

Universidad Icesi

Cali, Lunes 12 de Abril del 2004

**Examen Parcial #2
Respuestas Sugeridas
Econometría 06169**

Profesor: Julio César Alonso

Estudiante: _____

Código: _____

Instrucciones:

1. Lea cuidadosamente todas las preguntas e instrucciones.
2. Este examen consta de 6 páginas; además, deben tener dos páginas de fórmulas.
3. El examen consta de 3 preguntas que suman un **total de 100 puntos**. El valor de cada una de las preguntas está expresado al lado de cada pregunta.
4. Escriba su respuesta en las hojas suministradas, marque cada una de las hojas con su nombre.
5. El examen está diseñado para una hora, pero ustedes tienen 2 horas para trabajar en él.
- 6. Recuerde que no se tolerará ningún tipo de deshonestidad académica.**
7. Usted NO puede emplear calculadora, ni ningún material escrito diferente al examen.
8. Al finalizar su examen entregue sus respuestas con las preguntas.
9. Asigne su tiempo de forma eficiente!

Suerte.

1. (20 puntos en total, 5 puntos cada subparte)

A

Falso o Verdadero

Diga si las siguientes afirmaciones son falsas o verdaderas y explique en dos o tres líneas su respuesta. (No se dará ningún crédito a respuestas sin justificación.)

- a) Si una variable es medida con error y es empleada en un modelo de regresión, entonces los estimadores de Mínimos Cuadrados Generalizados son sesgados.
- b) Después de estimar el modelo $y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \varepsilon_i$, se obtiene un estadístico Durbin-Watson igual a 0.8. El modelo probablemente tiene problemas de autocorrelación negativa.
- c) En presencia de heteroscedasticidad los estimadores MCO son sesgados, pero ineficientes.
- d) Si una variable explicatoria empleada en un modelo de regresión presenta un error de medición, entonces los estimadores MCO de los coeficientes pueden ser insesgados.

2. (40 puntos)

La división de estudios económicos de un banco comercial desea estimar el efecto que poseen sus tasas de colocación $X_{1,i}$, (medida en %) y las tasas de colocación de su competidor directo $X_{2,i}$ (también medida en %) sobre los préstamos desembolsado en el trimestre i , y_i medidos en miles de millones de pesos. Usted cuenta con la información reportada al final del examen. Responda las siguientes preguntas.

- a) ¿Cuál fué el modelo estimado? **(5 puntos)**
- b) Interprete los coeficientes estimados **(10 puntos)**
- c) ¿Qué problemas detecta en la regresión reportada? Realice los tests que crea pertinente. **(10 puntos)**
- d) ¿Cómo resolvería usted este problema? Explique brevemente los pasos a seguir. **(5 puntos)**
- e) Uno de los investigadores involucrados en esta investigación cree que el modelo a estimar no es correcto pues aunque la tasa de interés del banco comercial en cuestión es conocida con seguridad, las otras variables son medidas con error. Discuta clara y brevemente las implicaciones que esto tendría al momento de estimar el modelo. Y que opciones existirían **(10 puntos)**

3. (40 puntos)

Un investigador cree que las ventas diarias medidas en paquetes de 10 unidades, Y_t , pueden ser explicadas por medio del siguiente modelo estadístico: $Y_t = \beta_1 + \beta_2 \cdot X_{2t} + \beta_3 \cdot X_{3t} + \varepsilon_t$, donde X_{3t} representa el precio de venta del artículo en cuestión en el día t (medido en miles de pesos) y X_{2t} representa el precio de un sustituto cercano en el día t (medido en miles de pesos). ε_t representa una variable estocástica que esta normalmente e independientemente distribuida con media cero y varianza dada por.

$$\text{Var}(\varepsilon_t) = \sigma^2 \left(\frac{X_{2t}}{X_{3t}} \right)^2$$

- a) ¿Cuáles son los supuestos que debe cumplir el término de error para poder obtener estimadores MELI? **(5 puntos)**
- b) ¿Qué supuesto es violado en este caso? ¿Cómo solucionaría el problema? **(5 puntos)**

Para los últimos 100 períodos se obtuvieron los siguientes valores:

$$\sum_{t=1}^n (X_{2t})^2 = 180 \quad \sum_{i=1}^n \left[\frac{(X_{3t})^4}{(X_{2t})^2} = 20 \right] \quad \sum_{t=1}^n y_t \cdot (X_{3t})^2 = 9 \quad \sum_{i=1}^n y_t \cdot \frac{(X_{3t})^2}{X_{2t}} = 16$$

$$\sum_{t=1}^n (X_{2t})^2 \cdot X_{3t} = 0 \quad \sum_{t=1}^n (X_{3t} \cdot X_{2t})^2 = 160 \quad \sum_{i=1}^n y_t \cdot \frac{(X_{3t})^3}{(X_{2t})^2} = 4$$

$$\sum_{i=1}^n y_t \cdot X_{2t} \cdot (X_{1t})^2 = 16 \quad \sum_{i=1}^n \left(y_t \cdot \frac{X_{3t}}{X_{2t}} \right)^2 = 256.5 \quad \sum_{i=1}^n y_t \cdot X_{3t} \cdot (X_{1t})^2 = 4$$

$$\sum_{i=1}^n \left(\frac{X_{3t}}{X_{2t}} \right)^2 = 18 \quad \sum_{i=1}^n \frac{(X_{3t})^3}{(X_{2t})^2} = 0 \quad \sum_{i=1}^n \frac{(X_{3t})^3}{(X_{2t})} = 16$$

$$\sum_{i=1}^n \frac{(X_{3t})^2}{(X_{2t})} = 0 \quad \sum_{i=1}^n (X_{3t})^2 = 16 \quad \sum_{t=1}^n (X_{1t} \cdot X_{3t})^2 = 200$$

$$\sum_{i=1}^n y_t \cdot X_{3t} \cdot (X_{1t})^2 = 4 \quad \sum_{t=1}^n (X_{3t})^2 \cdot X_{2t} = 0 \quad \sum_{i=1}^n y_t \cdot \left(\frac{X_{3t}}{X_{2t}} \right)^2 = 9$$

- c) Forme la matriz $X^T X$ **(5 puntos)**
- d) Encuentre los estimadores MELI de los coeficientes del modelo **(8 Puntos)**
- e) Además, estime σ^2 y la matriz de varianzas y covarianzas de los estimadores de los β 's. **(7 Puntos)**
- f) Interprete el significado de cada uno de los coeficientes estimados. **(10 Puntos)**

Resultados de EasyReg para emplear en la pregunta 2

Dependent variable:
 $Y = \ln(y)$

Characteristics:
y
First observation = 1(=1980.1)
Last observation = 100(=2004.4)
Number of usable observations: 100
Minimum value: 7.3148694E-002
Maximum value: 1.3922194E-001
Sample mean: 1.0461250E-001

X variables:
 $X(1) = \ln(X1)$
 $X(2) = \ln(X2)$
 $X(3) = 1$

Model:
 $Y = b(1)X(1) + b(2)X(2) + b(3)X(3) + U$,
where U is the error term, satisfying
 $E[U|X(1), X(2), X(3)] = 0$.

OLS estimation results

Parameters	Estimate	t-value	H.C. t-value(*)
		[p-value]	[H.C. p-value]
b(1)	-0.14375	-2.526	-2.535
		[0.01154]	[0.01124]
b(2)	-11.602391	-208.740	-175.320
		[0.00000]	[0.00000]
b(3)	0.52303	181.943	164.358
		[0.00000]	[0.00000]

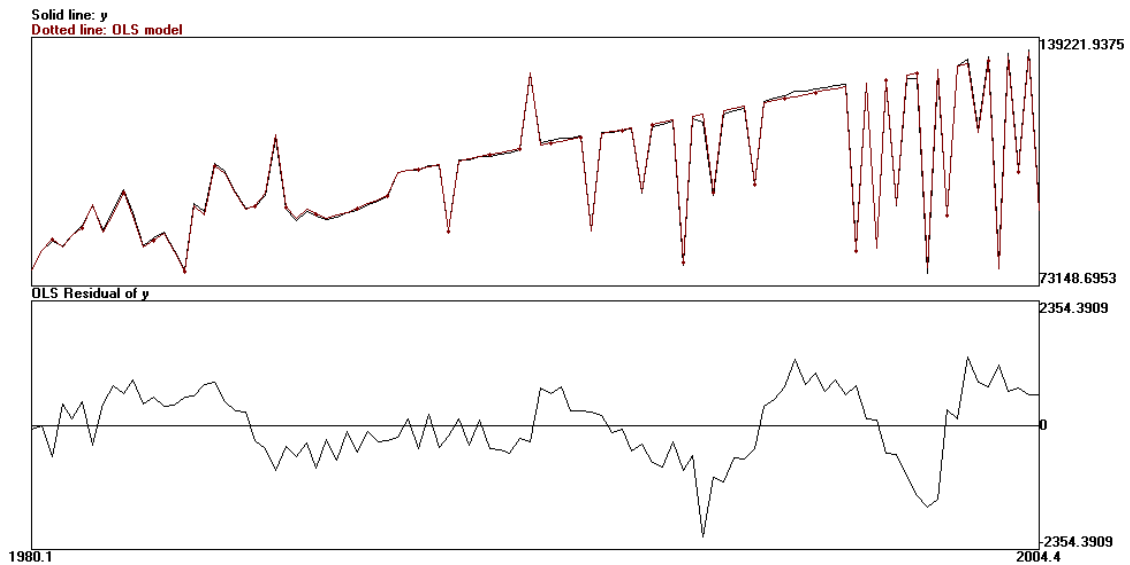
(*) Based on White's heteroskedasticity consistent variance matrix.
[The two-sided p-values are based on the normal approximation]
Effective sample size (n) = 100
Variance of the residuals = 532989.485406
Standard error of the residuals = 730.061289
Residual sum of squares (RSS)= 51699980.084391
Total sum of squares (TSS) = 31349900555.609100
R-square = 0.998351
Adjusted R-square = 0.998317

Resultados de EasyReg para emplear en la pregunta 2

Overall F test: $F(2,97) = 29360.99$
p-value = 0.00000
Significance levels: 10% 5%
Critical values: 2.36 3.09
Conclusions: reject reject

Test for first-order autocorrelation:
Durbin-Watson test = .519371
REMARK: A better way of testing for serial correlation is to specify ARMA errors and then test the null hypothesis that the ARMA parameters are zero.

Resultados de EasyReg para emplear en la pregunta 2



Resultados de EasyReg para emplear en la pregunta 2

Box-Pierce Q statistics for $Y(t)$, $t=1(=1980.1)$ to $100(=2004.4)$, where $Y(t) = \text{OLS Residual of } y$

Q(1)=54.22

p-value = 0.00000
Significance levels: 10% 5%
Critical values: 2.71 3.84
Conclusions: reject reject

Q(2)=101.92

p-value = 0.00000
Significance levels: 10% 5%
Critical values: 4.61 5.99
Conclusions: reject reject

Q(3)=120.51

p-value = 0.00000
Significance levels: 10% 5%
Critical values: 6.25 7.81
Conclusions: reject reject

Q(4)=129.13

p-value = 0.00000
Significance levels: 10% 5%
Critical values: 7.78 9.49
Conclusions: reject reject

Q(5)=130.50

p-value = 0.00000
Significance levels: 10% 5%
Critical values: 9.24 11.07
Conclusions: reject reject

Q(6)=130.92

p-value = 0.00000
Significance levels: 10% 5%
Critical values: 10.64 12.59
Conclusions: reject reject

Q(7)=134.46

p-value = 0.00000
Significance levels: 10% 5%
Critical values: 12.02 14.07
Conclusions: reject reject

Q(8)=142.98

p-value = 0.00000
Significance levels: 10% 5%
Critical values: 13.36 15.51
Conclusions: reject reject

Q(9)=155.66

p-value = 0.00000
Significance levels: 10% 5%
Critical values: 14.68 16.92
Conclusions: reject reject

Q(10)=170.77

p-value = 0.00000
Significance levels: 10% 5%
Critical values: 15.99 18.31
Conclusions: reject reject

Econometría 06169, Segundo Examen Parcial

Prof: Julio César Alonso C

Fórmulas

$$X^T X = \begin{bmatrix} n & \sum_{i=1}^n X_{1i} & \sum_{i=1}^n X_{2i} & \cdots & \sum_{i=1}^n X_{ki} \\ \sum_{i=1}^n X_{1i}^2 & \sum_{i=1}^n X_{1i}X_{2i} & \cdots & \sum_{i=1}^n X_{1i}X_{ki} \\ \sum_{i=1}^n X_{2i}^2 & \cdots & \sum_{i=1}^n X_{2i}X_{ki} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \sum_{i=1}^n X_{ki}^2 \end{bmatrix}$$

$$X^T y = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n y_i \\ \sum_{i=1}^n y_i X_{1i} \\ \sum_{i=1}^n y_i X_{2i} \\ \vdots \\ \sum_{i=1}^n y_i X_{ki} \end{bmatrix}$$

$$\hat{\beta} = (X^T X)^{-1} X^T y$$

$$y^T y = \sum_{i=1}^n y_i^2$$

$$s^2 = \frac{SSE}{n-k} = \frac{y^T y - \hat{\beta}^T X^T y}{n-k}$$

$$\text{Var}[\hat{\beta}] = \sigma^2 (X^T X)^{-1}$$

$$SSR = \hat{\beta}^T X^T y - n\bar{Y}^2 \quad t = \frac{\hat{\beta}_i - c}{s_{\hat{\beta}_i}}$$

$$F_c = \frac{(c - R\hat{\beta})^T (R(X^T X)^{-1} R^T)^{-1} (c - R\hat{\beta}) / r}{SSE/n - k}$$

$$F_c = \frac{R^2 / (k-1)}{(1-R^2) / (n-k)} = \frac{MSR}{MSE}$$

$$F_c = \frac{(SSE_R - SSE_U) / r}{SSE_U / (n-k)} \quad R^2 = \frac{SSR}{SST}$$

$$\hat{\beta}_i \pm t_{\frac{\alpha}{2}, n-k} s_{\hat{\beta}_i} \quad \bar{R}^2 = 1 - (1 - R^2) \frac{n-1}{n-k}$$

$$\hat{y}_p = x_p^T \hat{\beta}, \quad x_p^T = (1 \quad x_{1p} \quad x_{2p} \quad \cdots \quad x_{kp})$$

$$\hat{y}_p \pm t_{\frac{\alpha}{2}, n-k} \sqrt{\sigma^2 x_p^T (X^T X)^{-1} x_p}$$

$$\hat{y}_p \pm t_{\frac{\alpha}{2}, n-k} \sqrt{\sigma^2 [1 + x_p^T (X^T X)^{-1} x_p]}$$

$$\hat{\beta}_j^E = \hat{\beta}_j \frac{s_{X_j}}{s_y}, \quad j = 2, 3, \dots, k \quad E_j = \hat{\beta}_j \frac{\bar{X}_j}{\bar{y}}$$

$$SST = y^T y - n\bar{Y}^2$$

Econometría 06169, Segundo Examen Parcial

Prof: Julio César Alonso C

Cantidades Importantes

Test de Heteroscedasticidad

Goldfeld y Quand: $F_{GQ} = \frac{SSE_2}{SSE_1} \sim F_{(n-d-2k, n-d-2k)}$

$$\sqrt{2} = 1.414$$

$$\sqrt{10} = 3.162$$

$$\sqrt{3} = 1.732$$

$$\sqrt{13} = 3.606$$

Breush-Pagan: $\frac{\hat{\varepsilon}_i^2}{\hat{\sigma}^2} = \gamma + \delta Z_i + \mu_i, BP = \frac{SSR}{2} \sim \chi_g^2$

White: $\hat{\varepsilon}_i^2 = \gamma + \sum_{m=1}^k \sum_{j=1}^k \delta_{sj} X_{mi} X_{ji} + \mu_i, W_a = nR^2 \sim \chi_g^2$

d_l y d_u para el test de DW al nivel de significancia del 5%

N	k-1=1		k-1=2		k-1=3	
	d _l	d _u	d _l	d _u	d _l	d _u
50	1.50	1.59	1.46	1.63	1.42	1.67
60	1.55	1.62	1.51	1.65	1.48	1.69
95	1.64	1.69	1.62	1.71	1.60	1.73
100	1.65	1.69	1.63	1.72	1.61	1.74

Test de Autocorrelación

Durbin-Watson $DW \approx 2(1 - \hat{\rho})$

Ho	Sí	Decisión
$H_0 : \rho = 0$	$d_u < DW < 4 - d_u$	A
No auto +	$0 < DW < d_l$	R
No auto -	$4 - d_l < DW < 4$	R

Área de indecisión $d_l < DW < d_u$ y $4 - d_u < DW < 4 - d_l$

Universidad Icesi

Cali, Lunes 12 de Abril del 2004

**Examen Parcial #2
Respuestas Sugeridas
Econometría 06169**

Profesor: Julio César Alonso

Estudiante: _____

Código: _____

Instrucciones:

1. Lea cuidadosamente todas las preguntas e instrucciones.
2. Este examen consta de 6 páginas; además, deben tener dos páginas de fórmulas.
3. El examen consta de 3 preguntas que suman un **total de 100 puntos**. El valor de cada una de las preguntas está expresado al lado de cada pregunta.
4. Escriba su respuesta en las hojas suministradas, marque cada una de las hojas con su nombre.
5. El examen está diseñado para una hora, pero ustedes tienen 2 horas para trabajar en él.
6. **Recuerde que no se tolerará ningún tipo de deshonestidad académica.**
7. Usted NO puede emplear calculadora, ni ningún material escrito diferente al examen.
8. Al finalizar su examen entregue sus respuestas con las preguntas.
9. Asigne su tiempo de forma eficiente!

Suerte.

A

1. (20 puntos en total, 5 puntos cada subparte)

Falso o Verdadero

Diga si las siguientes afirmaciones son falsas o verdaderas y explique en dos o tres líneas su respuesta. (No se dará ningún crédito a respuestas sin justificación.)

- a) Si una variable es medida con error y es empleada en un modelo de regresión, entonces los estimadores de Mínimos Cuadrados Generalizados son sesgados.
- Falso**, Si la variable medida con error es la variable dependiente, entonces no existe ninguna razón por la cual los estimadores de Mínimos Cuadrados Generalizados sean sesgados.
- b) Después de estimar el modelo $y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \varepsilon_i$, se obtiene un estadístico Durbin-Watson igual a 0.8. El modelo probablemente tiene problemas de autocorrelación negativa.
- Falso**, un $DW < 2$ es síntoma de autocorrelación positiva.
- c) En presencia de heteroscedasticidad los estimadores MCO son sesgados, pero ineficientes.
- Falso**, en presencia de heteroscedasticidad los estimadores de MCO son insesgados e ineficientes.
- d) Si una variable explicatoria empleada en un modelo de regresión presenta un error de medición, entonces los estimadores MCO de los coeficientes pueden ser insesgados.
- Falso**, pues si las variables independientes son medidas con error, entonces los estimadores de MCO son sesgados.

2. (40 puntos)

La división de estudios económicos de un banco comercial desea estimar el efecto que poseen sus tasas de colocación $X_{1,i}$ (medida en %) y las tasas de colocación de su competidor directo $X_{2,i}$ (también medida en %) sobre los préstamos desembolsados en el trimestre i , y_i medidos en miles de millones de pesos. Usted cuenta con la información reportada al final del examen. Responda las siguientes preguntas.

a) ¿Cuál fue el modelo estimado? (5 puntos)

El modelo estimado es el siguiente: $y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \varepsilon_i$

b) Interprete los coeficientes estimados (10 puntos)

Explicación:

- $\hat{\beta}_1$, cuando las tasas de colocación incrementan en un uno por ciento, entonces los desembolsos de préstamos disminuyen en un 0.14%.
- $\hat{\beta}_2$, cuando las tasas de colocación de la competencia incrementan en un uno por ciento, entonces los desembolsos de préstamos disminuyen en un 11.6%.
- $\hat{\beta}_0$ no tiene interpretación económica

c) ¿Qué problemas detecta en la regresión reportada? Realice los tests que crea pertinente. (10 puntos)

Claramente existe un problema de Autocorrelación positiva. Esto lo podían detectar por medio del DW=.519371 y por medio del Test de Box-Pierce. Ustedes debían ser algo formales al hablar del problema que se presentaba. es decir efectuar el test de DW y usar claramente la información del test de Box-Pierce.

c) ¿Cómo resolvería usted este problema? Explique brevemente los pasos a seguir. (5 puntos)

El problema se puede resolver por medio del método de Durbin. Ustedes debían explicar claramente como emplear este método en este caso.

d) Uno de los investigadores involucrados en esta investigación cree que el modelo a estimar no es correcto pues aunque la tasa de interés del banco comercial en cuestión es conocida con seguridad, las otras variables son medidas con error. Discuta clara y brevemente las implicaciones que esto tendría al momento de estimar el modelo. Y que opciones existirían (10 puntos)

En este caso usted debería discutir:

1) Si la variable dependiente es medida con error, entonces no hay un problema grave, pues el error de medición se le agregaría el error de especificación.

2) Si la tasa de colocación de la competencia es medida con error existirá un sesgo e inconsistencia en los EMCO.

3) Las opciones que existirían básicamente son:

- No hacer nada y correr el modelo tal cual, dandonos cuenta del posible problema que tenemos.
- Tratar de medir mejor las variables.

3. (40 puntos)

Un investigador cree que las ventas diarias medidas en paquetes de 10 unidades, Y_t , pueden ser explicadas por medio del siguiente modelo estadístico: $Y_t = \beta_1 + \beta_2 \cdot X_{2t} + \beta_3 \cdot X_{3t} + \varepsilon_t$, donde X_{3t} representa el precio de venta del artículo en cuestión en el día t (medido en miles de pesos) y X_{2t} representa el precio de un sustituto cercano en el día t (medido en miles de pesos). ε_t representa una variable estocástica que esta normalmente e independientemente distribuida con media cero y varianza dada por.

$$\text{Var}(\varepsilon_t) = \sigma^2 \left(\frac{X_{2t}}{X_{3t}} \right)^2$$

a) ¿Cuáles son los supuestos que debe cumplir el término de error para poder obtener estimadores MELI? (5 puntos)

Los supuestos son:

- Media cero, es decir $E(\varepsilon_t) = 0$
- Varianza constante (Homocedasticidad) ($\text{Var}(\varepsilon_t) = \sigma^2$), y
- Linealmente independientes entre si (Autocorrelación) ($E(\varepsilon_i \cdot \varepsilon_j) = 0$ para todo $i \neq j$)

b) ¿Qué supuesto es violado en este caso? ¿Cómo solucionaría el problema? (5 puntos)

En este caso se viola el supuesto de homocedasticidad. Es decir el término de error no tiene varianza constante. El problema se puede solucionar facilmente emoleando los mínimos

cuadrados ponderados. Es decir, multiplicando todo el modelo por $\frac{X_{3t}}{X_{2t}}$.

$$y_t \cdot \frac{X_{3t}}{X_{2t}} = \beta_1 \cdot \frac{X_{3t}}{X_{2t}} + \beta_2 X_{2t} \cdot \frac{X_{3t}}{X_{2t}} + \beta_3 X_{3t} \cdot \frac{X_{3t}}{X_{2t}} + \varepsilon_t \cdot \frac{X_{3t}}{X_{2t}} \quad t = 1, 2, \dots$$

$$y_t \cdot \frac{X_{3t}}{X_{2t}} = \beta_1 \cdot \frac{X_{3t}}{X_{2t}} + \beta_2 X_{3t} + \beta_3 \frac{(X_{3t})^2}{X_{2t}} + \varepsilon_t \cdot \frac{X_{3t}}{X_{2t}}$$

Así tendremos que

$$\text{Var} \left(\varepsilon_t \cdot \frac{X_{3t}}{X_{2t}} \right) = \left(\frac{X_{3t}}{X_{2t}} \right)^2 \cdot \text{Var}(\varepsilon_t) = \left(\frac{X_{3t}}{X_{2t}} \right)^2 \cdot \left[\sigma^2 \left(\frac{X_{2t}}{X_{3t}} \right)^2 \right] = \sigma^2$$

Y por tanto el problema de heteroscedasticidad ha sido solucionado

Para los últimos 100 períodos se obtuvieron los siguientes valores:

$$\sum_{t=1}^n (X_{2t})^2 = 180 \quad \sum_{i=1}^n \left[\frac{(X_{3t})^4}{(X_{2t})^2} \right] = 20 \quad \sum_{t=1}^n y_t (X_{3t})^2 = 9 \quad \sum_{i=1}^n y_t \cdot \frac{(X_{3t})^2}{X_{2t}} = 16$$

$$\sum_{t=1}^n (X_{2t})^2 \cdot X_{3t} = 0 \quad \sum_{t=1}^n (X_{3t} \cdot X_{2t})^2 = 160 \quad \sum_{i=1}^n y_t \cdot \frac{(X_{3t})^3}{(X_{2t})^2} = 4$$

$$\sum_{i=1}^n y_t \cdot X_{2t} (X_{3t})^2 = 16 \quad \sum_{i=1}^n \left(y_t \cdot \frac{X_{3t}}{X_{2t}} \right)^2 = 256.5 \quad \sum_{i=1}^n y_t \cdot X_{3t} \cdot (X_{3t})^2 = 4$$

$$\sum_{i=1}^n \left(\frac{X_{3t}}{X_{2t}} \right)^2 = 18 \quad \sum_{i=1}^n \frac{(X_{3t})^3}{(X_{2t})^2} = 0 \quad \sum_{i=1}^n \frac{(X_{3t})^3}{(X_{2t})} = 16$$

$$\sum_{i=1}^n \frac{(X_{3t})^2}{(X_{2t})} = 0 \quad \sum_{i=1}^n (X_{3t})^2 = 16 \quad \sum_{i=1}^n (X_{1t} \cdot X_{3t})^2 = 200$$

$$\sum_{i=1}^n y_t \cdot X_{3t} \cdot (X_{1t})^2 = 4 \quad \sum_{i=1}^n (X_{3t})^2 \cdot X_{2t} = 0 \quad \sum_{i=1}^n y_t \cdot \left(\frac{X_{3t}}{X_{2t}}\right)^2 = 9$$

c) Forme la matriz $X^T X$ (5 puntos)

Es facil obtener

$$X^T X = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n \left(\frac{X_{3t}}{X_{2t}}\right)^2 & \sum_{i=1}^n \frac{(X_{3t})^2}{(X_{2t})} & \sum_{i=1}^n \frac{(X_{3t})^3}{(X_{2t})^2} \\ \cdot & \sum_{i=1}^n (X_{3t})^2 & \sum_{i=1}^n \frac{(X_{3t})^3}{(X_{2t})} \\ \cdot & \cdot & \sum_{i=1}^n \frac{(X_{3t})^4}{(X_{2t})^2} \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} 18 & 0 & 0 \\ 0 & 16 & 16 \\ 0 & 16 & 20 \end{pmatrix}$$

La correspondiente matriz inversa es

$$(X^T X)^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{18} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{5}{16} & -\frac{1}{4} \\ 0 & -\frac{1}{4} & \frac{1}{4} \end{pmatrix}$$

d) Encuentre los estimadores MELI de los coeficientes del modelo (8 Puntos)

Primero debemos armar la matriz $X^T y$. En este caso tenemos que:

$$X^T y = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n y_t \cdot \left(\frac{X_{3t}}{X_{2t}}\right)^2 \\ \sum_{i=1}^n y_t \cdot \frac{(X_{3t})^2}{X_{2t}} \\ \sum_{i=1}^n y_t \cdot \frac{(X_{3t})^3}{(X_{2t})^2} \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} 9 \\ 16 \\ 4 \end{pmatrix}$$

Así tenemos que:

$$\beta_{\text{hat}} = (X^T X)^{-1} \cdot X^T y$$

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{18} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{5}{16} & -\frac{1}{4} \\ 0 & -\frac{1}{4} & \frac{1}{4} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 9 \\ 16 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ 4 \\ -3 \end{pmatrix}$$

Noten que

$$\beta_{\text{hat}} = \begin{pmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ 4 \\ -3 \end{pmatrix}$$

e) Además, estime σ^2 y la matriz de varianzas y covarianzas de los estimadores de los β 's. (7 Puntos)

$$s^2 = \frac{y^T \cdot y - \beta_{\text{hat}}^T \cdot X^T \cdot y}{n - k}$$

En este caso $y^T y = 256.5$. entonces

$$s^2 = \frac{256.5 - \begin{pmatrix} 1 & 4 & -3 \\ 2 & & \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 9 \\ 16 \\ 4 \end{pmatrix}}{100 - 3} = \frac{256.5 - 56.5}{97} = 2.062 = \frac{200}{97}$$

Y la matriz de varianzas y covarianzas de los estimadores MCO es

$$s^2 \cdot (X^T X)^{-1} = \frac{200}{97} \cdot \begin{pmatrix} \frac{1}{18} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{5}{16} & \frac{1}{4} \\ 0 & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \end{pmatrix}$$

f) Interprete el significado de cada uno de los coeficientes estimados. (10 Puntos)

La interpretación de estos resultados es la siguiente:

$\hat{\beta}_1 = \frac{1}{2}$, 5 unidades (medio paquete de 10 unidades) son las ventas que no depende ni del propio precio ni del sustituto.
 $\hat{\beta}_2 = 4$, un aumento de mil pesos en el precio del sustituto, aumentará las ventas en 4 paquetes (40 unidades).
 $\hat{\beta}_3 = -3$, un aumento en el precio del bien de 1000 pesos disminuirá las ventas en 30 unidades.

Resultados de EasyReg para emplear en la pregunta 2

Dependent variable:
 $Y = \ln(y)$

Characteristics:

y

First observation = 1 (=1980.1)
 Last observation = 100 (=2004.4)
 Number of usable observations: 100
 Minimum value: 7.3148694E-002
 Maximum value: 1.3922194E-001
 Sample mean: 1.0461250E-001

X variables:

$X(1) = \ln(X1)$
 $X(2) = \ln(X2)$
 $X(3) = 1$

Model:

$Y = b(1)X(1) + b(2)X(2) + b(3)X(3) + U$,
 where U is the error term, satisfying
 $E[U|X(1), X(2), X(3)] = 0$.

OLS estimation results

Parameters	Estimate	t-value	H.C. t-value(*)
		[p-value]	[H.C. p-value]
b(1)	-0.14375	-2.526	-2.535
		[0.01154]	[0.01124]
b(2)	-11.602391	-208.740	-175.320
		[0.00000]	[0.00000]
b(3)	0.52303	181.943	164.358
		[0.00000]	[0.00000]

(*) Based on White's heteroskedasticity consistent variance matrix.
 [The two-sided p-values are based on the normal approximation]

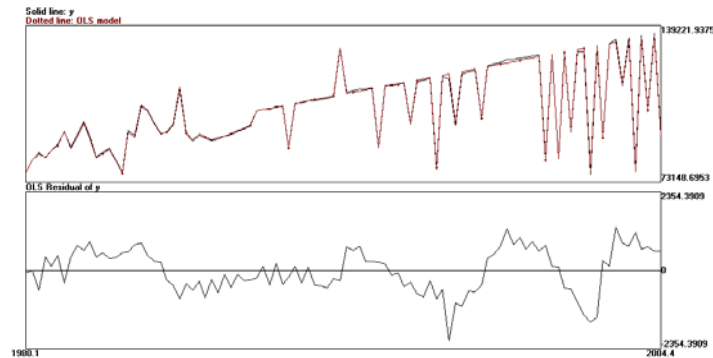
Effective sample size (n) = 100
 Variance of the residuals = 532989.485406
 Standard error of the residuals = 730.061289
 Residual sum of squares (RSS) = 51699980.084391
 Total sum of squares (TSS) = 31349900555.609100
 R-square = 0.998351
 Adjusted R-square = 0.998317

Resultados de EasyReg para emplear en la pregunta 2

Overall F test: $F(2,97) = 29360.99$
 p-value = 0.00000
 Significance levels: 10% 5%
 Critical values: 2.36 3.09
 Conclusions: reject reject

Test for first-order autocorrelation:
 Durbin-Watson test = .519371
 REMARK: A better way of testing for serial correlation is to specify ARMA errors and then test the null hypothesis that the ARMA parameters are zero.

Resultados de EasyReg para emplear en la pregunta 2



Resultados de EasyReg para emplear en la pregunta 2

Resultados de EasyReg para emplear en la pregunta 2

Box-Pierce Q statistics for $Y(t)$, $t=1(=1980.1)$ to $100(=2004.4)$, where $Y(t)$ = OLS Residual of y

Q(1)=54.22
 p-value = 0.00000
 Significance levels: 10% 5%
 Critical values: 2.71 3.84
 Conclusions: reject reject

Q(2)=101.92
 p-value = 0.00000
 Significance levels: 10% 5%
 Critical values: 4.61 5.99
 Conclusions: reject reject

Q(3)=120.51
 p-value = 0.00000
 Significance levels: 10% 5%
 Critical values: 6.25 7.81
 Conclusions: reject reject

Q(4)=129.13
 p-value = 0.00000
 Significance levels: 10% 5%
 Critical values: 7.78 9.49
 Conclusions: reject reject

Q(5)=130.50
 p-value = 0.00000
 Significance levels: 10% 5%
 Critical values: 9.24 11.07
 Conclusions: reject reject

Q(6)=130.92
 p-value = 0.00000
 Significance levels: 10% 5%
 Critical values: 10.64 12.59
 Conclusions: reject reject

Q(7)=134.46
 p-value = 0.00000
 Significance levels: 10% 5%
 Critical values: 12.02 14.07
 Conclusions: reject reject

Q(8)=142.98
 p-value = 0.00000
 Significance levels: 10% 5%
 Critical values: 13.36 15.51
 Conclusions: reject reject

Q(9)=155.66
 p-value = 0.00000
 Significance levels: 10% 5%
 Critical values: 14.68 16.92
 Conclusions: reject reject

Q(10)=170.77
 p-value = 0.00000
 Significance levels: 10% 5%
 Critical values: 15.99 18.31
 Conclusions: reject reject