UNIVERSIDAD ICESI

Departamento de Matemáticas y Estadística

Profesor Michell A. Gómez L. 31 de Marzo de 2009.

Álgebra lineal. Período Académico 091. G-29. Segundo parcial.

Nombre _____ Código _____

En los ejercicios 2, 3 y 4 se consideran respectivamente las matrices

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 2 \end{bmatrix} \quad , \quad B = \begin{bmatrix} -1 & -1 & 7 & 7 \\ 1 & 0 & -5 & -2 \\ 0 & 1 & -2 & -5 \end{bmatrix} \quad \text{y} \quad C = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad .$$

1. (12 puntos) a) Encuentre la ecuación del plano π que pasa por los puntos $(1, 7, 1)$, $(3, 4, 5)$ y $(3, 3, 4)$.

   b) Sea L la recta que pasa por el punto $(2, 5, -7)$ y es perpendicular al plano anterior π. Determine el punto de intersección de π con L.

2. (8 puntos) Encuentre los valores de λ para los cuales las columnas de la matriz $\lambda I_3 - A$ son linealmente dependientes.

3. (10 puntos) Halle el rango y la nulidad de B. Determine bases para el espacio fila, el espacio columna y el espacio nulo de B.

4. (10 puntos) Sean $S = \{-t^2 + 2t + 1, t + 1, -2t^2 + 2t + 1\}$ y $T = \{-t^2 + t, t^2 + t + 1, t + 1\}$ bases de P_2 y $[\mathbf{v}]_S = C$. Calcule $[\mathbf{v}]_T$.

5. (10 puntos) Responda verdadero o falso justificando su respuesta.

   a) Si $\mathbf{u}, \mathbf{v} \in \mathbb{R}^3$ y $\mathbf{u} \neq \mathbf{v}$, entonces $\{\mathbf{u}, \mathbf{v}, \mathbf{u} \times \mathbf{v}\}$ es linealmente independiente.

b) Los subespacios de $\mathbb{R}^3$ definidos como $W_1 = \text{gen}\{(2,-1,1),(1,2,-1)\}$ y $W_2 = \text{gen}\{(3,-4,3),(-1,3,-2)\}$ son iguales.

c) El subespacio de M_{33} formado por las matrices diagonales tiene dimensión 3.

d) Si $\{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2\}$ es una base de $\mathbb{R}^2$ y A es una matriz no nula de 2×2, entonces $\{A\mathbf{v}_1, A\mathbf{v}_2\}$ es una base de $\mathbb{R}^2$.

e) Un sistema homogéneo $A\mathbf{x} = \mathbf{0}$ tiene 20 incógnitas y su espacio solución tiene dimensión 6. Entonces A puede tener tamaño 13×20.

Opcional (5 puntos) Halle una base ortonormal para el subespacio de $\mathbb{R}^4$ formado por todos los vectores de la forma $(a+c, a-b, b+c, -a+b)$ y exprese el vector $(3,-1,4,1)$ como combinación lineal de esa base.