uso de sus estrategias o procedimientos.
*Participar y expresar sus ideas.
*Comparar sus procedimientos con los de sus compañeros.
*Monitorear sus propios desempeños, estrategias o procedimientos empleados.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">EVALUACIÓN</td><td>ASPECTOS A EVALUAR</td><td>CRITERIOS DE EVALUACIÓN</td></tr>
<tr><td>Antes: la disposición del estudiante, su responsabilidad y compromiso con el trabajo a desarrollar.
Durante: el estudiante trabajará individualmente y hará aportes durante la socialización.
Finalizar: los estudiantes entregarán a la docente la tarea matemática individual que ha sido fotocopiada.</td><td>*Responsabilidad.
*Participación en clase.
*Evaluación escrita individual.
*Trabajo en equipo.
*Presentación de su cuaderno de secuencia didáctica.
*Asistencia.
*Respeto hacia los demás.</td></tr>
<tr><td>NOTAS</td><td colspan="2">Cabe resaltar que al iniciar la tarea matemática, una estudiante se acercó a la docente y le preguntó sobre el tercer problema: “¿Qué tienen que ver las 30 toneladas del bus, si se está preguntando por el número total de pasajeros?”. La docente le sugirió que debía leer nuevamente el problema y extraer los datos que le sirvieran para resolver el problema. Esta pregunta de la estudiante indica que los estudiantes van comprendiendo los problemas y escogen el tipo de estrategia que les puede ayudar a llegar a la respuesta acertada.</td></tr>
</table>

Anexo 8. Actividad: problema de isomorfismo de medidas (dulces Big Ben)

NOMBRE DEL DOCENTE	CONSUELO BALTÁN CAICEDO		
ÁREA ACADÉMICA	MATEMÁTICAS	**MATERIA**	ARITMÉTICA
HERRAMIENTAS INFORMÁTICAS	Computador.	**Edad y grado**	10-13 años 5°
DESCRIPCIÓN	**Problema de isomorfismo de medidas (dulces Big Ben)** Se propone a los estudiantes una actividad en donde la directora de grupo quiere organizar un compartir. Se le solicita a una estudiante comprar 3 bolsas de dulces Big Ben, cada bolsa trae 100 dulces con variedad de sabores. Se espera que a este compartir acudan los 44 estudiantes de 5º. Los estudiantes deben averiguar cuántos dulces se llevó cada estudiante para su casa. También deben decir cuántos dulces le quedaron a la docente y si ella repartió los dulces que le quedaban, dando el doble de dulces al estudiante que ocupó el primer lugar y la otra parte lo dio equitativamente a los que ocuparon el segundo y tercer puesto.		
OBJETIVOS DE APRENDIZAJE	*Comprender el enunciado del problema. *Concebir un plan para resolver el problema. *Ejecutar el plan que le permite resolver el problema. *Verificar o examinar la solución obtenida. *Resolver problemas que involucran situaciones aditivas y multiplicativas.		
DURACIÓN DE LA SESIÓN	2 sesiones de 50 minutos cada una.		
REQUISITOS .	Se requiere que los estudiantes tengan dominio de resolución de problemas de estructura aditiva que involucran operaciones de adición y sustracción, además de los algoritmos de multiplicación y división, también del uso de estrategias o procedimientos propios que les permitan encontrar otros caminos para la resolución de un determinado problema.		
RECURSOS Y MATERIALES	*Tienda de Simón (venden útiles escolares y papelería en general). *Televisor plasma de 32". *Memoria. *Biblioteca. *Aulas de clases de la sede María Panesso. *Cuadernos (estudiantes consignan lo visto en la secuencia). *Computador de la docente (para grabar la participación de los estudiantes). *Video de planeación de clases. *Tablero. *Marcadores. *Hojas de block. *Fotocopias.		

<table>
<tr><td rowspan="2">ACTIVIDADES</td><td>EL DOCENTE DEBERÁ:</td><td>EL ESTUDIANTE DEBERÁ:</td></tr>
<tr><td>Dar una consigna para invitar a los estudiantes de grado 5º a resolver problemas haciendo uso de sus estrategias o procedimientos, utilizando tablas, esquemas o gráficos.
Además, se hará énfasis en las cuatro etapas de resolución de problemas matemáticos propuestas por Polya:
1) Comprensión del problema.
2) Planear una estrategia.
3) Implementar la estrategia.
4) Verificación.</td><td>*Tener disposición para trabajar individual o grupalmente.
*Tener en cuenta las etapas de resolución de problemas matemáticos propuestas por Polya.
*Hacer uso de sus estrategias o procedimientos.
*Participar y expresar sus ideas.
*Comparar sus procedimientos con los de sus compañeros.
*Monitorear sus propios desempeños, estrategias o procedimientos empleados.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">EVALUACIÓN</td><td>ASPECTOS A EVALUAR</td><td>CRITERIOS DE EVALUACIÓN</td></tr>
<tr><td>Antes: la disposición del estudiante, su responsabilidad y compromiso con el trabajo a desarrollar.
Durante: el estudiante trabajará individualmente y hará aportes durante la socialización.
Finalizar: los estudiantes entregarán a la docente la tarea matemática individual que ha sido fotocopiada.</td><td>*Responsabilidad.
*Participación en clase.
*Evaluación escrita individual.
*Trabajo en equipo.
*Presentación de su cuaderno de secuencia didáctica.
*Asistencia.
*Respeto hacia los demás.</td></tr>
<tr><td>NOTAS</td><td colspan="2">*Un alto porcentaje de los estudiantes no tuvieron en cuenta que 1 bolsa de Big Ben contiene 100 dulces, y dividieron los 100 dulces entre los 44 estudiantes; no cayeron en cuenta de que la compañera había traído 3 bolsas y que estas sumaban 300 dulces.
*Algunos estudiantes hicieron buena comprensión del problema y concluyeron que si en 1 bolsa hay 100 dulces, entonces en 3 bolsas iguales hay 300 dulces, los cuales los dividieron entre los 44 estudiantes.
*A partir de esta comprensión, los estudiantes resolvieron en forma adecuada la cantidad de dulces que le correspondió a cada uno de los estudiantes del grado 5º, y los dulces que le correspondieron en total a los estudiantes que ocuparon el 1º, 2º y 3º puesto.
*Vale la pena resaltar que algunos estudiantes utilizaron gráficos como estrategia para resolver el problema.
*Por todo lo que se requiere, no es un problema sencillo de resolver.</td></tr>
</table>

Anexo 9. Trabajo grupal problema de proporcionalidad inversa (reparto equitativo de tapas)

<table>
<tr><td>NOMBRE DEL DOCENTE</td><td colspan="4">CONSUELO BALTÁN CAICEDO</td></tr>
<tr><td>ÁREA ACADÉMICA</td><td>MATEMÁTICAS</td><td>MATERIA</td><td colspan="2">ARITMÉTICA</td></tr>
<tr><td>HERRAMIENTAS INFORMÁTICAS</td><td colspan="2">Computador.</td><td>Edad y grado</td><td>10-13 años
5°</td></tr>
<tr><td>DESCRIPCIÓN</td><td colspan="4">Problema de proporcionalidad inversa (reparto equitativo de tapas)
Una vez conformados los grupos y utilizando otra aula de clase en donde las mesas tienen forma de trapecio, la docente entregará a cada grupo 20 tapas de botellas.
La consigna es: deben repartir equitativamente las tapas y responder en el cuaderno de secuencia didáctica las siguientes preguntas: Si tenemos 4, 5, 10, 20 bolsas, ¿cuántas tapas deben ir en cada bolsa? ¿A través de qué operación se pueden resolver las anteriores situaciones?</td></tr>
<tr><td>OBJETIVOS DE APRENDIZAJE</td><td colspan="4">*Comprender el enunciado del problema.
*Concebir un plan para resolver el problema.
*Ejecutar el plan que le permite resolver el problema.
*Verificar o examinar la solución obtenida.
*Resolver problemas que involucran situaciones aditivas y multiplicativas.</td></tr>
<tr><td>DURACIÓN DE LA SESIÓN</td><td colspan="4">2 sesiones de 50 minutos cada una.</td></tr>
<tr><td>REQUISITOS</td><td colspan="4">Se requiere que los estudiantes tengan dominio de resolución de problemas de estructura aditiva que involucran operaciones de adición y sustracción, además de los algoritmos de multiplicación y división, también del uso de estrategias o procedimientos propios que les permitan encontrar otros caminos para la resolución de un determinado problema.</td></tr>
<tr><td>RECURSOS Y MATERIALES</td><td colspan="4">*Tienda de Simón (venden útiles escolares y papelería en general).
*Televisor plasma de 32”.
*Memoria.
*Biblioteca.
*Aulas de clases de la sede María Panesso.
*Cuadernos (estudiantes consignan lo visto en la secuencia).
*Computador de la docente (para grabar la participación de los estudiantes).
*Video de planeación de clases.
*Tablero.
*Marcadores.
*Hojas de block.
*Fotocopias.</td></tr>
</table>

	EL DOCENTE DEBERÁ:	**EL ESTUDIANTE DEBERÁ:**
ACTIVIDADES	Dar una consigna para invitar a los estudiantes de grado 5º a resolver problemas haciendo uso de sus estrategias o procedimientos, utilizando tablas, esquemas o gráficos. Además, se hará énfasis en las cuatro etapas de resolución de problemas matemáticos propuestas por Polya: 1) Comprensión del problema. 2) Planear una estrategia. 3) Implementar la estrategia. 4) Verificación.	*Tener disposición para trabajar individual o grupalmente. *Tener en cuenta las etapas de resolución de problemas matemáticos propuestas por Polya. *Hacer uso de sus estrategias o procedimientos. *Participar y expresar sus ideas. *Comparar sus procedimientos con los de sus compañeros. *Monitorear sus propios desempeños, estrategias o procedimientos empleados.
	ASPECTOS A EVALUAR	**CRITERIOS DE EVALUACIÓN**
EVALUACIÓN	Antes: la disposición del estudiante, su responsabilidad y compromiso con el trabajo a desarrollar. Durante: el estudiante trabajará individualmente y hará aportes durante la socialización. Finalizar: los estudiantes entregarán a la docente la tarea matemática individual que ha sido fotocopiada.	*Responsabilidad. *Participación en clase. *Evaluación escrita individual. *Trabajo en equipo. *Presentación de su cuaderno de secuencia didáctica. *Asistencia. *Respeto hacia los demás.
NOTAS	*Una vez que los estudiantes trabajaron en equipo, se realizó la socialización. Todos los grupos acertaron sobre el número de tapas que iban en cada una de las bolsas. *En la última pregunta sobre qué tipo de operación habían utilizado para hallar las respuestas, los representantes de tres de los grupos manifestaron que habían utilizado varias estrategias: -"Nosotros utilizamos la multiplicación, así el numero 20 era el producto, el número de bolsas era uno de los factores, y el número de tapas que iban en la bolsa era el otro factor que hacía falta". -"Nosotros utilizamos la división, el 20 era el dividendo, el número de bolsas era el divisor y el número de tapas era el cociente". -"Nosotros rasgamos hojas y cada hoja representaba una bolsa, luego repartimos equitativamente las tapas en cada hoja y pudimos llegar a las respuestas". *Al preguntarles sobre cuál de las tres estrategias fue la más adecuada, los estudiantes manifestaron que todas eran válidas. *En cuanto a los estudiantes que utilizaron las hojas, esto evidencia que en el momento de resolver un problema los estudiantes recurren a sus propios procedimientos o estrategias, como una forma de aproximarse a la comprensión de un problema. Lo anterior también nos lleva a reflexionar sobre si dejamos que los estudiantes cumplan con los procesos que los lleven a comprender un problema y puedan utilizar un algoritmo con sentido y no porque lo deban memorizar.	

Anexo 10. Actividad: problema de isomorfismo de medidas adaptado de una Prueba Saber (clips mariposa)

<table>
<tr><td>NOMBRE DEL DOCENTE</td><td colspan="4">CONSUELO BALTÁN CAICEDO</td></tr>
<tr><td>ÁREA ACADÉMICA</td><td>MATEMÁTICAS</td><td>MATERIA</td><td colspan="2">ARITMÉTICA</td></tr>
<tr><td>HERRAMIENTAS INFORMÁTICAS</td><td colspan="2">Computador.</td><td>Edad y grado</td><td>10-13 años
5°</td></tr>
<tr><td>DESCRIPCIÓN</td><td colspan="4">Problema de isomorfismo de medidas adaptado de una Prueba Saber (clips mariposa)
Esta tarea matemática es un problema de conexión, en la que los estudiantes deben interpretar un gráfico donde se presenta el número de clips que hay en 5 y en 10 cajas, respectivamente. Los estudiantes deben decir cuántos clips mariposa hay en 4 cajas iguales que las anteriores.
Finalmente, los estudiantes, conociendo el valor de 1 caja de clips mariposa, deben decir cuánto dinero debe pagar el coordinador si le regala a cada uno de los 13 docentes 2 cajas de clips mariposa.
Por todo lo que se requiere no es un problema sencillo de resolver.</td></tr>
<tr><td>OBJETIVOS DE APRENDIZAJE</td><td colspan="4">*Comprender el enunciado del problema.
*Concebir un plan para resolver el problema.
*Ejecutar el plan que le permite resolver el problema.
*Verificar o examinar la solución obtenida.
*Resolver problemas que involucran situaciones aditivas y multiplicativas.</td></tr>
<tr><td>DURACIÓN DE LA SESIÓN</td><td colspan="4">2 sesiones de 50 minutos cada una.</td></tr>
<tr><td>REQUISITOS</td><td colspan="4">Se requiere que los estudiantes tengan dominio de resolución de problemas de estructura aditiva que involucran operaciones de adición y sustracción, además de los algoritmos de multiplicación y división; también del uso de estrategias o procedimientos propios que les permitan encontrar otros caminos para la resolución de un determinado problema.</td></tr>
<tr><td>RECURSOS Y MATERIALES</td><td colspan="4">*Tienda de Simón (venden útiles escolares y papelería en general).
*Televisor plasma de 32”.
*Memoria.
*Biblioteca.
*Aulas de clases de la sede María Panesso.
*Cuadernos (estudiantes consignan lo visto en la secuencia).
*Computador de la docente (para grabar la participación de los estudiantes).
*Video de planeación de clases.
*Tablero.
*Marcadores.
*Hojas de block.
*Fotocopias.</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td rowspan="2">ACTIVIDADES</td><td>EL DOCENTE DEBERÁ:</td><td>EL ESTUDIANTE DEBERÁ:</td></tr>
<tr><td>Dar una consigna para invitar a los estudiantes de grado 5º a resolver problemas haciendo uso de sus estrategias o procedimientos, utilizando tablas, esquemas o gráficos. Además, se hará énfasis en las cuatro etapas de resolución de problemas matemáticos propuestas por Polya:
1) Comprensión del problema.
2) Planear una estrategia.
3) Implementar la estrategia.
4) Verificación.</td><td>*Tener disposición para trabajar individual o grupalmente.
*Tener en cuenta las etapas de resolución de problemas matemáticos propuestas por Polya.
*Hacer uso de sus estrategias o procedimientos.
*Participar y expresar sus ideas.
*Comparar sus procedimientos con los de sus compañeros.
*Monitorear sus propios desempeños, estrategias o procedimientos empleados.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">EVALUACIÓN</td><td>ASPECTOS A EVALUAR</td><td>CRITERIOS DE EVALUACIÓN</td></tr>
<tr><td>Antes: la disposición del estudiante, su responsabilidad y compromiso con el trabajo a desarrollar.
Durante: el estudiante trabajará individualmente y hará aportes durante la socialización.
Finalizar: los estudiantes entregarán a la docente la tarea matemática individual que ha sido fotocopiada.</td><td>*Responsabilidad.
*Participación en clase.
*Evaluación escrita individual.
*Trabajo en equipo.
*Presentación de su cuaderno de secuencia didáctica.
*Asistencia.
*Respeto hacia los demás.</td></tr>
<tr><td>NOTAS</td><td colspan="2">*Este problema tenía un poco más de dificultad por cuanto los estudiantes debían pasar de un registro gráfico a un registro numérico.
*Por su grado de complejidad, era una tarea de conexión, por cuanto las respuestas no eran evidentes.
*Si el estudiante no tiene buena comprensión desde el inicio de la tarea matemática, tendrá dificultad para responder los otros problemas que forman parte de la actividad.</td></tr>
</table>

Anexo 11. Actividad: problemas de isomorfismo de medidas (compra de marcadores)

<table>
<tr><td>NOMBRE DEL DOCENTE</td><td colspan="4">CONSUELO BALTÁN CAICEDO</td></tr>
<tr><td>ÁREA ACADÉMICA</td><td>MATEMÁTICAS</td><td>MATERIA</td><td colspan="2">ARITMÉTICA</td></tr>
<tr><td>HERRAMIENTAS INFORMÁTICAS</td><td colspan="2">Computador.</td><td>Edad y grado</td><td>10-13 años
5°</td></tr>
<tr><td>DESCRIPCIÓN</td><td colspan="4">Problemas de isomorfismo de medidas (compra de marcadores)
Los estudiantes deben de resolver dos problemas de isomorfismo de medidas. Estos dos problemas son una forma de evidenciar que en el transcurso de la secuencia didáctica los estudiantes presentan una mejoría con respecto a los resultados de la prueba diagnóstica, en la que no resolvieron en gran porcentaje el problema de isomorfismo de medidas.</td></tr>
<tr><td>OBJETIVOS DE APRENDIZAJE</td><td colspan="4">*Comprender el enunciado del problema.
*Concebir un plan para resolver el problema.
*Ejecutar el plan que le permite resolver el problema.
*Verificar o examinar la solución obtenida.
*Resolver problemas que involucran situaciones aditivas y multiplicativas.
*Resolver problemas de estructura multiplicativa: isomorfismo de medidas y proporcionalidad inversa.</td></tr>
<tr><td>DURACIÓN DE LA SESIÓN</td><td colspan="4">2 sesiones de 50 minutos cada una.</td></tr>
<tr><td>REQUISITOS</td><td colspan="4">Se requiere que los estudiantes tengan dominio de resolución de problemas de estructura aditiva que involucran operaciones de adición y sustracción, además de los algoritmos de multiplicación y división; también del uso de estrategias o procedimientos propios que les permitan encontrar otros caminos para la resolución de un determinado problema.</td></tr>
<tr><td>RECURSOS Y MATERIALES</td><td colspan="4">*Tienda de Simón (venden útiles escolares y papelería en general).
*Televisor plasma de 32”.
*Memoria.
*Biblioteca.
*Aulas de clases de la sede María Panesso.
*Cuadernos (estudiantes consignan lo visto en la secuencia).
*Computador de la docente (para grabar la participación de los estudiantes).
*Video de planeación de clases.
*Tablero.
*Marcadores.
*Hojas de block.
*Fotocopias.</td></tr>
</table>

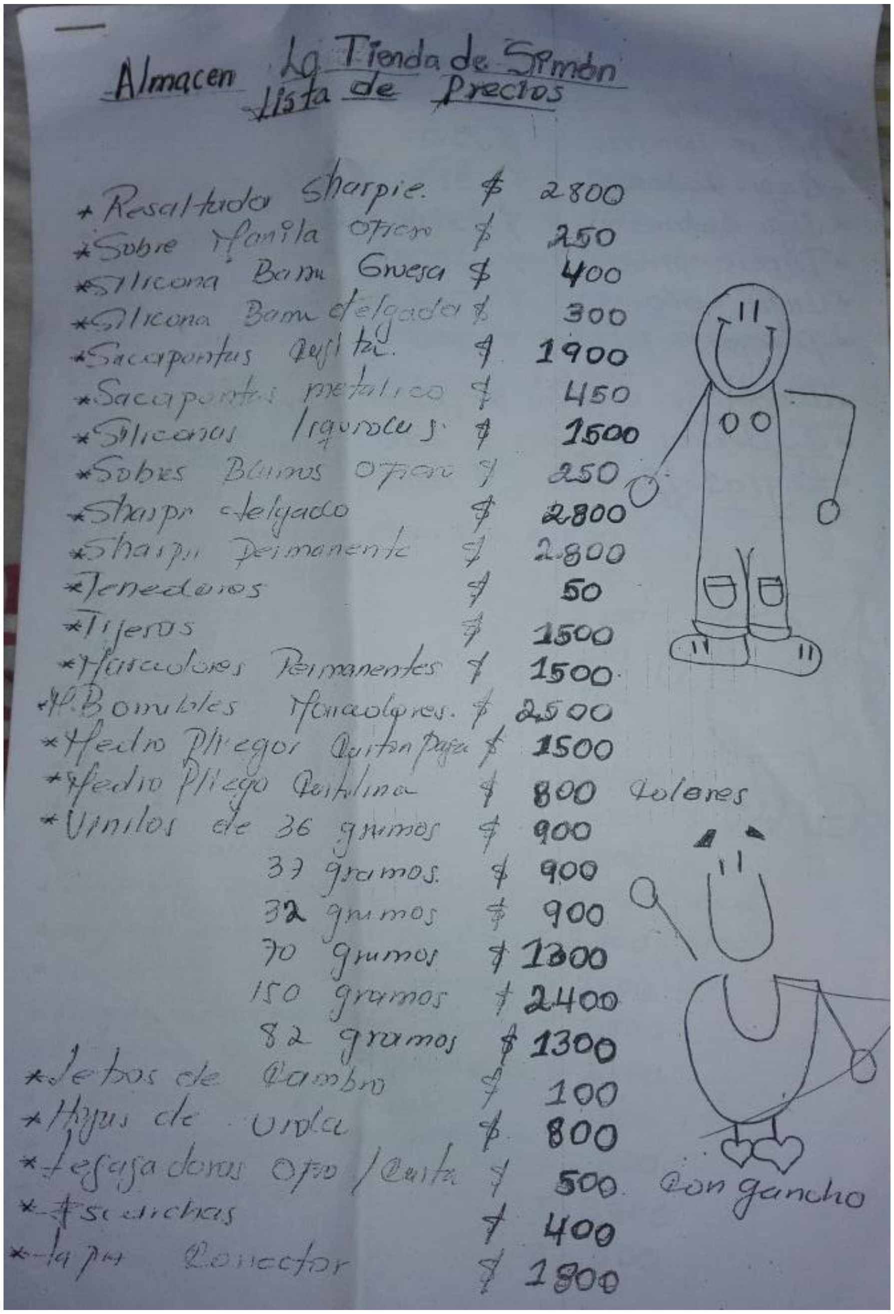
ACTIVIDADES	**EL DOCENTE DEBERÁ:**	**EL ESTUDIANTE DEBERÁ:**
	Dar una consigna para invitar a los estudiantes de grado 5º a resolver problemas haciendo uso de sus estrategias o procedimientos, utilizando tablas, esquemas o gráficos. Además, se hará énfasis en las cuatro etapas de resolución de problemas matemáticos propuestas por Polya: 1) Comprensión del problema. 2) Planear una estrategia. 3) Implementar la estrategia. 4) Verificación.	*Tener disposición para trabajar individual o grupalmente. *Tener en cuenta las etapas de resolución de problemas matemáticos propuestas por Polya. *Hacer uso de sus estrategias o procedimientos. *Participar y expresar sus ideas. *Comparar sus procedimientos con los de sus compañeros. *Monitorear sus propios desempeños, estrategias o procedimientos empleados.
EVALUACIÓN	**ASPECTOS A EVALUAR**	**CRITERIOS DE EVALUACIÓN**
	Antes: la disposición del estudiante, su responsabilidad y compromiso con el trabajo a desarrollar. Durante: el estudiante trabajará individualmente y hará aportes durante la socialización. Finalizar: los estudiantes entregarán a la docente la tarea matemática individual que ha sido fotocopiada.	*Responsabilidad. *Participación en clase. *Evaluación escrita individual. *Trabajo en equipo. *Presentación de su cuaderno de secuencia didáctica. *Asistencia. *Respeto hacia los demás.
NOTAS	*Al resolver estos problemas de isomorfismo de medidas, algunos estudiantes resolvieron el problema de los marcadores sin utilizar la estructura multiplicativa, en lugar de esta usaron la adición para encontrar que fueron 4 marcadores los que se compraron. *En el segundo problema, a los estudiantes no se les dio el número del total de estudiantes, para resolver el problema con acierto. *Con respecto al problema de isomorfismo de medidas de la prueba diagnóstica, los estudiantes resolvieron en un mayor porcentaje el problema de isomorfismo de medida. Se tuvo entonces una mejoría.	

Anexo 12. Actividad: problemas de proporcionalidad inversa (excursión al Parque del Café y obreros de la escuela María Panesso)

<table>
<tr><td>NOMBRE DEL DOCENTE</td><td colspan="4">CONSUELO BALTÁN CAICEDO</td></tr>
<tr><td>ÁREA ACADÉMICA</td><td>MATEMÁTICAS</td><td>MATERIA</td><td colspan="2">ARITMÉTICA</td></tr>
<tr><td>HERRAMIENTAS INFORMÁTICAS</td><td colspan="2">Computador.</td><td>Edad y grado</td><td>10-13 años
5°</td></tr>
<tr><td>DESCRIPCIÓN</td><td colspan="4">Sesión 10: problemas de proporcionalidad inversa
Los estudiantes deben resolver dos problemas de proporcionalidad inversa. Estos dos problemas son una forma de evidenciar que en el transcurso de la secuencia didáctica los estudiantes presentan una mejoría con respecto a los resultados de la prueba diagnóstica, en donde no resolvieron en gran porcentaje el problema de proporcionalidad inversa.</td></tr>
<tr><td>OBJETIVOS DE APRENDIZAJE</td><td colspan="4">*Comprender el enunciado del problema.
*Concebir un plan para resolver el problema.
*Ejecutar el plan que le permite resolver el problema.
*Verificar o examinar la solución obtenida.
*Resolver problemas que involucran situaciones aditivas y multiplicativas.
*Resolver problemas de estructura multiplicativa: isomorfismo de medidas y proporcionalidad inversa.</td></tr>
<tr><td>DURACIÓN DE LA SESIÓN</td><td colspan="4">2 sesiones de 50 minutos cada una.</td></tr>
<tr><td>REQUISITOS</td><td colspan="4">Se requiere que los estudiantes tengan dominio de resolución de problemas de estructura aditiva que involucran operaciones de adición y sustracción, además de los algoritmos de multiplicación y división; también del uso de estrategias o procedimientos propios que les permitan encontrar otros caminos para la resolución de un determinado problema.</td></tr>
<tr><td>RECURSOS Y MATERIALES</td><td colspan="4">*Tienda de Simón (venden útiles escolares y papelería en general).
*Televisor plasma de 32”.
*Memoria.
*Biblioteca.
*Aulas de clases de la sede María Panesso.
*Cuadernos (estudiantes consignan lo visto en la secuencia).
*Computador de la docente (para grabar la participación de los estudiantes).
*Video de planeación de clases.
*Tablero.
*Marcadores.
*Hojas de block.
*Fotocopias.</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td rowspan="2">ACTIVIDADES</td><td>EL DOCENTE DEBERÁ:</td><td>EL ESTUDIANTE DEBERÁ:</td></tr>
<tr><td>Dar una consigna para invitar a los estudiantes de grado 5º a resolver problemas haciendo uso de sus estrategias o procedimientos, utilizando tablas, esquemas o gráficos.
Además, se hará énfasis en las cuatro etapas de resolución de problemas matemáticos propuestas por Polya:
1) Comprensión del problema.
2) Planear una estrategia.
3) Implementar la estrategia.
4) Verificación.</td><td>*Tener disposición para trabajar individual o grupalmente.
*Tener en cuenta las etapas de resolución de problemas matemáticos propuestas por Polya.
*Hacer uso de sus estrategias o procedimientos.
*Participar y expresar sus ideas.
*Comparar sus procedimientos con los de sus compañeros.
*Monitorear sus propios desempeños, estrategias o procedimientos empleados.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">EVALUACIÓN</td><td>ASPECTOS A EVALUAR</td><td>CRITERIOS DE EVALUACIÓN</td></tr>
<tr><td>Antes: la disposición del estudiante, su responsabilidad y compromiso con el trabajo a desarrollar.
Durante: el estudiante trabajará individualmente y hará aportes durante la socialización.
Finalizar: los estudiantes entregarán a la docente la tarea matemática individual que ha sido fotocopiada.</td><td>*Responsabilidad.
*Participación en clase.
*Evaluación escrita individual.
*Trabajo en equipo.
*Presentación de su cuaderno de secuencia didáctica.
*Asistencia.
*Respeto hacia los demás.</td></tr>
<tr><td>NOTAS</td><td colspan="2">Con respecto al primer problema de proporcionalidad de la prueba diagnóstica, los estudiantes resolvieron en mayor proporción este tipo de problemas. Aunque no hicieron uso de la estructura de proporcionalidad inversa, algunos estudiantes hicieron el siguiente análisis:
“Si 10 obreros se demoran 46 días, entonces la mitad de obreros que son 5, se demorarán el doble de días”.
De la misma forma procedieron con el primer problema:
“Si a los 22 estudiantes los víveres les duran 14 días, entonces a los 44 estudiantes les duran solamente 7 días”.</td></tr>
</table>

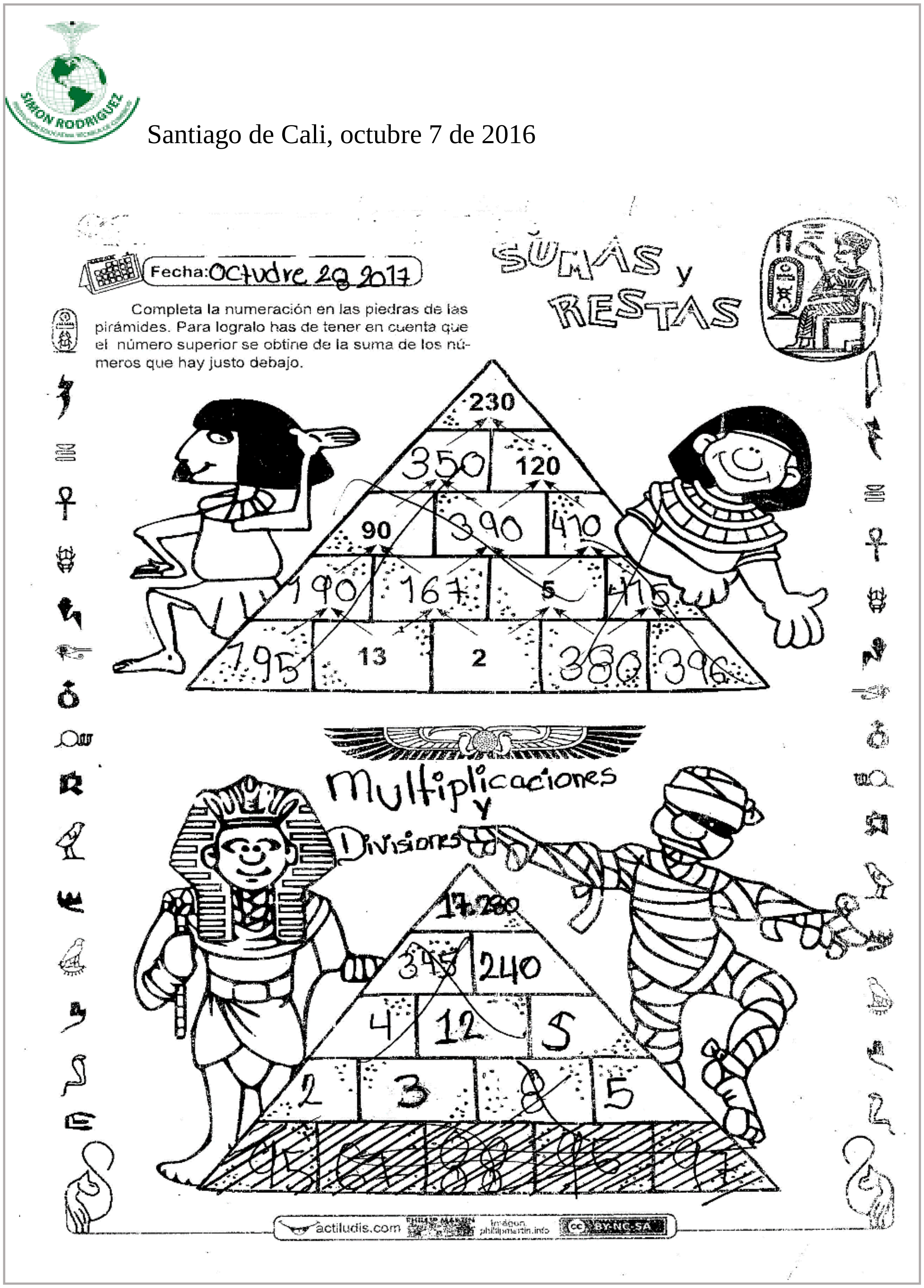
Anexo 13. Lista de precios de la Tienda de Simón



Almacen La Tienda de Simón
Lista de Precios

*Resaltador Sharpie. $ 2800
*Sobre Manila Oficio $ 250
*Silicona Barra Gruesa $ 400
*Silicona Barra delgada $ 300
*Sacapuntas Plástico. $ 1900
*Sacapuntas metalico $ 450
*Siliconas liquidas $ 1500
*Sobres Blancos Oficio $ 250
*Sharpie delgado $ 2800
*Sharpie Permanente $ 2800
*Tenedores $ 50
*Tijeras $ 1500
*Marcadores Permanentes $ 1500
*M. Borrables Marcadores. $ 2500
*Medio Pliego Quitan Papel $ 1500
*Medio Pliego Cartulina $ 800 colores
*Vinilos de 36 gramos $ 900
37 gramos. $ 900
32 gramos $ 900
70 gramos $ 1300
150 gramos $ 2400
82 gramos $ 1300
*Jebas de Cambro $ 100
*Hojas de Unda $ 800
*Legajadores Oficio /Carta $ 500 Con gancho
*Escarchas $ 400
*Lapiz Conector $ 1800

Anexo 14. Actividad: resolución de pirámides aditiva y multiplicativa



Anexo 15. Tarea grupal de problemas de estructura aditiva

Santiago de Cali, noviembre 2 de 2016

TAREA MATEMÁTICA No. 2 DE LA SECUENCIA DIDÁCTICA
"VÁMONOS DE COMPRAS A LA TIENDA DE SIMÓN"

1) En la Tienda de Simón 1 caja de colores tiene un precio de $3.500 y 1 block blanco de 80 hojas tiene un precio de $2.800. ¿Cuánto dinero debe pagar en total Carlos por los dos útiles escolares?

2) Si la madre de María le dio $4.500 para comprar un resaltador Sharpie que le vale $2.800 y un portaminas, ¿cuánto dinero le costó el portaminas?

3) Camilo compró 1 pliego de cartulina negra y 1 caja de plastilina de 200 gramos, cuyo precio es de $2.500. Si su abuelo le dio $4.100, ¿cuál es el precio del pliego de cartulina?

Anexo 16. Tarea individual de estructura aditiva con buses del MIO

Santiago de Cali, noviembre 8 de 2016
Institución Educativa Técnica de Comercio Simón Rodríguez
Secuencia didáctica de Matemáticas Grado: 5-4
Docente: Consuelo Baltán Caicedo
Nombre del estudiante: ___________________________

Consigna: Resuelve estos tres problemas de la forma en que tú consideres que puedes obtener una respuesta correcta. Por favor, los gráficos, esquemas, cuadros u operaciones realízalos en esta hoja.

*De acuerdo con la información de la lámina superior resuelve estos tres problemas:

1) Si un bus padrón de la ruta P40B tiene una capacidad para 80 pasajeros, lleva 24 personas sentadas, ¿cuántas personas van de pie?

2) Si un bus articulado del MIO ruta E21 tiene una capacidad para 160 pasajeros, lleva 68 personas sentadas, ¿cuántos pasajeros van de pie?

3) Un bus articulado de la ruta E41 con cupo completo pesa 30 toneladas. Cubre a diario el recorrido de la Estación de Andrés Sanín a la Estación Universidades, lleva 112 pasajeros de pie y 48 sentados, ¿cuántos pasajeros viajan en total en este articulado?

Anexo 17. Tarea de la repartición de las tapas en forma equitativa

Secuencia didáctica para el aprendizaje de problemas de isomorfismo de medidas con estructura multiplicativa

Objetivos:

- Resolver y formular problemas cuya estrategia de solución requiera de las relaciones y propiedades de los números naturales y sus operaciones.
- Usar diversas estrategias de cálculo y estimación para resolver problemas en situaciones aditivas y multiplicativas.

Vámonos de compras a la Tienda de Simón

1. Tarea matemática de reproducción No. 5

En el grado quinto, la profesora entrega a cada grupo de estudiantes 20 tapas de botellas.

En el cuaderno de secuencias didácticas, los estudiantes resuelven las siguientes situaciones repartiendo en cantidades iguales o equitativas:

a) Si tenemos 4 bolsas, ¿cuántas tapas deben ir en cada bolsa?

b) Si tenemos 5 bolsas, ¿cuántas tapas deben ir en cada bolsa?

c) Si tenemos 10 bolsas, ¿cuántas tapas deben ir en cada bolsa?

d) Si tenemos 3 bolsas, ¿cuántas tapas deben ir en cada bolsa? y ¿cuántas sobran?

e) ¿A través de qué operación u operaciones resolvieron las anteriores situaciones?

Anexo 18. Tarea de la repartición de los dulces Big Ben

Santiago de Cali, noviembre 15 de 2016
Institución Educativa Técnica de Comercio Simón Rodríguez
Secuencia didáctica de Matemáticas Grado: 5-4
Docente: Consuelo Baltán Caicedo
Nombre del estudiante: ___________________________

*Lee y resuelve el siguiente problema. Puedes utilizar gráficos, esquemas, tablas, operaciones, etc., que te permitan obtener una respuesta.

*La profesora Consuelo está organizando un compartir para la despedida de fin del año lectivo con los estudiantes del grupo 5-4. Por eso le ha solicitado a la niña Carolina traer 3 paquetes de Big Ben. Cada paquete trae 100 dulces con variedad de sabores. Se espera que a este compartir asistan los 44 estudiantes. Si los dulces se reparten equitativamente:

a) ¿Cuántos dulces se lleva cada estudiante para su casa?

b) ¿Cuántos dulces le quedan a la docente?

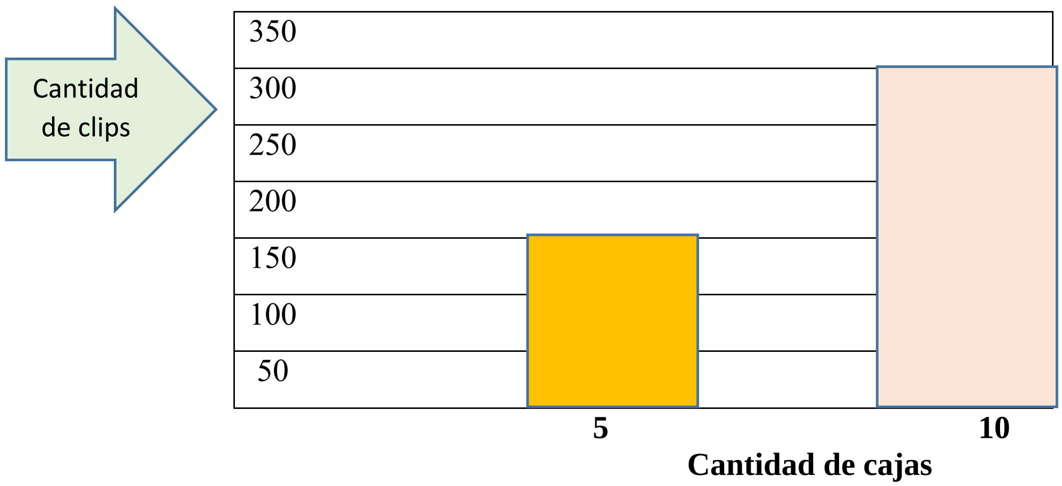
*Si la docente decide repartir los dulces sobrantes entre los estudiantes que ocuparon los tres primeros puestos, con la condición de que el 1° recibe el doble de dulces que lo que les correspondió al 2° y 3° puesto.

c) Finalmente, ¿cuántos dulces se llevaron en total los estudiantes que ocuparon los tres primeros puestos por su desempeño académico?

Anexo 19. Tarea de estructura multiplicativa de las cajas de clips mariposa

Lee y resuelve la siguiente tarea matemática de reflexión No. 7

Problema. Puedes utilizar gráficas, esquemas, tablas, operaciones, etc., que te permitan obtener una respuesta. Reflexiona sobre cómo las matemáticas te permiten resolver situaciones del diario vivir.



En la gráfica aparece la información de la cantidad de clips que hay en 5 y 10 cajas, respectivamente. Si en la Tienda de Simón 1 caja de clips tiene un valor de \$1500 y cada clip vale \$50, reflexiona y responde:

a) ¿Cuántos clips hay en 4 cajas? y ¿cuánto hay que pagar por las 5 cajas de clips?

b) ¿Cuánto debe pagar el coordinador Carlos, si le regala 2 cajas de clips a cada uno de los 13 profesores de la escuela María Panesso?

Anexo 20. Tarea matemática de proporcionalidad inversa

Santiago de Cali, noviembre 23 de 2016
Institución Educativa Técnica de Comercio Simón Rodríguez
Secuencia didáctica de Matemáticas Grado: 5-4
Docente: Consuelo Baltán Caicedo
Nombre del estudiante: ___________________________

*Lee y resuelve el siguiente problema. Puedes utilizar gráficos, esquemas, tablas, operaciones, etc., que te permitan obtener una respuesta:

1) Los estudiantes del grado 5-4 han sido invitados a pasar 10 días en el Parque del Café de Quindío. Si van 22 estudiantes, los víveres (alimentos) pueden durar 14 días, pero si van los 44 estudiantes, ¿cuántos días les durarán los mismos víveres?

2) En la Escuela María Panesso se han contratado 10 obreros para pintar y hacer reparaciones en todas las aulas de clase. Si estos obreros manifiestan que se demoran 46 días para hacer este trabajo, ¿cuántos días se demoran 5 obreros realizando el mismo trabajo?

Anexo 21. Tarea matemática de isomorfismo de medidas

Santiago de Cali, noviembre 23 de 2016
Institución Educativa Técnica de Comercio Simón Rodríguez
Secuencia didáctica de Matemáticas Grado: 5-4
Docente: Consuelo Baltán Caicedo
Nombre del estudiante: ___________________________

TAREA N° 8

*Lee y resuelve el siguiente problema. Puedes utilizar gráficos, esquemas, tablas, operaciones, etc., que te permitan obtener una respuesta:

1) Felipe tiene $15.950 y compra algunos marcadores fosforescentes en la Tienda de Simón. Si cada marcador le costó $3.975, ¿cuántos marcadores pudo comprar?

2) Doña Maritza trajo a regalar muchos bombones a todos los estudiantes de 5-4. Si después de repartirlos equitativamente le sobraron 27 bombones y cada estudiante se llevó 4 bombones para su casa, ¿cuántos bombones trajo a repartir doña Maritza?

Anexo 22. Tarea grupal de kit escolar. Combinación de estructuras aditiva y multiplicativa

Santiago de Cali, Noviembre 28 de 2016

TAREA MATEMATICA N° 10

Grupo N°: 1 Integrantes;

GRADO	NOMBRE DE LA SECUENCIA	SITUACION PROBLEMA CENTRAL	PROPOSITO DE LA SECUENCIA A NIVEL DE CONTENIDO MATEMATICO
QUINTO	.Vanarnos de compras a la Tienda de Simón.	La rectora Isabel Cristina Reyes de la Institución Técnica de Comercio Simón Rodríguez , al finalizar el año lectivo 2016 desea obsequiar a todos los estudiantes de grado quinto de la sede: María Panesso un Kit Escolar, compuesto por 7 útiles escolares de los que se venden en la Tienda de Simón al interior de la escuela. La rectora desea que los estudiantes del grado 5-4 de la jornada de la tarde le colaboren a escoger el mejor kit escolar, teniendo en cuenta que algunos útiles escolares se pueden repetir dos o tres veces en el Kit escolar. Si la rectora dispone	El propósito de esta secuencia es que los estudiantes de grado quinto resuelvan y formulen problemas de estructura multiplicativa (producto de medidas y comparación) desde algunas situaciones de su vida cotidiana en donde puedan hacer uso de estrategias que les permita establecer Relaciones y propiedades entre los números naturales y sus operaciones.