

Taller #6
Multicolinealidad
Econometría 06216

Profesor: Julio César Alonso
Monitores: Paul Semaán
Francisco Quevedo

Notas:

- Recuerde que tres preguntas, seleccionadas al azar, serán calificadas.
- Este taller es para ser entregado en los primeros 10 minutos de la clase del próximo 6 de Marzo.

INSTRUCCIONES:

- Este taller debe ser escrito en computador y entregado en papel.
- Cuando sea posible, debe mostrar el procedimiento efectuado para llegar a sus resultados.

Un investigador es contratado para estimar un modelo sencillo que explique el PIB de una pequeña república caribeña. Para esto, cuenta con 18 observaciones correspondientes al Ahorro Nacional (Sn_t) en miles de millones de moneda local, Formación Bruta de Capital Fijo ($FBKF_t$) también en miles de millones de moneda local y por último las importaciones (IMP_t) medidas en miles de millones de moneda local durante el periodo 1987 – 2005. A partir de la información contenida en el archivo “T6-01-06.xls”, el investigador plantea estimar el siguiente modelo:

$$PIB_t = \mathbf{b}_1 + \mathbf{b}_2 Sn_t + \mathbf{b}_3 FBKF_t + \mathbf{b}_4 LnIMP_t + \mathbf{e}_t \quad (1)$$

1. Estime el modelo (1) y reporte sus resultados en una tabla.
2. Continuando con la pregunta anterior:
 - a) Analice la significancia individual y conjunta.
 - b) ¿Presenta un buen ajuste el modelo? ¿Qué observa?
3. Determine si existe o no multicolinealidad (muestre todo su trabajo y como llega a sus conclusiones).
4. Basándose en las pruebas efectuadas anteriormente corrija el problema encontrado (si es que este existe) y reporte el modelo estimado. Explique claramente su decisión.
5. Compruebe que el nuevo modelo no tiene problemas de multicolinealidad.
6. Discuta si el PIB es elástico o no con respecto a las importaciones. Sea lo más preciso posible.

Taller #6
Multicolinealidad
Econometría 06216

Profesor: Julio César Alonso
Monitores: Paul Semaán
Francisco Quevedo

Notas:

- o Recuerde que tres preguntas, seleccionadas al azar, serán calificadas.
- o Este taller es para ser entregado en los primeros 10 minutos de la clase del próximo 6 de Marzo.

INSTRUCCIONES:

- Este taller debe ser escrito en computador y entregado en papel.
- Cuando sea posible, debe mostrar el procedimiento efectuado para llegar a sus resultados.

Un investigador es contratado para estimar un modelo sencillo que explique el PIB de una pequeña república caribeña. Para esto, cuenta con 18 observaciones correspondientes al Ahorro Nacional (S_{n_t}) en miles de millones de moneda local, Formación Bruta de Capital Fijo ($FBKF_t$) también en miles de millones de moneda local y por último las importaciones medidas en miles de millones de moneda local durante el periodo 1987 – 2005. A partir de la información contenida en el archivo "T6-01-06.xls", el investigador plantea estimar el siguiente modelo:

$$PIB_t = \beta_1 + \beta_2 S_{n_t} + \beta_3 FBKF_t + \beta_4 LnIMP_t + \varepsilon_t \quad (1)$$

1. Estime el modelo (1) y reporte sus resultados en una tabla.

Los resultados se reportan en la Tabla 1

2. Continuando con la pregunta anterior:

a) Analice la significancia individual y conjunta.

El coeficiente asociado a la variable (S_{n_t}) es significativo a un nivel del 1%, mientras que el intercepto y los coeficientes asociados a las variables ($FBKF_t$) y ($LnIMP_t$) no son significativos ni al 10%. Para verificar la significancia conjunta, se emplea el estadístico F. Este es igual a 7917.52 lo que permite rechazar la hipótesis nula de que todos los coeficientes son conjuntamente iguales a cero a un nivel de significancia del 1%.

b) ¿Presenta un buen ajuste el modelo? ¿Qué observa?

El R^2 es igual a 0.9994, es decir, el 99.9% de la variabilidad en el PIB es explicada por las variables incluidas en el modelo. Aparentemente el ajuste del modelo es muy alto. Todo lo anterior hace pensar que puede existir un grave problema de multicolinealidad.

Esto puede deberse a la definición de las variables ya que gran parte de la información proporcionada por la variable (ahorro nacional) es suministrada a su vez por la variable (formación bruta de capital fijo).

Tabla 1: Estimación ecuaciones (1) y (2).

	VARIABLE DEPENDIENTE: PIB _t		
	Estadísticos t entre paréntesis		
	Ecuación 1 1987 - 2005 MCO	Ecuación 2 1987 - 2005 MCO	Ecuación 3 1987 - 2005 MCO
Constante	-11.70 (-0.75)	-5.648 (-0.38)	-88.142 (-1.62)
S_{n_t}	3.533 (13.94) ***	3.824 (148.12) ***	- -
$FBKF_t$	0.288 (1.16)	- -	3.748 (40.01) ***
$LnIMP_t$	4.041 (0.88)	2.258 0.514	26.868 (1.67) *
R^2	0.9994	0.9994	0.9912
R^2 Ajustado	0.9993	0.9993	0.9901
F	7,917.52 ***	11,617.02 ***	848.16 ***
# de Obs.	18	18	18

(*) nivel de significancia: 10%

(**) nivel de significancia: 5%

(***) nivel de significancia: 1%

MCO: Mínimos Cuadrados Ordinarios

3. Determine si existe o no multicolinealidad (muestre todo su trabajo y como llega a sus conclusiones).

Se emplean las pruebas vistas en clase para determinar la presencia de multicolinealidad.

Matriz de Correlación de las X's.

Se calcula el determinante de la matriz de correlación $|R|$ empleando los valores propios obtenidos:

$$|R| = 2.08014 \times 0.91501 \times 0.00485 = 0.009$$

El valor que toma el determinante es cercano a cero lo que implica un problema de multicolinealidad en el modelo.

Medida de Besley, Kuck y Welsch (1980).

Los valores propios (eigenvalues) de la matriz son: $\lambda_1 = 1.9944$, $\lambda_2 = 0.00551$ y Se calcula el número de condición:

$$\kappa(X) = \frac{\sqrt{\lambda_{MAX}}}{\sqrt{\lambda_{MIN}}} = \frac{\sqrt{2.08014}}{\sqrt{0.00485}} = 20.714$$

Como el valor de $\kappa(X)$ es distinto de 1, existe multicolinealidad alcanzando un nivel preocupante, puesto que entre 20 y 30.

Matriz de correlación entre los coeficientes estimados.

	β_{hat_2}	β_{hat_3}	β_{hat_4}	β_{hat_0}
β_{hat_2}	1	-0.994911438	-0.35100033	0.351597463
β_{hat_3}	-	1	0.33470594	-0.33592357
β_{hat_4}	-	-	1	-0.998763769
β_{hat_0}	-	-	-	1

A partir de la matriz de correlación se determina que existe un fuerte correlación entre β_2 y β_3 cercana al -0.99. Se observa entonces un problema de multicolinealidad.

4. Basandose en las pruebas efectuadas anteriormente corrija el problema encontrado (si es que este existe) y reporte el modelo estimado. Explique claramente su decisión.

En este caso se puede pensar en omitir la variable S_{it} o $FBKF_i$, que se encuentran altamente correlacionadas ya que la teoría económica no brinda en este caso una guía clara en cuanto a esta decisión, y es fácil deducir que sin importar la decisión que se tome, la estimación del modelo no deberá variar, ya que ambas variables varían casi al unísono. Por lo tanto si el modelo a estimar es:

$$PIB_i = \beta_1 + \beta_2 S_{it} + \beta_3 LnIMP_i + \varepsilon_i \tag{2}$$

Los resultados de la estimación de la ecuación (2) se reportan en la Tabla 1.

Y si el modelo a estimar es:

$$PIB_i = \beta_1 + \beta_2 FBKF_i + \beta_3 LnIMP_i + \varepsilon_i \tag{3}$$

Los resultados de la estimación de la ecuación (3) se reportan en la Tabla 1.

5. Compruebe que el nuevo modelo no tiene problemas de multicolinealidad.

Matriz de Correlación de las X's.

Para la ecuación (2) se calcula el determinante de la matriz de correlación $|R|$ empleando los valores propios obtenidos:

$$|R| = 1.2327 \times 0.7672 = 0.9458$$

El valor que toma el determinante es relativamente cercano a uno lo que implica que aparentemente el problema de multicolinealidad queda solucionado. Es necesario llevar a cabo las demás pruebas para corroborar los resultados.

Para la ecuación (3) se calcula el determinante de la matriz de correlación $|R|$ empleando los valores propios obtenidos:

$$|R| = 1.197 \times 0.8026 = 0.961$$

El valor que toma el determinante es relativamente cercano a uno lo que implica que aparentemente el problema de multicolinealidad queda solucionado. Es necesario llevar a cabo las demás pruebas para corroborar los resultados.

Medida de Besley, Kuck y Welsch (1980).

Para la ecuación (2) se toman los valores propios (eigenvalues): $\lambda_1 = 1.2327$ y $\lambda_2 = 0.7672$. Se calcula el número de condición:

$$\kappa(X) = \frac{\sqrt{\lambda_{MAX}}}{\sqrt{\lambda_{MIN}}} = \frac{\sqrt{1.2327}}{\sqrt{0.7672}} = 1.267$$

Como el valor de $\kappa(X)$ es cercano a 1, no existe multicolinealidad.

Para la ecuación (3) se toman los valores propios (eigenvalues): $\lambda_1 = 1.197$ y $\lambda_2 = 0.8026$. Se calcula el número de condición:

$$\kappa(X) = \frac{\sqrt{\lambda_{MAX}}}{\sqrt{\lambda_{MIN}}} = \frac{\sqrt{1.197}}{\sqrt{0.8056}} = 1.22$$

Como el valor de $\kappa(X)$ es cercano a 1, no existe multicolinealidad.

Matriz de correlación entre los coeficientes estimados.

Para la ecuación (2). Se obtiene:

	$\hat{\beta}_2$	$\hat{\beta}_3$	$\hat{\beta}_4$
$\hat{\beta}_2$	1	-0.232744669	0.183177557
$\hat{\beta}_3$	-	1	-0.998608105
$\hat{\beta}_4$	-	-	1

Se observa que la correlación entre los dos coeficientes asociados a las variables explicativas no es mayor a 0.8 por lo tanto no existe un problema grave.

Para la ecuación (3). Se obtiene:

	$\hat{\beta}_2$	$\hat{\beta}_3$	$\hat{\beta}_4$
$\hat{\beta}_2$	1	-0.197343004	0.14720872
$\hat{\beta}_3$	-	1	-0.998595399
$\hat{\beta}_4$	-	-	1

Se observa que la correlación entre los dos coeficientes asociados a las variables explicativas no es mayor a 0.8 por lo tanto no existe un problema grave

6. Interprete los coeficientes estimados.

Para la ecuación (2)

$\hat{\beta}_1 = -5.648$: No tiene sentido económico.

$\hat{\beta}_2 = 3.824$: Un incremento en el ahorro nacional de mil millones de unidades de moneda local genera un incremento de 3.824 miles de millones de unidades de moneda local en el PIB.

$\hat{\beta}_3 = 2.258$: Un aumento de un punto porcentual en las importaciones de la economía generan un incremento de 2.258 miles de millones de unidades de moneda local en el PIB.

Para la ecuación (3)

$\hat{\beta}_1 = -88.14$: No tiene sentido económico.

$\hat{\beta}_2 = 3.748$: Un incremento en la Formación bruta de capital fijo de mil millones de unidades de moneda local genera un incremento de 3.784 miles de millones de unidades de moneda local en el PIB.

$\hat{\beta}_3 = 26.86$: Un aumento de un punto porcentual en las importaciones de la economía genera un incremento de 26.86 miles de millones de unidades de moneda local en el PIB.

6. Discuta si el PIB es elástico o no con respecto a las importaciones. Sea lo más preciso posible.

Para hallar la elasticidad del PIB con respecto a las importaciones es necesario tener en cuenta que la elasticidad está dada por: $E_j = \hat{\beta}_j \frac{\bar{X}_j}{\bar{y}}$ sin embargo la variable explicativa

está expresada en logaritmo, por lo tanto el coeficiente $\hat{\beta}_3$ será igual a: $\frac{\partial y}{\Delta\% X} = \frac{\hat{\beta}_3}{100}$ y para

hallar la elasticidad promedio se debe dividir por y en ambos lados de la ecuación

obteniendo: $\frac{\partial y}{\partial X} \times \frac{X}{y} = \frac{\hat{\beta}_3}{100y} \times 100 \Rightarrow \frac{\Delta\% y}{\Delta\% X} = \frac{\hat{\beta}_3}{y}$. Por lo tanto, dado que la media del PIB es

igual a 116.60 miles de millones de moneda local, para la ecuación 2 la elasticidad del PIB

con respecto a las importaciones será igual a: $\frac{\Delta\% y}{\Delta\% X} = \frac{2.258}{116.6} = 0.019$ y para la ecuación 3

será igual a: $\frac{\Delta\% y}{\Delta\% X} = \frac{26.868}{116.6} = 0.225$ Por lo tanto es posible concluir que el PIB es

inelástico con respecto a las importaciones.