UNIVERSIDAD ICESI

Departamento de Matemáticas y Estadística

Álgebra lineal. Período Académico 062. G-01. Examen corto #3. Septiembre 29 de 2006.

Nombre ______________________________ Código

1. (12 puntos) Determine un vector $(a, b, c)$ de magnitud 4 que sea ortogonal a los vectores $-2, 1)$ y $(-1, 2, 3)$.

2. (14 puntos) a) Encuentre los valores de las constantes $\alpha$ y $\beta$ tales que los puntos $P(5,1,2)$, $Q(7,\ \ 2,3)$ y $R(\alpha,\ \ 3+2)$ estén en la misma recta.

   b) Halle un plano que contiene las rectas

$$\begin{array}{ccccccccc} & 3 & + & 2t & & x & & & 2t \\ = & 4 & & 3t & \text{y} & y & & + & 4t \\ & 5 & + & 4t & & & 1 & & 3t \end{array}$$

3. 12 puntos) Determine cuáles de los siguientes subconjuntos $W$, son subespacios del espacio vectorial dado $V$.

   a) $V = \mathbb{R}^3$ y $W = \{(a, b, c) \quad a + b + c = 0\}$

   b) $V = P_2$ y $W = \{a_2t^2 + a_1t + a_0 \mid a_2 = a_1 \text{ y } a_0 \quad 3\}$.

   c) $V \quad M_{22}$ y $W$ el conjunto de todas las matrices antisimétricas de $2 \times 2$.

4. (12 puntos) a) Verifique que el triángulo con vértices $P_1(2, 3, -4)$, $P_2(3, 1, 2)$ y $P_3(-3, 0, 4)$ es un triángulo isósceles.

   b) Demuestre que $\mathbf{u} \cdot \mathbf{v} = \frac{1}{4}\|\mathbf{u} + \mathbf{v}\|^2 - \frac{1}{4}\|\mathbf{u} - \mathbf{v}\|^2$.

   c) El conjunto de todas las ternas ordenadas de números reales $(x, y, z)$ junto con las operaciones $(x, y, z) \oplus (x', y', z') = (x', y + y', z')$ y $c \odot (x, y, z) = (cx, 1, cz)$ *no* es un espacio vectorial. Enumere tres propiedades de la definición de espacio vectorial que no se cumplen.