Taller #1

Econometría 06216
Repaso

Profesor: Julio César Alonso C.
Monitora: Ana Isabel Gallego L.

Notas:

- Recuerde que únicamente tres preguntas, seleccionadas al azar, serán calificadas.
- Este taller es para ser entregado físicamente el próximo 6 de agosto en los primeros 10 minutos de la clase. (no se recibirán talleres después de esa hora y fecha límite)

INSTRUCCIONES:

- Este taller puede ser escrito a mano, pero con letra legible.
- Cuando sea posible, debe mostrar el procedimiento efectuado para llegar a sus resultados.

1. Resuelva:

   a. Demuestre que:

   $Var\left[X^2\right] = A(Var(X)) \quad \forall a \neq 1$

   $si\ Cov(X, X) = 0$

   donde *A* es una variable determinística y X una variable estocástica.

   b. Suponga que *Y* y *X* son variables aleatorias. Encuentre $E(XY), Cov(X, Y)$ y $Cov(5+X, 3Y)$ a partir de los siguientes datos:

Y
2
53
58
42
27
26
36
91
22
15

$\sigma_x = 11$

$\rho = 0.68$

$E(X^2) = 227$

2. Un estudiante está indeciso sobre cancelar o no econometría, pregunta a 20 de los estudiantes que vieron inferencia estadística con él y ya culminaron econometría, cuál fue su nota en ésta materia. Un 20% le dice que sacó 2.0. Notas de 1.8, 2.5, 3.8 y 4.2 fueron obtenidas (cada una de estas notas) por un 5% de los estudiantes

entrevistados. Por otro lado, notas de 2.6, 3 y 4, fueron obtenidas cada una por 10% de los estudiantes y 2.3 y 3.9, por 15% de los estudiantes cada una.
En el curso de inferencia estadística su nota coincidió con la de los que sacaron 1.8, 2.3, 3 y 4.2 en econometría durante el semestre pasado (y con nadie más). Él considera que la información que tiene es suficiente para tomar su decisión y aconsejar a sus compañeros. De acuerdo a esta información, y según sus cálculos , ¿Debería cancelar? ¿Debería aconsejar a los otros para que cancelen?

3. Existe un grupo de economistas con cierta adicción a los juegos de azar. Deciden jugar a las pelotas, entonces introducen en una bolsa, pelotas azules con las letras A, B, C, D, E, F y G y en otra pelotas verdes con las letras P, Q, R, S, T, U y V. Pero para hacerlo más interesante, también apuestan sobre el precio de cierre del dólar del día siguiente, 25% considera que va a subir, y 20% considera que permanecerá estable. Entonces se fijó la siguiente tabla de premios (una remuneración negativa significa que el jugador debe pagar, mientras que una remuneración positiva significa que el jugador recibe algo a cambio).

Pelota que saca de la bolsa	Remuneración (miles de pesos)
A	3
B	9
C	-4
D	-5
E	10
F	-1
G	11

Pelota que saca de la bolsa	Remuneración (miles de pesos)
P	-3
Q	9
R	-14
S	9
T	8
U	-12
V	1

Si el dólar	Remuneración (miles de pesos)
Cae	12
Sube	10
No cambia	10

M será la remuneración obtenida por la pelota azul, N, por la pelota verde y O por el precio del dólar.

A partir de la Información anterior responda las siguientes preguntas:

a. Calcule el valor esperado de M, N y O.
b. Si Z= M-N+O calcule el valor esperado de Z.
c. Calcule la desviación estándar de O
d. Sea Y=O-M, calcule la covarianza entre Z y Y. ¿Son Z y Y variables aleatorias independientes?
e. ¿Son M^5 y M^3 (estadísticamente) independientes?

Dadas las siguientes matrices

$$A=\begin{bmatrix}1 & 12 & 18 & 20\\ 12 & 9 & 16 & 21\\ 18 & 16 & 26 & 33\\ 20 & 21 & 33 & 11\end{bmatrix} \quad B=\begin{bmatrix}3 & 14 & 19 & 11\\ 7 & 5 & 7 & 7\\ 8 & 4 & 4 & 8\\ 11 & 12 & 5 & 3\end{bmatrix} \quad C=\begin{bmatrix}16\\ 8\\ 15\\ 3\end{bmatrix}$$

4. Encuentre (muestre todo el procedimiento):
   $AC,\ \ B+C,\ \ B^TC,\ (A^T+B^T)$
5. Continuando con el ejercicio anterior, encuentre
   $B^{-1},\ \ 2A+B^T,\ CB,\ ran(B^{-1})$
6. Continuando con el ejercicio 3, encuentre
   $A^{-1},\ \det(A^{-1}),\ \det(B),\ (A^TB^T)^{-1},\ \ C^TB$

Taller #1

Econometría 06216

Respuestas sugeridas

Repaso

Profesor: Julio César Alonso C.
Monitora: Ana Isabel Gallego L.

Notas:

- Recuerde que únicamente tres preguntas, seleccionadas al azar, serán calificadas.
- Este taller es para ser entregado físicamente el próximo 6 de agosto en los primeros 10 minutos de la clase. (no se recibirán talleres después de esa hora y fecha límite)

INSTRUCCIONES:

- Este taller puede ser escrito a mano, pero con letra legible.
- Cuando sea posible, debe mostrar el procedimiento efectuado para llegar a sus resultados.

1. Resuelva:

a. Demuestre que:

$$Var\left[X^2\right] = A(Var(X)) \quad \forall a \neq 1$$

$$si\ Cov(X, X) = 0$$

donde *A* es una variable determinística y X una variable estocástica.

Respuesta sugerida

$$Cov(X,X) = E\left[(X - E(X)) \cdot (X - E(X))\right] = E\left[(X - E(X))^2\right] = Var(X) = 0$$

Si $Var(X)$=0, entonces X es una constante, por lo tanto:

$$Var\left[X^2\right] = 0$$

$$entonces$$

$$AVar(X) = A(0) = 0 = Var(X^2)$$

b. Suponga que *Y* y *X* son variables aleatorias. Encuentre $E(XY), Cov(X,Y)$ *y* $Cov(5+X, 3Y)$ a partir de los siguientes datos:

$\sigma_x = 11$

$\rho = 0.68$

$E(X^2) = 227$

Y
2
53
58
42
27
26
36
91
22
15

Respuesta sugerida

$$E\left[Y\right] = 37.2$$

- $Var(Y) = E(Y^2) - \left[E(Y)\right]^2 = 579.36$

  $\sigma_y = 24.07$

  $Cov(X,Y) = \sigma_{x,y} = 0.68 * 11 * 24.07 = 180.04$

  $Var(X) = E\left[X^2\right] - \left(E\left[X\right]\right)^2$

  $11^2 = 227 - \left(E\left[X\right]\right)^2$

- $E\left[X\right] = 10.3$

  $Cov\left[XY\right] = E(XY) - E(X)E(Y)$

  $180.04 + 10.3 * 37.2 = 563.04 = E(XY)$

- $Cov(5+X, 3Y) = 3Cov(X,Y) = 3 * 180.04 = 540.13$

2. Un estudiante está indeciso sobre cancelar o no econometría, pregunta a 20 de los estudiantes que vieron inferencia estadística con él y ya culminaron econometría, cuál fue su nota

en ésta materia. Un 20% le dice que sacó 2.0. Notas de 1.8, 2.5, 3.8 y 4.2 fueron obtenidas (cada una de estas notas) por un 5% de los estudiantes entrevistados. Por otro lado, notas de 2.6, 3 y 4, fueron obtenidas cada una por 10% de los estudiantes y 2.3 y 3.9, por 15% de los estudiantes cada una.
En el curso de inferencia estadística su nota coincidió con la de los que sacaron 1.8, 2.3, 3 y 4.2 en econometría durante el semestre pasado (y con nadie más). Él considera que la información que tiene es suficiente para tomar su decisión y aconsejar a sus compañeros. De acuerdo a esta información, y según sus cálculos , ¿Debería cancelar? ¿Debería aconsejar a los otros para que cancelen?

Respuesta sugerida

$$E(n_c) = 5\%(1.8+2.5+3.8+4.2)+10\%(2.6+3+4)+15\%(2.3+3.9)+20\%*2 = 2.905$$

$$Var(n_c) = E\left[(n_c - E(n_c))^2\right] = 0.6905$$

$$IC_{95\%} = E(n_c) \pm t_{0.025,19}\sqrt{\frac{S}{n}}$$

$$IC_{95\%} = 2.905 \pm 2.093\sqrt{\frac{0.6905}{20}} = [2.52, 3.29]$$

No debería aconsejar que cancelaran porque el intervalo de confianza contiene al tres.

$$E(n_i) = \frac{1}{7}*1.8+\frac{3}{7}*2.3+\frac{2}{7}*3.0+\frac{1}{7}*4.2 = 2.7$$

$$Var(n_i) = E\left[(n_i - E(n_i))^2\right] = 0.5314$$

$$IC_{95\%} = E(n_i) \pm t_{0.025,6}\sqrt{\frac{S}{n}}$$

$$IC_{95\%} = 2.7 \pm 2.4469\sqrt{\frac{0.5314}{7}} = [2.03, 3.37]$$

No debería cancelar porque el intervalo de confianza contiene al 3.

3. Existe un grupo de economistas con cierta adicción a los juegos de azar. Deciden jugar a las pelotas, entonces introducen en una

bolsa, pelotas azules con las letras A, B, C, D, E, F y G y en otra pelotas verdes con las letras P, Q, R, S, T, U y V. Pero para hacerlo más interesante, también apuestan sobre el precio de cierre del dólar del día siguiente, 25% considera que va a subir, y 20% considera que permanecerá estable. Entonces se fijó la siguiente tabla de premios (una remuneración negativa significa que el jugador debe pagar, mientras que una remuneración positiva significa que el jugador recibe algo a cambio).

Pelota que saca de la bolsa	Remuneración (miles de pesos)
A	3
B	9
C	-4
D	-5
E	10
F	-1
G	11

Pelota que saca de la bolsa	Remuneración (miles de pesos)
P	-3
Q	9
R	-14
S	9
T	8
U	-12
V	1

Si el dólar	Remuneración (miles de pesos)
Cae	12
Sube	10
No cambia	10

M será la remuneración obtenida por la pelota azul, N, por la pelota verde y O por el precio del dólar.

A partir de la Información anterior responda las siguientes preguntas:

a. Calcule el valor esperado de M, N y O.

Respuesta sugerida

$$E(M)=\frac{1}{7}[3+9-4-5+10-1+11]=3.2857$$

$$E(N)=\frac{1}{7}[-3+9-14+9+8-12+1]=-0.2857$$

$$E(O)=0.25*12+0.2*10+0.55*10=10.5$$

b. Si Z= M-N+O calcule el valor esperado de Z.

Respuesta sugerida

$$E(Z)=E(M-N+O)=E(M)-E(N)+E(O)$$

$$E(Z)=3.2857+0.2857+10.5=14.07$$

c. Calcule la desviación estándar de O

Respuesta sugerida

$$\sigma_o=\sqrt{VAR(O)}=\sqrt{E\left[(O-E(O))^2\right]}=0.866$$

d. Sea Y=O-M, calcule la covarianza entre Z y Y. ¿Son Z y Y variables aleatorias independientes?.

Respuesta sugerida

$$Cov[Z,Y]=E[ZY]-E[Z]\cdot E[Y]$$

$$Cov[Z,Y]=E\left[(M-N+O)(O-M)\right]-E[M-N+O]\cdot E[O-M]$$

$$Cov[Z,Y]=E\left[\left(NO+O^2-M^2+NM\right)\right]-E[M-N+O]\cdot E[O-M]$$

$$E(M^2)=10.7959$$

$$E(NO)=-3$$

$$E(NM)=-0.93878$$

$$E(O^2)=110.25$$

$$Cov(Z,Y)=203.03$$

Dado que la covarianza es diferente de 0, decimos que las dos variables no son estadísticamente independientes.

e. ¿Son M^5 y M^3 (estadísticamente) independientes?

Respuesta sugerida

$$E(M^5)=45170.43$$

$$E(M^3)=413.86$$

$$E(M^5)E(M^3)=18694104.5$$

$$E(M^5M^3)=18694104.5$$

$$Cov(M^5,M^3)=E(M^5M^3)-E(M^5)E(M^3)=0$$

Las variables aleatorias son independientes dado que la covarianza es igual a 0.

Dadas las siguientes matrices

$$A=\begin{bmatrix}1 & 12 & 18 & 20\\ 12 & 9 & 16 & 21\\ 18 & 16 & 26 & 33\\ 20 & 21 & 33 & 11\end{bmatrix}$$

$$B=\begin{bmatrix}3 & 14 & 19 & 11\\ 7 & 5 & 7 & 7\\ 8 & 4 & 4 & 8\\ 11 & 12 & 5 & 3\end{bmatrix} \qquad C=\begin{bmatrix}16\\ 8\\ 15\\ 3\end{bmatrix}$$

4. Encuentre (muestre todo el procedimiento):

$AC,\ \ B+C,\ \ B^TC,\ (A^T+B^T)$

Respuestas sugeridas

$$AC = \begin{bmatrix} 442 \\ 567 \\ 905 \\ 1016 \end{bmatrix} \quad B^T C = \begin{bmatrix} 257 \\ 360 \\ 435 \\ 361 \end{bmatrix}$$

$$A^T + B^T = \begin{bmatrix} 4 & 19 & 26 & 31 \\ 26 & 14 & 20 & 33 \\ 37 & 23 & 30 & 38 \\ 31 & 28 & 41 & 14 \end{bmatrix}$$

$B + C = No\ es\ \ posible$

5. Continuando con el ejercicio anterior, encuentre
   B^{-1}, $2A + B^T$, CB, $ran(B^{-1})$

   Respuestas sugeridas

$$B^{-1} = \begin{bmatrix} -63/656 & 14/41 & -84/473 & 19/656 \\ 7/82 & -17/41 & 35/164 & 7/82 \\ -3/82 & 19/41 & -14/41 & -3/82 \\ 47/656 & -15/41 & 235/641 & -35/656 \end{bmatrix}$$

$$2A + B^T = \begin{bmatrix} 5 & 31 & 44 & 51 \\ 38 & 23 & 36 & 54 \\ 55 & 39 & 56 & 71 \\ 51 & 49 & 74 & 25 \end{bmatrix}$$

CB =No es posible $ran(B^{-1})$ =4

6. Continuando con el ejercicio 3, encuentre
   A^{-1}, $\det(A^{-1})$, $\det(B)$, $(A^T B^T)^{-1}$, $C^T B$

   Respuestas sugeridas

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} -29/299 & -30/299 & 36/299 & 2/299 \\ -30/299 & -17/13 & 269/299 & -6/299 \\ 36/299 & 269/299 & -198/299 & 15/299 \\ 2/299 & -6/299 & 15/299 & -10/299 \end{bmatrix}$$

$$\left(A^T B^T\right)^{-1} = \left(A^{-1} B^{-1}\right)^T = \begin{bmatrix} -0{,}0032 & -0{,}1363 & 0{,}0931 & -0{,}0066 \\ 0{,}0618 & 0{,}9322 & -0{,}6571 & 0{,}0461 \\ -0{,}0428 & -0{,}5758 & 0{,}4151 & -0{,}0349 \\ -0{,}0161 & -0{,}1464 & 0{,}1018 & -0{,}0016 \end{bmatrix}$$

$\left|A^{-1}\right| = -0{,}000145412 \qquad |B| = -2624$

$C^T B = \begin{bmatrix} 257 & 360 & 435 & 361 \end{bmatrix}$