



CÁLCULO DE UNA VARIABLE. Grupo 01

Profesor: Hendel Yaker A.

PRIMER EXAMEN PARCIAL 22 de febrero de 2006

1. (11 puntos) En cada uno de los siguientes casos encuentre el límite, si existe. Si no lo hay, explique por qué.

$$\text{i) } \lim_{x \rightarrow 6} \frac{\text{sen}\left(\frac{\pi}{x}\right)}{x - 6} \quad \text{ii) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\text{sen}x}{x + \tan x}, \quad \text{iii) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^{1000} - 1}{x - 1}.$$

2. (14 Puntos) En cada uno de los siguientes casos utilice la información que se suministra para calcular la derivada que se pide:

(a) $f(x) = \tan^{-1}(x - \sqrt{1 + x^2})$; $\therefore f'(x) = ?$

(b) $f(x) = e^{1-3x} \csc^3(2^{2x} \tan^2(x^3))$; $\therefore f'(x) = ?$

(c) $f(x) = \frac{g(g(x^2))}{x}$; $g(2) = 1$, $g(\sqrt{2}) = 0$, $g(1) = 3$, $g'(2) = -1$, $g'(\sqrt{2}) = 10$, $g'(1) = -3$;
 $\therefore f'(\sqrt{2}) = ?$

3. (10 puntos) Considere la función $f(x) = \begin{cases} x^2 \text{sen}\left(\frac{1}{x}\right) & \text{si } x < 0 \\ 0 & \text{si } 0 \leq x < \frac{1}{\pi} \\ \left(x - \frac{1}{\pi}\right) \text{sen}\left(\frac{1}{x}\right) & \text{si } x \geq \frac{1}{\pi} \end{cases}$

(a) Determine los valores de $f(-\frac{1}{\pi})$, $f(0)$, $f(\frac{1}{\pi})$ y $f(\frac{2}{\pi})$

(b) Determine si existen puntos donde f es discontinua.

(c) Encuentre una fórmula explícita para $f'(x)$ y determine, si es posible, los valores de : $f'(-\frac{1}{\pi})$, $f'(0)$, $f'(\frac{1}{\pi})$ y $f'(\frac{2}{\pi})$

4. (15 puntos) En cada uno de los siguientes casos determine si el enunciado es verdadero o falso. Si es verdadero explique por qué. Si es falso explique por qué o de un ejemplo que lo refute.

- (a) La función $f(x) = \lceil x \rceil + \lfloor -x \rfloor$ tiene una discontinuidad removible en $x = 2$.
- (b) Si la recta tangente a una curva $y = f(x)$ pasa por el punto $(1,1)$ y es paralela a la recta $-3x + y = 2$, podemos asegurar que $f'(1) = 3$.
- (c) Existe por lo menos una recta de pendiente -1 que es tangente a la curva de ecuación $x^2y^2 + xy = 2$.
- (d) La curva $y = \frac{x - 9}{\sqrt{2x^2 + 3x + 1}}$ tiene 2 asíntotas verticales y 2 asíntotas horizontales.
- (e) La ecuación $e^x = 2 - x$ tiene por lo menos una solución real.
5. (Adicional. 7 puntos) Pruebe que si f es una función **impar** derivable, entonces f' es una función **par**.