



CÁLCULO DE UNA VARIABLE. Grupo 03

Profesor: Hendel Yaker A.

SEGUNDO EXAMEN PARCIAL 10 de octubre de 2006

1. (12 puntos) Considere la función definida por $f(x) = x^{4/5}(x - 4)^2$.
 - (a) Encuentre los **puntos críticos** de f .
 - (b) Suponga que f se restringe al intervalo $I = [0, 4]$. Halle los extremos absolutos de f en I .
 - (c) Determine si f tiene algún extremo **local** en I .

2. .
 - (a) (4 puntos) Dos corredores inician una carrera al mismo tiempo y la terminan empatados. Pruebe que tuvieron la misma **velocidad** en algún instante durante la carrera. [*sugerencia*: considere $f(t) = g(t) - h(t)$, donde g y h son las funciones de posición de los dos corredores.]
 - (b) (6 puntos) Construya el gráfico de **una** función f que satisfaga **todas** las siguientes condiciones:
El dominio de f es $[-10, 10]$. $f(0) = 0$, $f'(-3)$ *no existe*, $f'(-1) = f'(1) = 0$, $f''(0) = 0$, $f''(3)$ *no existe* $f''(x) = 0$ si $x \in (-10, -3)$, $f'(x) > 0$ si $x \in (-3, -1) \cup (1, 5)$, $f'(x) < 0$ si $x \in (-10, -3) \cup (-1, 1) \cup (5, 10)$, $f''(x) = -1$ si $x \in (-3, 0) \cup (3, 10)$, $f''(x) = 1$ si $x \in (0, 3)$.

3. (12 puntos)
 - (a) Utilice una aproximación lineal **adecuada** de la función $f(x) = \sqrt{1-x}$ para estimar el valor de $\sqrt{0.9}$. Explique si es posible saber si la estimación estará por encima o por debajo del valor calculado directamente con f , SIN hacer el cálculo directo.
 - (b) Un cono de papel tiene 10 cm. de altura y 3 cm de radio. Si se vierte agua en el cono a razón de $2 \text{ cm}^3/\text{segundo}$ ¿con qué rapidez sube el nivel del agua cuando tiene 5cm de profundidad?
 - (c) Demuestre que de todos los rectángulos con un **perímetro dado**, el que tiene el **área máxima** es un cuadrado.

4. (12 puntos) En cada uno de los siguientes casos determine si el enunciado es verdadero o falso. Si es verdadero explique por qué. Si es falso explique por qué o de un ejemplo que lo refute.
 - (a) Si f es una función tal que $f'(x) > 0$ para todo $x \neq 0$, entonces **NO ES POSIBLE** que f alcance un extremo local en $x = 0$.
 - (b) Existe por lo menos una función continua que en su dominio alcanza un mínimo absoluto pero no un máximo absoluto.
 - (c) Si $f(0) = -3$ y $f'(x) < 5$ para todos los valores de x , podemos asegurar que $f(4) < 20$.
 - (d) La ecuación $x^{101} + x^{51} + x - 1 = 0$ tiene **exactamente una** raíz real

NOTA: se califica sobre 40 puntos