Taller #3

Econometría 06216

Profesor: Julio César Alonso C. – Ana Isabel Gallego
Monitora: Valentina Gatti – Ángela Bermúdez

Notas:

- Recuerde que tres preguntas, seleccionadas al azar, serán calificadas.
- Este taller puede subirse en la plataforma Moodle hasta la 7:10 del 8 de febrero de 2010. ***Sólo se recibirán talleres en formato pdf.*** Cualquier otro formato no será calificado.

INSTRUCCIONES:

- Este taller debe ser escrito en computador.
- Cuando sea posible, debe mostrar el procedimiento efectuado para llegar a sus resultados.
- Este taller es un trabajo en pareja. Por tanto el taller debe reflejar ***únicamente*** el trabajo de la pareja.
- Si bien no es necesario reportar todos los números decimales, sí lo es hacer los cálculos con **todos** ellos.

El ministerio de comercio de la república de Vaticu desea conocer el impacto que tienen sobre las importaciones de dicho país, el producto interno bruto y los precios de los bienes y servicios importados. Usted, como econometrista, ha sido asignado como asesor económico de dicho país para estimar y elegir cuál sería el mejor modelo a emplear. Para tal fin usted cuenta con los siguientes datos:

$n = 9$ $\sum IMP_t$ = 1.052 $\sum Y_t$ = 1.017 $\sum I_t$ = 954

$\sum (IMP_t)^2$ =124.228 $\sum (Y_t)^2$ = 115.571 $\sum (I_t)^2$ =101.772

$\sum IMP_t Y_t$ =119.750 $\sum IMP_t I_t$ =111.433 $\sum Y_t I_t$ =107.690 $\bar{Y} = 116{,}9$

Donde IMP_t corresponde al valor de las importaciones en el año t, medido en millones de pesos constantes de 2008, Y_t representa el Producto interno Bruto del periodo t, medido en millones de pesos constantes de 2008 y por último el índice de precios de las importaciones del año t es expresada por I_t .

1. De acuerdo con la información anterior conteste:
   a. Escriba el modelo que debe estimar para realizar la asignación que le han encomendado.
   b. Escriba las matrices $X^T X$ y $X^T Y$.
2. De acuerdo con lo anterior:
   a. Estime los coeficientes correspondientes.
   b. Interprete los coeficientes.
   c. Estime la varianza del término de perturbación.
3. Continuando con lo anterior:
   a. Encuentre la matriz de varianzas y covarianzas.

   b. Indique a que corresponde cada término de la matriz encontrada en el literal anterior.
   c. Halle la significancia individual de cada coeficiente estimado. Muestre claramente las hipótesis correspondientes.
   d. Interprete nuevamente los coeficientes teniendo en cuenta la significancia de cada uno de ellos.
4. Continuando con el ejercicio anterior:
   a. Construya la correspondiente tabla ANOVA.
   b. Calcule el R^2 y el R^2 ajustado. ¿Presenta un buen ajuste el modelo?
5. Realice una prueba de significancia global, muestre las hipótesis, el procedimiento para calcular el estadístico y concluya.
6. De los siguientes modelos, ¿cuáles pueden estimarse por MCO? Indique, de ser posible, cuál sería la transformación requerida para poder efectuar la estimación.

$$W_i = \text{sen}\,\alpha \,.\, X_i^{\beta_1} . Y_i^{\beta_3 \beta_4} . Z_i^{\beta_4} . \varepsilon_i \quad (1)$$

$$W_i = \frac{Z_i^{\beta_0} + Y_i^{\beta_5}}{X_i^{\beta_1} Y_i^{\beta_3} Z_i^{\beta_4}} \varepsilon_i \quad (2)$$

Taller #3

Respuestas Sugeridas
Econometría 06216

Profesor: Julio César Alonso C. - Ana Isabel Gallego
Monitora: Valentina Gatti – Ángela Bermúdez

Notas:

- Recuerde que tres preguntas, seleccionadas al azar, serán calificadas.
- Este taller puede subirse en la plataforma Moodle hasta la 7:10 del 8 de febrero de 2010. ***Sólo se recibirán talleres en formato pdf.*** Cualquier otro formato no será calificado.

INSTRUCCIONES:

- Este taller debe ser escrito en computador.
- Cuando sea posible, debe mostrar el procedimiento efectuado para llegar a sus resultados.
- Este taller es un trabajo en pareja. Por tanto el taller debe reflejar ***únicamente*** el trabajo de la pareja.
- Si bien no es necesario reportar todos los números decimales, sí lo es hacer los cálculos con **todos** ellos.

El ministerio de comercio de la república de Vaticu desea conocer el impacto que tienen sobre las importaciones de dicho país, el producto interno bruto y los precios de los bienes y servicios importados. Usted, como econometrista, ha sido asignado como asesor económico de dicho país para estimar y elegir cuál sería el mejor modelo a emplear. Para tal fin usted cuenta con los siguientes datos:

$n = 9$ $\sum IMP_t$ = 1.052 $\sum Y_t$ = 1.017 $\sum I_t$ = 954

$\sum (IMP_t)^2$ =124.228 $\sum (Y_t)^2$ = 115.571 $\sum (I_t)^2$ =101.772

$\sum IMP_t Y_t$ =119.750 $\sum IMP_t I_t$ =111.433 $\sum Y_t I_t$ =107.690 $\bar{Y} = 116{,}9$

Donde IMP_t corresponde al valor de las importaciones en el año t, medido en millones de pesos constantes de 2008, Y_t representa el Producto interno Bruto del periodo t, medido en millones de pesos constantes de 2008 y por último el índice de precios de las importaciones del año t es expresada por I_t .

1. De acuerdo con la información anterior conteste:
   a. Escriba el modelo que debe estimar para realizar la asignación que le han encomendado.

      $IMP_t = \beta_0 + \beta_1 Y_t + \beta_2 I_t + \varepsilon_t$

   b. Escriba las matrices $X^T X$ y $X^T Y$.
      Se tiene que la matriz $X^T X$ corresponde a:

$$X^T X = \begin{bmatrix} n & \sum Y_t & \sum I_t \\ & \sum (Y_t)^2 & \sum Y_t I_t \\ & & \sum (I_t)^2 \end{bmatrix}$$

De tal forma que:

$$X^T X = \begin{bmatrix} 9 & 1017 & 954 \\ 1017 & 115.571 & 107.690 \\ 954 & 107.690 & 101.772 \end{bmatrix}$$

La matriz $X^T Y$ se calcula de la siguiente forma:

$$X^T Y = \begin{bmatrix} \sum IMP_t \\ \sum IMP_t Y_t \\ \sum IMP_t I_t \end{bmatrix}$$

Por lo tanto

$$X^T Y = \begin{bmatrix} 1.052 \\ 119.750 \\ 111.433 \end{bmatrix}$$

2. De acuerdo con lo anterior:
   a. Estime los coeficientes correspondientes.

      $$\hat{\beta} = \begin{bmatrix} -49{,}3413 \\ 1{,}3642 \\ 0{,}11388 \end{bmatrix}$$

   b. Interprete los coeficientes.

      $\widehat{\beta_0}$: *La parte del valor de las importaciones que no depende del PIB ni del índice de precios de las importaciones es $-49{,}3413$ millones de pesos constantes de 2008.*

      $\widehat{\beta_1}$: *Ante un aumento de un millón de pesos constantes de 2008 en el PIB del año t, el valor de las importaciones aumentará en $1{,}3642$ millones de pesos constantes de 2008.*

      $\widehat{\beta_2}$: *Ante un aumento de una unidad en el índice de precios de las importaciones del año t, el valor de las importaciones aumentará en $0{,}11388$ millones de pesos constantes de 2008.*

   c. Estime la varianza del término de perturbación.

Para estimar la varianza del término de perturbación se debe realizar lo siguiente:

$$s^2 = \frac{Y^T Y - \hat{\beta}^T X^T Y}{n-k}$$

$$Y^T Y = \sum (IMP_t)^2 = 124.228$$

$$s^2 = 20.691{,}7431$$

3. Continuando con lo anterior:
   a. Encuentre la matriz de varianzas y covarianzas.

$$\text{Var}(\hat{\beta}) = 20.691{,}7431 * \begin{bmatrix} 44{,}7961 & -0{,}2082 & -0{,}1996 \\ -0{,}2082 & 1{,}59\text{E}-03 & 2{,}74\text{E}-04 \\ -0{,}1996 & 2{,}74\text{E}-04 & 1{,}59\text{E}-03 \end{bmatrix}$$

$$\text{Var}(\hat{\beta}) = \begin{bmatrix} 578{,}9263 & -2{,}6911 & -2{,}5792 \\ -2{,}6911 & 0{,}02049 & 0{,}0035 \\ -2{,}5792 & 0{,}0035 & 0{,}0205 \end{bmatrix}$$

   b. Indique a que corresponde cada término de la matriz encontrada en el literal anterior.

Se tiene que la matriz de varianzas y covarianzas es de la siguiente forma:

$$S^2(X^T X)^{-1} = \begin{bmatrix} Var[\hat{\beta}_0] & Cov[\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1] & Cov[\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_2] \\ & Var[\hat{\beta}_1] & Cov[\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2] \\ & & Var[\hat{\beta}_2] \end{bmatrix}$$

Así que los valores correspondientes de cada término son:

$Var[\hat{\beta}_0] = 578{,}9263$
$Var[\hat{\beta}_1] = 0{,}02049$
$Var[\hat{\beta}_2] = 0{,}0205$
$Cov[\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1] = -2{,}6911$
$Cov[\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_2] = -2{,}5792$
$Cov[\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2] = 0{,}0035$

   c. Halle la significancia individual de cada coeficiente estimado. Muestre claramente las hipótesis correspondientes.

Las pruebas de significancia individual son las siguientes:

Para el intercepto corresponden a:

$$Ho: \beta_0 = 0 \quad vs. \quad Ha: \beta_0 \neq 0$$

El estadístico t corresponde a:

$$t = -2{,}0506$$

Para las pendientes:

$$Ho: \beta_1 = 0 \quad vs. \quad Ha: \beta_1 \neq 0$$

El estadístico t corresponde a:

$$t = 9{,}5499$$

$$Ho: \beta_2 = 0 \quad vs. \quad Ha: \beta_2 \neq 0$$

El estadístico t corresponde a:

$$t = 0{,}79429$$

Al comparar los estadísticos con un t crítico de 99% de confianza igual a 4,317, se concluye que existe suficiente evidencia para afirmar que el parámetro β_1 es individualmente significativo con un nivel de confianza del 99%, mientras que los coeficientes correspondientes a β_0 y β_2 no son individualmente significativos con un 99% de confiabilidad.

   d. Interprete nuevamente los coeficientes teniendo en cuenta la significancia de cada uno de ellos.

$\widehat{\beta_0}$: No es significativo a un nivel de confianza del 99%, implica que el valor de las importaciones no tiene una parte fija.

$\widehat{\beta_1}$: Ante un aumento de un millón de pesos constantes de 2008 en el PIB del año t, el valor de las importaciones aumentará en 1,3642 millones de pesos constantes de 2008. Significativo al 99% de confianza.

$\widehat{\beta_2}$: No es significativo a un nivel de confianza del 99%, por lo tanto el valor del índice de precios de las importaciones no influye en el valor de las importaciones.

4. De los siguientes modelos, ¿cuáles pueden estimarse por MCO? Indique, de ser posible, cuál sería la transformación requerida para poder efectuar la estimación.

$$W_i = \text{sen}\,\alpha \,.\, X_i^{\beta_1} . Y_i^{\beta_3 \beta_4} . Z_i^{\beta_4} . \varepsilon_i \qquad (1)$$

$$W_i = \frac{Z_i^{\beta_0} + Y_i^{\beta_5}}{X_i^{\beta_1} Y_i^{\beta_3} Z_i^{\beta_4}} \varepsilon_i \qquad (2)$$

El primer modelo si se puede estimar por medio de MCO, la transformación requerida es la siguiente:

$$W_i = sen(\alpha)\,.\,X_i^{\beta_1}.\,Y_i^{\beta_3\beta_4}.\,Z_i^{\beta_4}.\,\varepsilon_i$$

$$LnW_i = Ln(sen(\alpha)\,.\,X_i^{\beta_1}.\,Y_i^{\beta_3\beta_4}.\,Z_i^{\beta_4}.\,\varepsilon_i)$$

$$LnW_i = Ln\,sen(\alpha) + \beta_1 LnX_i + \beta_3\beta_4 LnY_i + \beta_4 LnZ_i + Ln\varepsilon_i$$

Donde $Ln\,sen(\alpha) = \beta_0$, $\beta_3\beta_4 = \beta_5$ *y* $Ln\varepsilon_i = \mu_i$

$$LnW_i = \beta_0 + \beta_1 LnX_i + \beta_5 LnY_i + \beta_4 LnZ_i + \mu_i$$

Por el contrario el segundo modelo no se puede estimar por medio de MCO.

$$W_i = \frac{Z_i^{\beta_0} + Y_i^{\beta_5}}{X_i^{\beta_1} Y_i^{\beta_3} Z_i^{\beta_4}}\varepsilon_i$$

$$LnW_i = Ln\left(Z_i^{\beta_0} + Y_i^{\beta_5}\right) - Ln\left(X_i^{\beta_1} Y_i^{\beta_3} Z_i^{\beta_4}\right) + Ln\varepsilon_i$$

$$LnW_i = Ln\left(Z_i^{\beta_0} + Y_i^{\beta_5}\right) - \beta_1 LnX_i - \beta_3 LnY_i - \beta_4 LnZ_i + Ln\varepsilon_i$$

Este modelo no es lineal en todos sus parámetros por lo tanto no es posible estimarlo por MCO.