



UNIVERSIDAD ICESI

FACULTAD DE CIENCIAS ADMINISTRATIVAS Y ECONÓMICAS

MAESTRÍA EN FINANZAS

SANTIAGO DE CALI

**PORTAFOLIO ÓPTIMO DEL MERCADO DEL INDICE COLCAP 20 TENIENDO EN
CUENTA LA MEDIDA DE DIVERSIFICACION DE ENTROPIA**

ALFREDO ENRIQUE SANABRIA OSPINO

Santiago de Cali, Junio de 2015



UNIVERSIDAD ICESI

FACULTAD DE CIENCIAS ADMINISTRATIVAS Y ECONÓMICAS

MAESTRÍA EN FINANZAS

SANTIAGO DE CALI

**PORTAFOLIO ÓPTIMO DEL MERCADO DEL INDICE COLCAP20 TENIENDO EN
CUENTA LA MEDIDA DE DIVERSIFICACION DE ENTROPIA**

Trabajo de Grado para optar al Título de

MAGISTER EN FINANZAS

Alfredo Enrique Sanabria Ospino

Asesor:

Yeny E. Rodríguez Ramos.

Santiago de Cali, Junio de 2015

NOTA DE ACEPTACION

Firma del jurado

Firma del jurado

Firma del asesor

Santiago de Cali, Mayo de 2015

TABLA DE CONTENIDO

1 INTRODUCCIÓN	11
2 SECTOR FINANCIERO EN COLOMBIA	12
2.1 Funcionamiento de la BVC	13
2.2 Agentes que participan	15
2.3 COLCAP	16
3 PORTAFOLIO EFICIENTE	17
3.1 Teoría Markowitz	18
3.2 Teoría paridad de riesgo	21
3.3 Teoría de diversificación	23
3.3.1 Medida de diversificación	24
3.3.2 Medida de diversificación de entropía basada en pesos del portafolio.	25
3.3.3 Medida de diversificación de entropía basada en componentes principales (Meucci)	27
3.3.4 Medida de diversificación de entropía basada en volatilidad del activo	27
3.3.5 Medida de diversificación de entropía basada en contribución al riesgo	28
4 APLICACIÓN DE DIFERENTES METODOLOGÍA DE CONSTRUCCIÓN DE PORTAFOLIOS EN LAS ACCIONES QUE CONFORMAN EL COLCAP EN COLOMBIA	28
4.1.1 Análisis descriptivo del Colcap 20	28
4.2.2 Análisis descriptivo de los retornos de las acciones del Colcap20	30
4.3 Construcción de portafolios con diversas metodologías	31
4.3.1 Teoria de Markowitz	31

4.3.2 Medida de diversificación de entropía basada Contribución al riesgo.	34
4.3.2 Medida de diversificación de entropía basada en componentes principales	36
4.3.2 Medida de diversificación de entropía basada en Volatilidad del activo	37
4.3.2 Medida de diversificación de entropía basada en pesos	37
4.1 ANÁLISIS Y COMPARACIÓN DE RESULTADOS	39
4.4.1 Datos anuales	40
5 CONCLUSIONES	43
6 Glosario	
7 Bibliografía	

LISTA DE FIGURAS

	pág.
Figura 1. Conformación del Sistema financiero Colombiano	12
Figura 2. Composición BVC	13
Figura 3. Agentes que participan en el mercado	15
Figura 4. Frontera eficiente	20
Figura 5. Portafolio óptimo	20
Figura 6. Explicación Geométrica Componentes principales	26
Figura 7. Comportamiento Colcap	29
Figura 8. Portafolio óptimo Colcap	33
Figura 9. Composición Óptima Colcap Markowitz	34

LISTA DE TABLAS

	pág.
Tabla 1: Canastas 27 y 28 Colcap	30
Tabla 2: Composición Óptima Colcap Paridad de riesgo	35
Tabla 3: Composición Óptima Colcap Componentes principales	36
Tabla 4: Composición Óptima Colcap Volatilidad del activo	38
Tabla 5: Resumen resultados 2012-2014	39
Tabla 6: Resumen resultados 2012	40
Tabla 7: resumen de resultados 2013	41
Tabla 8: Resumen de resultados 2014	42

RESUMEN

Como consecuencias de las altas volatilidades presentadas en los últimos años en los mercados financieros, se hace necesario el estudio de una medida de diversificación en los portafolios de los gestores de cartera, ya que solo aquellos que estén diversificados de forma eficiente serán más robustos al riesgo idiosincrático.

Esta medida de diversificación se denomina entropía viene de la física pura que significa desorden, llamada entropía, la menor entropía es la de un portafolio muy concentrado que será de uno será una combinación más determinística, y la mayor entropía es la de n inversión en activos será un portafolio muy diversificado y de comportamiento estocástico. El objetivo de esta investigación es Construir portafolios eficientes que tenga en cuenta riesgo y diversificación, utilizando diferentes medidas de diversificación basadas en factores (entropía en componentes principales, razón de diversificación); para acciones transadas en el Mercado de Valores colombiano, utilizando las teorías de paridad de riesgo, componentes principales (Meucci) y Markowitz, con el objetivo de maximizar la rentabilidad a un nivel de riesgo dado y cuantificando su nivel de diversificación utilizando la entropía, para comparar cuál de estas teorías tiene el mayor o menor grado de diversificación y su relación con el riesgo y rentabilidad . Utilizando Excel calcularemos el portafolio óptimo mediante la teoría de Markowitz y paridad de riesgo con modelos de optimización, con Matlab desintegraremos la matriz de

covarianza para calcular el portafolio óptimo de acuerdo a la teoría de componentes principales y calculando la medida de entropía de acuerdo a la ecuación de Shanon. Para al final concluir la relación entre entropía, riesgo y rentabilidad. El aporte central de esta investigación radica en que los gestores de cartera del Colcap 20 conocerán una medida alterna de cuantificar la diversificación la entropía.

PALABRAS CLAVE

Portafolio, Markowitz, Meucci, Paridad del riesgo.Pola

ABSTRACT

As a consequence of the high volatility in recent years presented in the financial markets, the study of a measure of diversification in the portfolio managers is necessary, because only those who are efficiently diversified will be more robust to idiosyncratic risk.

This diversification is referred to as entropy is pure physical disorder means, the lower is the entropy of a highly concentrated portfolio which one will be a deterministic combination, and the greater is the entropy of n will be an asset investment portfolio very diversified and stochastic behavior. The objective of this research is to build efficient portfolios that consider risk diversification, using different measures of diversification based on factors (entropy main components why diversification); for shares traded on the Colombian stock market, using the

theories of risk parity, major components (Meucci) and Markowitz, with the aim of maximizing returns to a given level of risk and quantifying the level of diversification using entropy to compare which of these theories is the greater or lesser degree of diversification and its relationship with risk and return. Using Excel calculate the Optimal portfolio by Markowitz theory and risk parity optimization models with Matlab disintegrate the covariance matrix to calculate the Optimal portfolio according to the theory of principal components and calculating the entropy measure according to Shanon equation.

To finally conclude the relationship between entropy, risk and profitability. The central contribution of this research is that the portfolio managers of 20 COLCAP know an alternate measure to quantify the diversification entropy.

KEYWORDS

Portfolio, Markowitz, Meucci, Risk Parity, Pola.

1. INTRODUCCION

Como consecuencia de la globalización financiera, diferentes factores como la entrada de herramientas informática, el poder trasladar capitales con la ejecución de una sola orden de transferencia de fondos, donde se pueden extraer o depositar capitales en cualquier lugar del mundo las 24 horas del día y los 7 días de la semana aceleraron la volatilidad de los mercados bursátiles. Aunado a esto las diferentes catástrofes financieras vividas tanto en América como en el viejo continente, las economías en recesión, el comportamiento anormal en el precio de los commodities hacen necesaria la utilización de una herramienta para guiar a los gestores de carteras en el desarrollo de su labor.

La diversificación es un tema fundamental en el estudio de las ciencias financieras ya que una cartera está bien diversificada si no está muy expuesta a choques individuales (Meucci, 2009), los cuales conforman el riesgo sistemático.

En la medida en que las carteras sean diversificadas serán más fuertes para enfrentar estos choques. Existen varias métricas para medir el grado de diversificación de una cartera. Este estudio se centra en la entropía como medida de diversificación. La entropía tiene sus orígenes en la física y se aplica a varias ciencias del conocimiento, en particular finanzas. A mayor entropía se sabe que más estocástico es el sistema, mientras que una menor entropía refleja comportamientos determinísticos. Como contexto de aplicación se han utilizado las 20 acciones que conforman el índice COLCAP20 de la bolsa de Colombia. Se analizará la entropía de Shanon, variando los ponderadores utilizados.

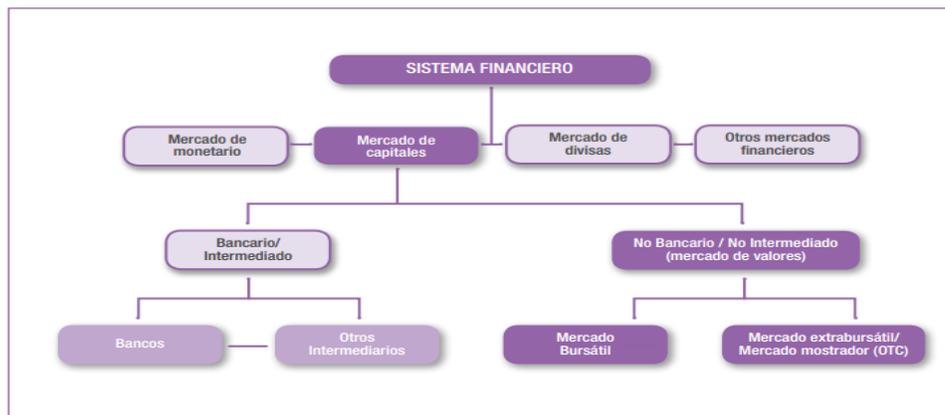
Este trabajo está dividido en 5 partes. En la primera se explica el funcionamiento del sector financiero en Colombia y la bolsa de valores de local y el índice Colcap 20. La segunda se centra en las diferentes teorías financieras de portafolio óptimo como teoría Markowitz, paridad de riesgo y de diversificación en la tercera se construyen portafolio de inversión con el índice Colcap 20, en la cuarta parte

se comparan los diversos resultados arrojados para finalmente concluir en la 5 parte la investigación

2. SECTOR FINANCIERO EN COLOMBIA

En Colombia el Auto regulador del Mercado de Valores de Colombia – AMV se encarga de emitir normatividad, supervisar y velar por su cumplimiento. Además puede desempeñar funciones de registro, arbitraje o conciliación. De acuerdo al AMV, el sistema financiero en Colombia está conformado de la siguiente forma:

Figura 1. Conformación del Sistema Financiero



Fuente: Tomado AMV (Abril 2012)

El sistema financiero está formado por 4 principales mercados: Monetario, de capitales, divisas y otros mercados financieros. En particular, el mercado de capitales se nutre de los mercados Bancario o intermediado y de valores no bancario o no intermediado. En este último se encuentran el mercado bursátil y el over the counter o extrabursátil.

Esta investigación se centrará en el mercado bursátil, ya que allí se transan las acciones de las empresas que cotizan en el mercado colombiano. En particular, nos centraremos en aquellas empresas que conforman el índice Colcap20. Es importante resaltar que en el mercado bursátil las empresas buscan una forma de

financiación de sus proyectos diferente a la deuda, con el objeto de aumentar el valor de la compañía y por ende del país.

2.1 Funcionamiento de la Bolsa de valores de Colombia

La Bolsa de valores de Colombia – BVC nace el 3 de julio del 2001 como consecuencia de la fusión de las bolsas de Bogotá, Medellín y Occidente, fusión que se derivó de la globalización financiera y para brindar un mejor desarrollo del mercado nacional.

La misión de la BVC está enfocada en contribuir al crecimiento y desarrollo del mercado de capitales, posicionando a la Bolsa como un centro bursátil, financiero en la región que proporciona soluciones integrales (BVC, 2015). Según la guía para el inversionista extranjero y perfil del mercado colombiano está compuesta por 5 principales mercados y varios vehículos de inversión, como lo describe la figura 2.

Figura 2 Composición de la BVC



Fuente: Elaboración propia

El mercado de capitales está conformado por: Los siguientes mercados: Renta variable donde se negocian acciones, derechos de suscripción y ETF en el mercado local y acciones e ET mercados internacionales, en renta fija se negocia deuda pública y privada, en derivados de financieros estandarizados se negocian contratos futuros en: Tes de corto, mediano y largo plazo, en dólares, acciones, índice Colcap, inflación y tasa IBR(índice bancario de referencia) commodities sobre energía, en divisas se negocia , mercado stop, next day t1, t2 y t3 forward, swaps y opciones, en el mercado integro latino americano(MILA), se negocian acciones de Perú, y Chile, también ETFS y ADRS y por último los fondos de inversión colectiva llamados también vehículos de inversión.

El mercado en el que nos vamos a enfocar para este estudio es el de renta variable, en el cual se negocian acciones colombianas y extranjeras, sobre éstas últimas vale la pena aclarar que se pueden negociar a través del mercado nacional.

En el mercado Colombiano se pueden negociar acciones de tipo ordinarias preferencial y privilegiadas y Exchange traded Fund - ETF. Además, en la BVC se pueden realizar operaciones de compra y venta, repos y transferencia temporal de valores, y las entidades encargadas de las transacciones son las sociedades comisionistas de bolsa.

La diferencia con el mercado global es que en éste solo se negocian acciones listadas en mercados internacionales al igual que ETF, y como entidades encargadas de realizar las transacciones intervienen además de las sociedades comisionistas de bolsa locales y extranjeras, un custodio nacional de valores así como uno internacional.

El mercado de renta variable se divide en: Mercado Primario y mercado secundario. En el mercado primario es donde los emisores por primera vez emiten títulos al público, los cuales pueden ser colocados directamente por el emisor o por medio de intermediación de comisionistas de bolsa. El mercado secundario es

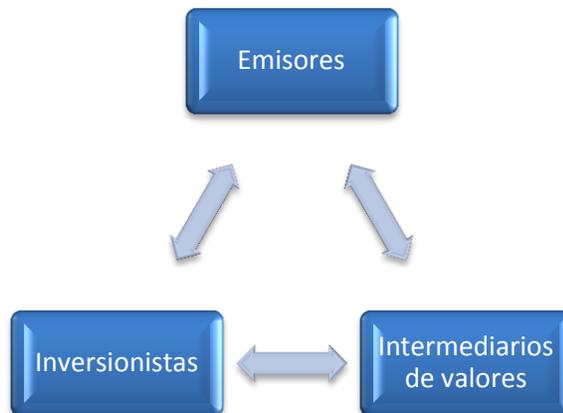
aquel donde los inversionistas transan títulos entre ellos, con intermediación de sociedades comisionistas.

La BVC presenta cálculo de indicadores con el fin de analizar comportamientos y tendencias del mercado. Estos índices se pueden agrupar de acuerdo con su objetivo de medición. Entre los más destacados están: el IGBC, el Coleqty, el Colcap y el Colcap20. El Coleqty está representado por una muestra de las 40 acciones más fuertes de la BVC, según la guía del inversionista extranjero de la BVC “Determina el universo de acciones seleccionables para cualquier índice de renta variable que comparte su metodología de selección” Está ponderada por la su capitalización bursátil ajustada de las 40 acciones. El índice Colcap mide el delta de los precios de las 20 acciones más liquidas de la BVC, ponderadas de acuerdo a su capitalización bursátil. En título aparte se profundizará sobre la construcción del índice COLCAP20, dado que las acciones que lo conforman son las objeto de interés en este estudio,

2.2 Agentes que participan

De acuerdo a la guía colombiana del mercado de valores realizada Carlos Fradique-Méndez L. (2014). Por los agentes que participan son los siguientes:

Figura 3 Agentes del mercado



Fuente: Elaboración propia

Los emisores están catalogados como: sociedades anónimas, el Gobierno y entidades públicas acuden al mercado de valores con el fin de buscar financiación de sus proyectos con el objetivo de optimizar el rendimiento de los mismos.

Los intermediadores tienen como función hacer que los oferentes y demandantes de capital se encuentren y acuerden precios y cantidades, y son las sociedades comisionistas de bolsa. Colombia actualmente cuenta con 23 casas, que tienen como funciones las siguientes, la compra venta de valores nacionales y extranjeros en el mercado primario y secundario, y las transacciones con productos derivados y estructurados

Los inversionistas son personas naturales o jurídicas interesadas en incrementar su capital. Estos inversionistas profesionales, son aquellos con amplio conocimiento en el mercado de valores y experticia en el funcionamiento de las operaciones bursátiles. Además deben ser titulares de un portafolio de inversión de valores igual o superior a cinco mil (5.000) salarios mínimos mensuales legales vigentes¹, y haber realizado, directa o indirectamente, quince (15) o más operaciones de enajenación o de adquisición, durante un período de sesenta (60) días calendario, en un tiempo que no supere los dos años anteriores al momento en que se vaya a realizar la clasificación del cliente” Carlos Fradique-Méndez L. (2014)

2.3 COLCAP 20

Es el índice que agrupa las 20 acciones más líquidas de la Bolsa de Valores de Colombia. El índice se calcula como un promedio ponderado de los precios de las acciones más líquidas ponderadas por el nivel de liquidez del emisor, entendiendo liquidez como el volumen transado de la acción en el mercado.

¹Para efectos de determinar el valor de este portafolio, sólo se tienen en cuenta los valores que estén a nombre del cliente en un depósito de valores autorizado por la Superintendencia Financiera.

La fórmula para el cálculo utilizada por la BVC del COLCAP20 representa la sumatoria de los precios de las acciones de la canasta ponderados por el peso que tienen en la misma, ajustado por un factor de enlace, así:

$$I(t) = E \sum_{i=1}^n W_i P_i(t)$$

Donde:

W_i Es el peso de la acción de ponderación

P_i Es el precio de la acción en el instante t

E Es el valor de enlace resultante de la división entre el último valor del Colcap antes de aplicar el proceso entre el valor teórico del índice después de aplicar el proceso, se define así:

$$E = \frac{\text{Ultimo valor del colcalp antes de aplicar el proceso}}{\text{Valor teorico del indice despues de aplicar el proceso}}$$

Vale la pena aclarar que para la selección de las acciones que componen la canasta del COLCAP20 se utilizan tres variables fundamentales: Frecuencia, Rotación y volumen. La frecuencia mide la participación en la ruedas de negocios en los últimos 90 días, la rotación es el número de títulos negociados en los últimos 180 días, y el volumen es la sumatoria del dinero transada en el último año. Donde la ponderación es de 15% frecuencia 5% Rotación y 80% Volumen.

$$\text{Ecuacion de liquidez} = 15\% \text{ Frecuencia} + 5\% \text{ Rotación} + 80\% \text{ Volumen.}$$

3. PORTAFOLIO EFICIENTE

Un portafolio eficiente es aquella combinación óptima de activos financieros que maximiza la rentabilidad a un nivel de riesgo dado. El principal objetivo de un inversionista es lograr el equilibrio entre rentabilidad y riesgo.

En finanzas son varios los autores que han postulado metodologías para la construcción de portafolio eficientes entre las más relevantes tenemos: La teoría

de portafolio de Harry Markowitz, Paridad de riesgo y Diversificación de Meucci (2010)

3.1 TEORIA DE HARRY MARKOWITZ

En la metodología de construcción de portafolio de Harry Markowitz (1952) se calculan las rentabilidades de forma logarítmica formando así una matriz de rentabilidades, definiendo la esperanza matemática como la rentabilidad esperada y su desviación como el riesgo.

Se calcula una curva denominada frontera eficiente, donde su inicio es el punto de mínima varianza y finalizando en la acción dominante, la cual es la mejor acción del conjunto que maximiza la rentabilidad a un nivel de riesgo dado, otorgándole un peso de inversión de 100%.

El punto donde se maximiza esta curva es el tangente a la línea recta, determinada por un activo libre de riesgo (R_f). Este punto tangencial es denominado Razón de Sharpe, en honor a William Sharpe quien concluyó el trabajo de Markowitz. Este punto tangencial es denominado portafolio óptimo del mercado, siendo el punto de inversión del gestor de carteras. Es el punto que surge de combinar el portafolio óptimo con el activo libre de riesgo.

En 1952 Harry Markowitz revoluciona la forma de construir portafolios de inversión con su teoría de selección de carteras, dados sus aportes al análisis de inversiones le es otorgado el premio nobel en 1990.

Markowitz afirma sobre la racionalidad de los inversionistas que éstos están dispuestos a maximizar la rentabilidad a un nivel de riesgo dado.

Modelo

La rentabilidad del portafolio conformado por dos activos es definida como la multiplicación de los pesos de los activos por sus respectivas rentabilidades esperadas:

$$E(rp) = \sum wi * E(ri) = w_1E(r_1) + w_2E(r_2)$$

Dónde:

w_i : Es el peso de la acción i

$E(i_i)$: Es la rentabilidad promedio del activo i

A su vez en finanzas todo lo que tenga varianza es riesgoso, y el riesgo es definido como la raíz cuadrada de la varianza. Por tanto, la varianza de un portafolio conformado por dos activos es:

$$\sigma_p^2 = w_1^2 \sigma_1^2 + w_2^2 \sigma_2^2 + 2w_1 w_2 \text{Cov}_{1,2}$$

Dónde: w_1 es el peso de la acción 1, σ_1^2 es la varianza de la acción 1 $\text{Cov}_{1,2}$ es la covarianza de la acción 1 con la acción 2.

Al calcular todas las combinaciones posibles de riesgo y rentabilidad del portafolio, el gráfico producto de este cruce de variables es un plano cartesiano, donde el eje X es el riesgo y el eje Y es la rentabilidad. El resultado es una curva, sobre la cual se puede maximizar la rentabilidad a un nivel de riesgo dado. El punto del portafolio óptimo es aquel donde se maximiza la curva al combinar un activo libre de riesgo con el portafolio óptimo. Siguiendo este razonamiento, los ponderadores del portafolio eficiente conformado por 2 activos son:

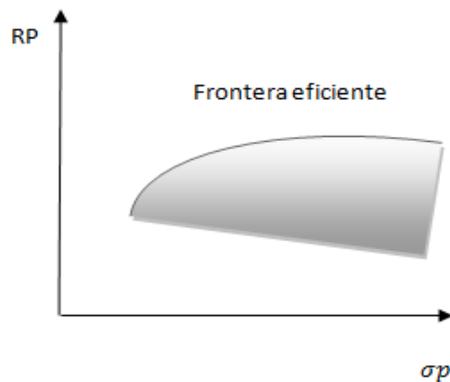
$$w_1 \text{ Eficiente} = \frac{\sigma_2^2 - \text{COV}_{1,2}}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2\text{COV}_{1,2}}$$

$$w_2 \text{ Eficiente} = 100\% - w_1$$

Dónde: σ_2 es la varianza de la acción 2, COV_{12} es la covarianza de la acción 1 con la acción 2 y σ_1 es la varianza de la acción 1

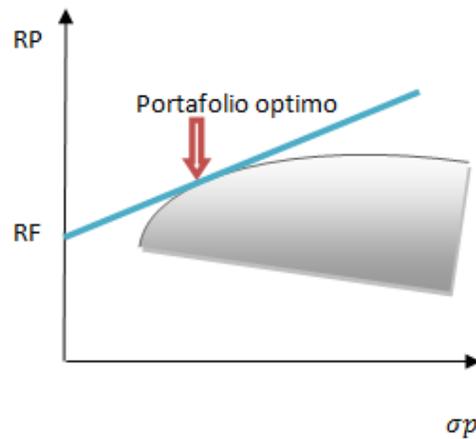
Gráficamente, la construcción de la frontera eficiente en el plano cartesiano se presenta en la figura 4.

Figura 4: Frontera eficiente



Fuente elaboración propia

Esta curva tiene eficiencia en combinaciones, las cuales maximizan su rentabilidad a un nivel de riesgo dado. Estos portafolios se ubican en la frontera eficiente, e iniciando en un punto optimizador y terminando en una combinación de 100% en la acción que domina al conjunto del total acciones. El plano cartesiano obtenido, siendo el eje x el riesgo del portafolio y el eje Y la rentabilidad del portafolio, se presenta en la figura5.

Figura 5: Portafolio óptimo

Fuente elaboración propia

Esta frontera se optimiza en el momento en que una línea recta toca la elipsoide, combinando un activo libre de riesgo (R_f) con la combinación de activos arrojada por el punto de tangencia. La máxima pendiente de esta línea es la denominada la razón de Sharpe:

$$\text{Razón de Sharpe} = \frac{\text{Rentabilidad del portafolio óptimo} - \text{Rentabilidad } R_f}{\text{Riesgo del portafolio óptimo}}$$

Dónde: La rentabilidad del portafolio es la coordenada del eje y donde es tangencial con la línea de mercado de valores, la rentabilidad de r_f es la del activo libre de riesgo y el riesgo del portafolio es la coordenada X del punto óptimo.

La maximización de este punto es el portafolio óptimo recomendado para realizar la inversión.

3.2 TEORÍA DE PARIDAD DE RIESGO

La teoría de paridad de riesgo es aceptada en gran parte por los fondos de inversiones, gracias a las rentabilidades superiores obtenidas. Esta teoría

menciona que en una cartera bien diversificada, todos los activos contribuyen marginalmente al riesgo total de la cartera.

En esta teoría podemos definir el margen de contribución de cada activo, como el peso del activo multiplicado por el cociente entre el cambio del riesgo total del portafolio y el cambio del peso del activo. Por tanto, para la aplicación de esta teoría no es necesario la estimación de los rendimientos esperados de los activos, pero si exactitud en la estimación de la volatilidad y demás factores de riesgo.

Este enfoque funciona muy similar a la teoría de portafolios de Harry Markowitz ya que los dos enfoques hacen importantes asignaciones de pesos a activos con riesgo moderado.

Para definir el margen de contribución del activo la teoría de paridad de riesgo afirma que:

$$MC_i = w_i \times \frac{\Delta \text{Total Riesgo del portafolio}}{\Delta w_i}$$

Dónde: w_i es el peso del activo i multiplicado por el cambio del riesgo del portafolio dado un cambio en el peso del activo i , dividido por su respectivo cambio

Siendo el MC_i la contribución marginal al riesgo total de la cartera, se puede definir como un pequeño cambio en el peso del activo como puede afectar al riesgo total de la cartera, siendo el riesgo total de la cartera como la sumatoria de los márgenes de contribución de cada activo.

Además el riesgo total del portafolio

$$\text{Total riesgo del portafolio} = MC_1 + MC_2 + MC_N \dots$$

Donde: El riesgo total del portafolio es igual a la sumatoria de los diferentes márgenes de contribuciones

En caso que el portafolio estuviese conformado por dos activos, la rentabilidad esperada del portafolio es:

$$E(rp) = \sum w_i * E(ri) = w_1E(r_1) + w_2E(r_2)$$

Donde: w_1 es el peso de la acción 1, $E(r_1)$ es la rentabilidad promedio de la acción 1 hasta un $w_i E(r_i)$

Y su riesgo:

$$\sigma p^2 = w_1^2 \sigma_1^2 + w_2^2 \sigma_2^2 + 2w_1 w_2 cov_{1,2}$$

Donde: w_1 es el peso de la acción 1, σ_1^2 es la varianza de la acción 1 $Cov_{1,2}$ es la covarianza de la acción 1 con la acción 2.

Además, los márgenes de contribución de cada activo se calcularían de la siguiente forma:

$$MC_1 = w_1 \times \left(\frac{w_1 \sigma(R_1)^2 + w_2 \times Cov_{1,2}}{\sigma(RP)} \right)$$

Donde: w_1 es el peso del activo 1 y w_2 es el peso del activo 2 $Cov_{1,2}$ es la covarianza de la acción 1 con la acción 2, $\sigma(R_1)^2$ es la desviación estándar de la tasa de los rendimientos del activo 1 $\sigma(RP)$ es el riesgo del portafolio

$$MC_2 = w_2 \times \left(\frac{w_2 \sigma(R_1)^2 + w_1 \times Cov_{1,2}}{\sigma(RP)} \right)$$

Donde: w_2 es el peso del activo 2, $Cov_{1,2}$ es la covarianza de la acción 1 con la acción 2, $\sigma(R_1)^2$ es la desviación estándar de la tasa de los rendimientos del activo 1 $\sigma(RP)$ es el riesgo del portafolio

w_2 : Se refiere al peso del activo 2. Y se calcularía como $100\% w_1 - 1$.

Un inversionista tomaría una decisión de asignación de pesos de cartera a portafolios que se encuentren en la frontera eficiente. Sin embargo, la teoría de

paridad arroja una combinación de cartera que puede encontrarse cerca del inicio de la frontera eficiente o por fuera de ella, pero nunca cerca del punto donde finaliza la frontera, que representa la combinación del 100% colocado en la acción dominante. Esto es explicado porque las dos teorías difieren del objetivo para hallar los pesos, mientras la teoría de Markowitz está centrada en maximizar rentabilidad sujeto a un riesgo dado, la teoría de paridad de riesgo busca que todos los activos que conforman el portafolio contribuyan marginalmente igual en el riesgo del mismo.

3.3 TEORIA DE LA DIVERSIFICACION

La diversificación es deseable cuando hay incertidumbre en los mercados financieros, ya que permite proteger la cartera de sucesos económicos inesperados, como la crisis financiera del 2008, la baja de los precios del petróleo, el conflicto en Rusia etc.

El objetivo en esta teoría es maximizar la diversificación del portafolio. Sin embargo, hasta ahora no existe un consenso sobre las medidas para su cuantificación. Sin embargo, autores como Pola y Zerrad (2014) la relacionan con el concepto de entropía, utilizado en diferentes ciencias del conocimiento.

3.3.1. Medidas de diversificación

Tomado la definición planteada por Cover y Thomas (1991), la entropía de Shannon es definida como:

$$N_{Ent}(p_i) = \exp\left(-\sum_{i=1}^n p_i \ln p_i\right)$$

Donde p_i es la probabilidad asociada a cada estado multiplicado por el logaritmo natural

Las propiedades que presenta esta medida son según Pola(2014):

- 1) La entropía es máxima si el $N_{Ent} = n$ corresponde a un Sistema estocástico y muy diversificado.
- 2) La entropía es mínima si el $N_{Ent} = 1$ corresponde a un Sistema determinístico y muy poco diversificado
- 3) La entropía es igual a un valor específico si el $N_{Ent} = m$ y m es un número menor a n donde muy probablemente $m = n$.

Sujeto a las siguientes restricciones según Pola 2014

- 1) La sumatoria de los pesos debe ser igual a 1
- 2) La composición entre la rentabilidad esperada de la cartera y el retorno de una cartera eficiente con la misma volatilidad está destinada a ser (en términos absolutos) de menos de 10 bps.

Pola y Zerrad (2014) categorizan las medidas de diversificación así: métricas en pesos de portafolio, 2) métricas en contribuciones de riesgo, 3) medidas basadas en factores. En esta última clasificación se destacan los estudios de Meucci (2009, 2010), quien calcula los factores utilizando componentes principales y además, mejora esta idea cuando calcula el número efectivo de bets no correlacionados tomando como fundamento la entropía de la distribución de la diversificación.

3.3.2 Medida de diversificación de entropía basada en pesos del portafolio

De acuerdo a Pola (2014) utilizamos la entropía de Shannon como medida de diversificación. Se han tomado los pesos de la cartera (H_w) encontrados a través de la teoría de Markowitz y se ha estimado la variable p_i de la entropía de Shannon. Es de resaltar que la entropía alcanza su valor máximo cuando la cartera está ponderada de forma uniforme ($\frac{1}{N}$), definiendo N como el número de activos del portafolio de conformación. Es de aclarar que la sumatoria de los pesos de los activos es igual a 1, además éstos son mayores a cero y menores a 1.

3.3.3 Medida de diversificación de entropía basada en componentes principales

En este caso se plantea calcular la variable p_i de la entropía de Shannon a través de componentes principales. Esta propuesta metodológica fue hecha por Meucci en 2009, y se presenta a continuación.

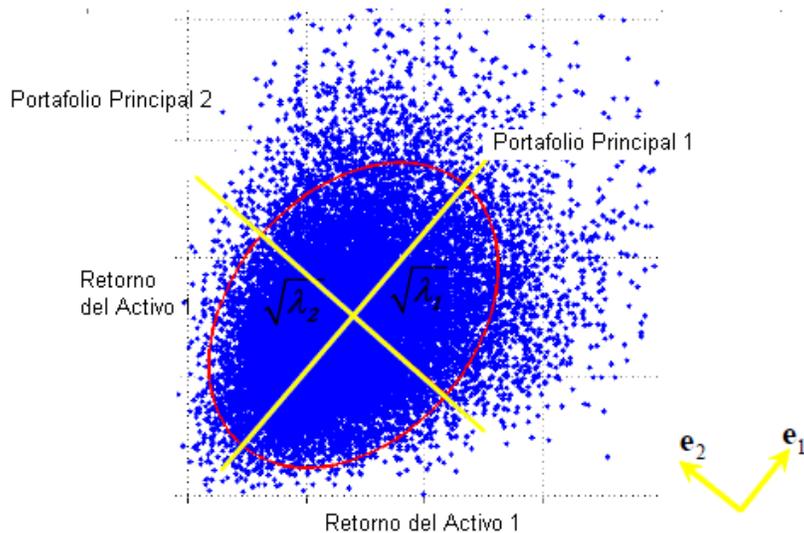
Meucci (2009)

Basa su propuesta en la descomposición de la matriz de covarianza, la medición de los riesgos no correlacionados se hace mediante la descomposición de la matriz de covarianza de la siguiente forma: $E' \Sigma E = \lambda$ que es la matriz diagonal de los valores propios. Meucci (2009) define E como los vectores propios que definen las carteras no correlacionadas.

Meucci define el retorno de una cartera como $R_w = W'R$, siendo la multiplicación matricial entre \tilde{R} y \tilde{W} y hace referencia a la multiplicación entre la rentabilidad esperada del portafolio y los pesos. La rentabilidad del portafolio es el producto entre la rentabilidad de cada activo y la inversa de la matriz de vectores propios, resultante de la aplicación de componentes principales. Los pesos \tilde{W} son resultado del producto entre la inversa de la matriz de vectores propios y los pesos uniformes dados a cada activo.

Meucci afirma que los portafolios principales se encuentran en la dirección de los ejes primordiales de una elipsoide (Ver figura 6) y la raíz cuadrada de los valores propios, λ , representan los riesgos de las carteras principales. La principal finalidad del estudio de Meucci se basa en esta descomposición.

Figura:6 Explicación Geométrica Componentes principales



Tomado de meucci (2010)

Meucci (2010)

En aras de continuar con su investigación, en 2010, Meucci desarrolla la curva de concentración de la varianza como:

$$v_n = \widetilde{w}_n^2 \lambda_n$$

Siendo la multiplicación de la matriz diagonal de los lambdas por los \widetilde{w}_n^2 concurriendo la sumatoria de estas operaciones la varianza total del portafolio.

$$\text{Var}\{R_w\} = \sum_{n=1}^N v_n$$

De manera similar define la curva de concentración de la varianza como:

$$s_n = \frac{v_n}{\sum_{n=1}^N v_n}$$

Lo que define también como P_n factor relevante para calcular la entropía de Shannon.

$$P_n = \frac{\widetilde{w}_n^2 \lambda_n}{\text{Var}\{R_w\}}$$

La diversificación de la cartera se puede cuantificar, como en Meucci (2007), como el grado de dispersión de la distribución de la diversificación llamada entropía.

$$N_{Ent} = \exp\left(-\sum_{n=k+1}^N p_n \ln p_n\right)$$

3.3.4 Medida de diversificación de entropía basada en volatilidad del activo

Según Pola 2014 esta función (H_{vol}) alcanza su máxima expresión en el portafolio de paridad de riesgo, lo que se interpreta como que la volatilidad de los activos es inversamente proporcional a los pesos del portafolio, de acuerdo a la metodología planteada se sustituye en la ecuación de Shannon la probabilidad por $\{w_i^2 \sigma_i^2 Z\}$ desde $i=1$ hasta N , donde σ_i^2 es la varianza del activo, donde Z es una constante para garantizar valores positivos, definiendo z como:

$$z = \left(\sum_{i=1}^N w_i^2 \sigma_i^2\right)^{-1}$$

El resultado arrojado de la aplicación de la ecuación de Shannon según Pola 2014 es el número de activos importante en la contribución al riesgo, asumiendo que no existe correlación entre los activos.

3.3.5 Medida de diversificación de entropía basada en contribución al riesgo

De acuerdo a Pola (2014), esta medida estima la variable p_i de la entropía de Shannon, a través de los márgenes de contribución al riesgo de los activos que conforman el portafolio, derivados de la teoría de paridad de riesgo.

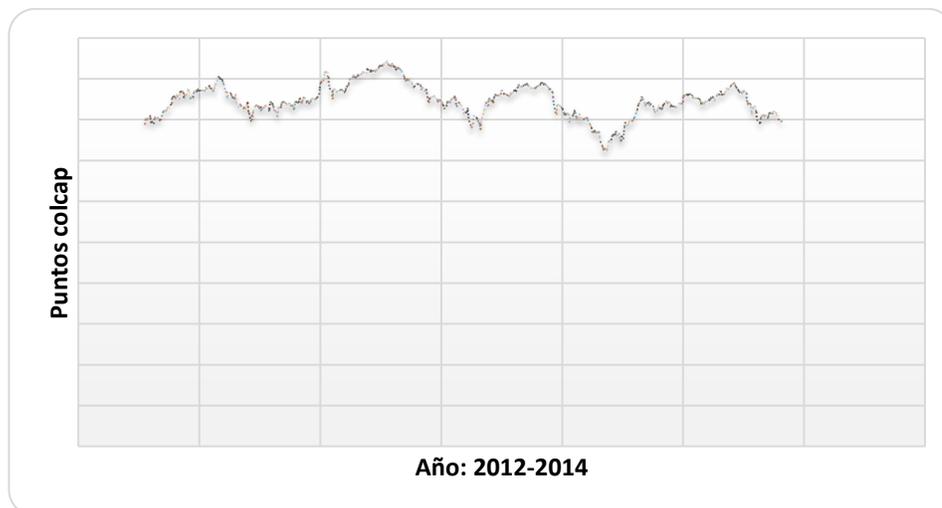
4. APLICACIÓN DE DIFERENTES METODOLOGÍAS DE CONSTRUCCIÓN DE PORTAFOLIOS EN LAS ACCIONES QUE CONFORMAN EL COLCAP EN COLOMBIA

Para aplicar las diferentes metodologías de construcción de portafolios, se analizaron las acciones que hacen parte del índice COLCAP20 de la Bolsa de Valores de Colombia, donde se encuentran las acciones más líquidas del mercado nacional. El periodo de análisis corresponde va desde el 2011-12-02 hasta 2014-11-21, con una frecuencia diaria.

4.1 Análisis descriptivo del Índice COLCAP20

El comportamiento del índice desde el año 2012 como se muestra en Figura 7 muestra un comportamiento fluctuante, con rentabilidad media de 0.02% y un riesgo de 0.8%, presentando valores máximos de 1889,3 en febrero de 2013 y una caída a un valor mínimo de 1448,74 en febrero de 2014.

Figura 7: Comportamiento Colcap 20



Fuente elaboración propia

Claramente el 50% de la participación está centrado en 4 empresas según la canasta 28 , grupo sura con el 15%, preferencial Bancolombia con el 14%, Ecopetrol con el 13.5%y grupo argos con el 11%. Es de relevante aclarar que la participación de Ecopetrol disminuyó considerablemente, pasó de 15.23% en la canasta 27 de agosto a octubre de 2014 a un 13.6%en la canasta de 28 noviembre de 2014 a enero de 2015 enero de 2015, esto debido a los bajos precios del petróleo presentados en el último año.

Tabla 1: Canastas Colcap 27 y 28

CANASTA 27		CANASTA 28	
Ago. - Oct. 2014		Nov. 2014 - Ene.2015	
NEMOTÉCNICO	PARTICIPACIÓN	NEMOTÉCNICO	PARTICIPACIÓN
ECOPETROL	15,237%	GRUPOSURA	14,918%
GRUPOSURA	14,180%	PFBCOLOM	13,991%
PFBCOLOM	13,724%	ECOPETROL	13,628%
GRUPOARGOS	10,403%	GRUPOARGOS	10,648%
NUTRESA	6,633%	NUTRESA	7,048%
PFCEMARGOS	6,276%	PFCEMARGOS	6,274%
EXITO	5,161%	EXITO	5,102%
ISA	3,576%	ISA	3,524%
CORFICOLCF	3,123%	CORFICOLCF	3,409%
PFDAVVNDA	2,973%	PFDAVVNDA	2,942%
BOGOTA	2,785%	BOGOTA	2,689%
ISAGEN	2,728%	CLH	2,653%
PREC	2,604%	PFAVAL	2,629%
CLH	2,554%	EEB	2,370%
EEB	2,357%	CELSIA	2,368%
CELSIA	2,269%	ISAGEN	2,353%
PFAVAL	2,264%	PREC	2,300%
PFAVH	0,581%	PFAVH	0,658%
BVC	0,316%	BVC	0,269%
CNEC	0,254%	CNEC	0,227%

Tomado: Bolsa de valores de Colombia

4.2 Análisis descriptivo de los retornos de las acciones del COLCAP20

La información histórica fue tomada del punto de bolsa de la universidad ICESI. Se analizaron 726 datos de cada acción que corresponden a los precios de las acciones de las 20 empresas que hacen parte del COLCAP20.

Depuración de información

Es de aclarar que se eliminó del estudio la empresa Cemex por su reciente ingreso a la bolsa de valores de Colombia el 2012-11-20, no proporcionando los datos necesarios para el análisis. Por tanto, el análisis se realizó con solo 19 acciones.

Se encontraron varios datos faltantes de precios para empresas como Celsia en fecha 2012-01-02 donde se procedió a completar con el valor anterior de \$3.825 y en fecha 2012-06-07 que se completó con el valor de \$4.520. Lo mismo sucedió con la acción de cementos argos con datos faltante desde 2012-05-31 hasta la fecha 2012-06-07, los cuales se imputaron con el valor de \$5.819.

Cálculo de los retornos

Se calcularon las rentabilidades de cada acción de forma continua $Ln \frac{v_f}{v_i}$, creando una matriz con las rentabilidades de las acciones.

El cálculo de rendimiento promedio de cada empresa, para el periodo analizado se realizó con el promedio de la matriz de rentabilidades, y el riesgo con la función desviación estándar poblacional.

4.3 Construcción de portafolio con diferentes metodologías

Se aplicaron la teoría de portafolio de Harry Markowitz, de paridad de riesgo y Meucci.

4.3.1 Teoría Markowitz

Al calcular las rentabilidades de forma continuas, Se computo la rentabilidad esperada de cada acción con sus respectivos riesgo, siendo la acción más rentable cementos argos con rentabilidad esperada de 0.08% y la más riesgosa canacol con riesgo esperado de 3.11% ya su vez también la menos rentable con una rentabilidad esperada de -0.07% y la acción que presento menos riesgo fue

corficolombiana con riesgo esperado de 0.98%. Calculamos la matriz de covarianza en Excel y la completamos transponiendo los términos faltantes. Para Iniciar la optimización del modelo tomamos como supuesto la ponderación igualitaria en las 19 acciones como $\frac{1}{n}$. Al tener estos cálculos base se procede a utilizar la herramienta de optimización con solver donde el objetivo de esta es la rentabilidad del portafolio, cambiando los supuestos en pesos, sujeto a cuatro restricciones.

- 1) La sumatoria de los w debe ser igual a 1.
- 2) Los w deben ser mayor que cero.
- 3) Los w deben ser menor que 1.
- 4) Y el riesgo dado debe ser igual al riesgo del portafolio.

Al ejecutar el modelo de optimización nos arroja cero en el riesgo dado siendo este el portafolio de mínima varianza, que es donde inicia la frontera eficiente, esta optimización arrojo los siguientes estadísticos: Rentabilidad del portafolio óptimo 0.06% y riesgo óptimo 0.75%.

Para la realización de construcción de la elipse, se graficó de las 19 acciones sus riesgos vs sus rentabilidades para conocer en donde terminaría la gráfica que será la conformación de un portafolio 100% en la acción dominante, identificando esta acción tiene coordenadas (1.63%, 0.08%) , siendo esta cementos argos

Identificando estos factores, se construyeron 11 portafolios donde se calculó un delta de riesgo definiéndolo como: $\Delta r = \frac{\text{Mayor riesgo} - \text{Menor riesgo}}{\text{nodeportafolios}}$, lo que significa que el portafolio No 2 será igual al riesgo de la frontera eficiente más el delta.

Utilizamos un R_f como los bonos del tesoro colombiano a julio del 2024 con una tasa de 6.71% EA

Calculamos la razón de Sharpe convirtiendo este r_f a Periódico diario, optimizando esta razón, ejecutando un solver con un nuevo objetivo que es la razón de Sharpe y eliminando la restricción número 4, arrojándonos un valor de 5.330% .nos arrojó

una composición Óptima de portafolios de la siguiente forma: Otorgando un peso mayor a Banco de Bogotá con un 32%, como lo muestra la gráfica 1

Este portafolio está ubicado en las coordenadas de riesgo de 0.75% en X y en Y 0.06%, siendo el punto donde se maximiza la rentabilidad a un nivel de riesgo dado.

Para la construcción de la línea de mercado de capitales, combinamos 10 portafolios con el activo r_f y el portafolio óptimo iniciando en un $w_{rf} = 100\%$ y 0% en optimó ponderando sus riesgos y rentabilidades. Graficando la LMC de color rojo como lo muestra la gráfica.

Este punto se encuentra en el momento en que una línea recta que son combinaciones de portafolios de un activo r_f y el portafolio óptimo son tangenciales a la curva, como lo señala la flecha en la gráfica siguiente.

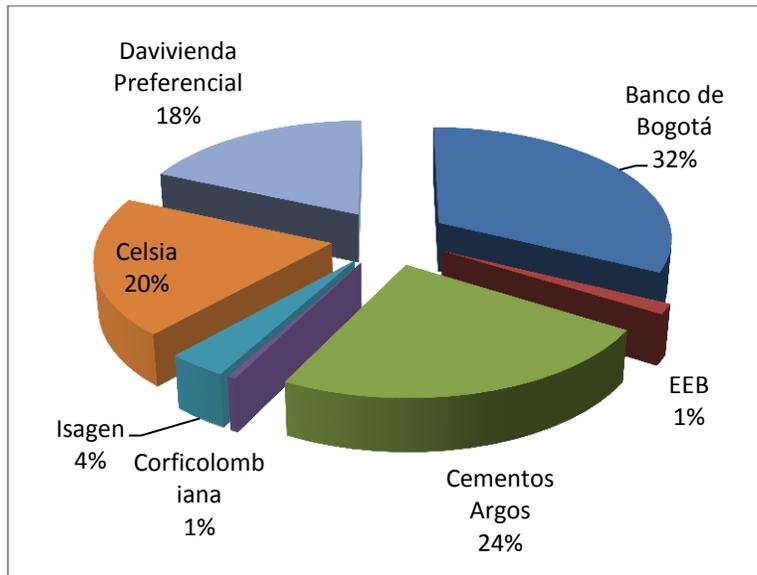
Figura 8: Portafolio óptimo Colcap20



Fuente: Elaboración Propia

Siendo este el portafolio óptimo con la siguiente composición en w .

Figura 9 :Composición Óptima Colcap Markowitz



Fuente: Elaboración propia

- **4.3.2 Medida de diversificación de entropía basada en contribución al riesgo**

De acuerdo a la teoría de parad donde los activos contribuyen de forma igualitaria a la paridad del riesgo (Qian, 2006; Qian, 2011; Maillard, Roncalli, Teiletche, 2010)

Ponderamos de forma igual las 19 acciones como $w = \frac{1}{n}$ iniciando con el supuesto de markowitz, multiplicamos matricialmente estos pesos vector fila por la matriz de covarianza de las 19 acciones, arrojándonos una varianza de portafolio de 0.0049%.

Se calculó la sumatoria de los pesos igualmente ponderados como supuesto inicial multiplicados por la covarianza de cada acción con respecto a un título en particular $W_j \sum_{i=1}^N W_j Cov_{i,j}$, definiendo el margen de contribución como:

$$\frac{W_j \sum_{i=1}^N W_j \text{Cov}_{i,j}}{\sigma_p}$$

Utilizando solver establecemos como objetivos que la sumatoria de los pesos sea igual a 1, cambiando la celda de los pesos igualmente ponderados, sujeto a la restricción que los 19 márgenes de contribución sean iguales al calculado inicialmente al correr el modelo de optimización arrojó los siguientes resultados: De acuerdo a los w_i arrojados por el modelo de optimización se pondero de forma igualitaria se calculó el margen de contribución el fraccionario entre la varianza del portafolio y $w_i * \sum (w_j * \text{Cov}(R_i, R_j))$ dando como resultado 0.0002%. Optimizando los supuestos nos arrojó una composición de portafolio óptimo como lo muestra la siguiente Tabla:

Tabla 2: Composición Óptima Colcap Paridad de riesgo

Ecopetrol	4.4%
Grupo Aval Preferencial	6.6%
Bancolombia Preferencial	5.3%
Suramericana Preferencial	5.3%
Banco de Bogotá	11.2%
Grupo Argos	3.6%
EEB	6.1%
Cementos Argos	4.3%
Nutresa	5.8%
Éxito	4.6%
ISA	3.8%
Corficolombiana	6.9%
Pacific Rubiales	3.5%
Isagen	5.1%
Celsia	4.7%
Davivienda Preferencial	5.6%
Avianca Preferencial	5.2%
Canacol	2.8%
Bolsa de Valores de Colombia	5.3%

Fuente: Elaboración propia

4.3.3 Medida de diversificación de entropía basada en componentes principales (Meucci)

Según Meucci 2009 , descomponemos la matriz de covarianza en componentes principales definidos como : $CM = E \Lambda E'$ donde la exposición en los pesos de la cartera la define como: $u = E'w$, donde w es igualdad en la ponderación de los pesos. El riesgo es de terminado por Meucci como: $h = u^2 \Lambda$. La entropía medida en componentes principales viene dada por la sustitución de la probabilidad en la ecuación de Shanon por \tilde{h} definida como: $\tilde{h} = \frac{h}{\sum_{j=1}^m h}$

La varianza total del portafolio óptimo de acuerdo con Meucci 2009 es de 0,005%, con un factor de entropía de 17.9 y una composición Óptima de la siguiente forma:

Tabla3:Composición Óptima Colcap Componentes principales

Ecopetrol	6.3%
Grupo Aval Preferencial	4.0%
Bancolombia Preferencial	5.0%
Suramericana Preferencial	5.5%
Banco de Bogotá	1.3%
Grupo Argos	7.5%
EEB	3.5%
Cementos Argos	5.7%
Nutresa	5.1%
Éxito	5.2%
ISA	6.3%
Corficolombiana	4.0%
Pacific Rubiales	7.4%
Isagen	4.8%
Celsia	5.9%
Davienda Preferencial	4.1%
Avianca Preferencial	4.4%
Canacol	9.8%
Bolsa de Valores de Colombia	4.4%

Fuente: Elaboración propia

Calculamos $u = E'w$, para el Colcap, como la matriz de eight vector multiplicado por la ponderación igualitaria de las 19 acciones igual a 5,26%. Calculamos los

lambdas descomponiendo en Matlab que es la diagonal de los valores propios elevando al cuadrado el valor de u y multiplicándola por lambda realizando la sumatoria de estos valores, calculando la curva de concentración de la varianza como lo define meucci,2009 siendo igual al valor arrojado cuando corrimos el modelo en Matlab de acuerdo a los códigos suministrados por el paper de Meucci 2009, siendo de 0,005% y calculando la desviación como la raíz cuadrada de la varianza siendo de 0,70%. Al obtener la varianza calculamos la curva de concentración de la varianza que es igual a : $\tilde{h} = \frac{h}{\sum_{j=1}^m h}$, factor fundamental para el cálculo de la entropía.

4.3.4 Medida de diversificación de entropía basada en volatilidad del activo

Se realizó la ponderación igualitaria en las 19 acciones como se presenta en el cuadro siguiente en la columna primera, siguiendo con la elevación al cuadrado, se definió el riesgo como la desviación de la matriz de rentabilidades de los precios, elevando el riesgo al cuadrado para sí obtener su varianza en la columna 5, calculamos el factor de normalización z como $z = (\sum_{i=1}^N w_i^2 \sigma_i^2)^{-1}$ equivalente a 77,143.72 este el factor de normalización que va hacer que los valores sumen 1 ,aplicado a la ecuación $\{w_i^2 \sigma_i^2 Z\}$ para remplazar estos valores en la ecuación de Shanon por la probabilidades y calculando una entropía de 15.3 el portafolio óptimo es el siguiente:

Tabla4: Composición Óptima Colcap Volatilidad del Activo

Ecopetrol	4.6%
Grupo Aval Preferencial	2.5%
Bancolombia Preferencial	3.2%
Suramericana Preferencial	2.5%
Banco de Bogotá	2.2%
Grupo Argos	5.1%
EEB	4.2%
Cementos Argos	5.7%
Nutresa	2.4%
Éxito	4.7%
ISA	5.9%
Corficolombiana	2.1%
Pacific Rubiales	11.4%
Isagen	4.6%
Celsia	4.1%
Davivienda Preferencial	3.8%
Avianca Preferencial	5.3%
Canacol	20.7%
Bolsa de Valores de Colombia	5.1%

Fuente: Elaboración propia

4.3.5. Medida de diversificación de entropía basada en pesos del portafolio.

La entropía máxima en los pesos de cartera definida como (Hw) según Pola 2014 cuando la cartera esta igualmente ponderada , toma valores de 1 concentración máxima , definiendo un sistema determinístico y N como diversificación máxima sistema estocástico.

De acuerdo a la teoría de Markowitz, y siendo esta el portafolio óptimo de mercado, calculamos la entropía medida por la ecuación de Shannon $= H - \sum_{i=1}^N P_i \ln P_i$. Meucci en el 2007 expone que la diversificación de la cartera puede ser calculada por $N_{ent} = \exp(H - \sum_{n=k+1}^N P_n \ln P_n)$.

Remplazamos en la ecuación el pn por los pesos del portafolio óptimo de inversión y aplicando la ecuación de Meucci, calculamos una entropía de 4.7 para el portafolio óptimo del mercado Colombiano.

4.4 ANÁLISIS Y COMPARACIÓN DE RESULTADOS

De acuerdo a las teorías planteadas anteriormente se realizaron los cálculos que se presentan en la siguiente tabla junto, a su rentabilidad esperada y riesgo esperado de cada activo, donde de acuerdo a su rentabilidad la acción más rentable fue cementos argos y la de mínima fue Avianca preferencial de acuerdo a su riesgo la de mayor riesgo fue canacol y la de mínimo fue corficolombiana .

Se calculo la entropia de acuerdo a meucci 2009 y pola 2014, junto a su rentabilidad y riesgo de cada portafolio , usando como insumo los w arrajados por las diferentes enfoques , planteados las graficas anteriores,dando como resultado la maxima entropia de 19 que es el numero de activos analizados en el Colcap 20 y la minima entropia el de Markowitz el portafolio de mas riesgo fue el volatilidad del activoy el menos riesgosos el de paridad en riesgo, el mas rentable el de markowitz y el menos rentable el de volatilidad del activo.

Tabla 5: Resumen resultados 2012-2014

	ENTROPIA	RENTABILIDAD	RIESGO	RAZÓN DE SHARPE
MARKOWITZ	4,7	0,060%	0,75%	5,594%
PARIDAD EN RIESGO	18,1	0,020%	0,63%	0,311%
EN PESOS	19	0,010%	1,49%	-0,540%
VOLATILIDAD DEL ACTIVO	15,3	-0,010%	1,87%	-1,500%
MEUCCI	17,9	0,005%	0,70%	-1,863%

Fuente: Elaboración propia

Riesgo vs entropia

El portafolio de mayor entropia no fue el de menor riesgo correspondiente al de pesos, los portafolios de meucci y paridad fueron muy similares en riesgo y entropia , markowitz no fue tan diversificado conservando un equilibrio en riesgo y el de volatilidad del activo fue el de mayor riesgo y entropia promedio.

Riesgo vs Rentabilidad.

El portafolio dominante fue el de markowitz ,siendo el mas rentable con un nivel de riesgo moderado , seguido por el de paridad de riesgo y meucci , el de pesos fue uno de los mas riesgosos , con rentabilidad positiva y el de volatilidad fue el mas riesgosos de todos con rentabilidad negativa

Rentabilidad vs Entropia

El portafolio mas rentable fue el de markowitz con una entropia media, seguido de paridad de riesgo con una alta entropia , en tercer lugar el portafolio de igual ponderacion fue el de mayor entropia y rentabilidad media seguido por el de meucci y en ultimo lugar el de volatilidad del activo

A partir de la matriz de rentabilidades se calculó el portafolio del mercado por medio de la teoría de Markowitz, paridad de riesgo, volatilidad del activo, Meucci y componentes principales en riesgo.

4.4.1 Datos anuales

Año 2012

Tabla 6: Resumen resultados 2012.

	ENTROPIA	RENTABILIDAD	RIESGO	RAZÓN DE SHARPE
MEUCCI	17.6	0,13%	0,73%	15,34%
MARKOWITZ	4.8	0,17%	1,01%	15,05%
PARIDAD EN RIESGO	17.7	0,05%	0,64%	5,01%
EN PESOS	19.0	0,05%	1,49%	2,14%
VOLATILIDAD DEL ACTIVO	14.2	-0,03%	2,01%	-2,39%

Fuente: Elaboración propia

Observándose que el portafolio de menor entropía es el de markowitz con entropía de 4,4 rentabilidad de 0.175 y riesgo de 1.01%, en tercer lugar volatilidad del activo con entropía de 14,2 rentabilidad negativa de 0.03% y alto riesgo de 2% y siendo los más diversificados meucci entropía de 17.6, rentabilidad de 0,13% y riesgo de 0.73%, paridad de riesgo con entropía seguido con el de pesos con una rentabilidad de 0.05% y un riesgo de 1.49% de 17.7 riesgo de 0.05% y un alto riesgo de 2,3%.

Año 2013

Los portafolios óptimos con las diferentes teorías fueron los siguientes:

Tabla 7: Resumen de resultados 2013

	ENTROPIA	RENTABILIDAD	RIESGO	RAZÓN DE SHARPE
MARKOWITZ	2.9	0,16%	0,97%	14,63%
EN PESOS	19.0	0,00%	1,43%	-1,33%
PARIDAD EN RIESGO	18.2	0,00%	0,64%	-2,83%
VOLATILIDAD DEL ACTIVO	16.3	-0,09%	1,59%	-6,80%
MEUCCI	17.8	0,0060%	0,0050%	-240,84%

Fuente: Elaboración propia

En este año el portafolio de menos entropía fue el Markowitz con entropía de 2.9 , rentabilidad de 0.16% y riesgo de 0.97% ,en segundo lugar volatilidad del activo con entropía de 16.3 rentabilidad negativa de 0.09% y alto riesgo de 1.59%, Meucci y paridad fueron los más diversificados con 17.8 de entropía y rentabilidad de 0.006% riesgo de 0.005% y paridad de riesgo con entropía de 18.2 rentabilidad de 0.001% y riesgo de 0.003%.

Año 2104

Tabla 8: Resumen de resultados 2014

	ENTROPIA	RENTABILIDAD	RIESGO	RAZÓN DE SHARPE
MARKOWITZ	2.1	0,11%	1,04%	8,84%
PARIDAD EN RIESGO	18.2	0,05%	0,61%	5,20%
EN PESOS	19	0,05%	1,49%	2,14%
VOLATILIDAD DEL ACTIVO	14.2	-0,03%	2,01%	-2,39%
MEUCCI	17.7	-0,03%	0,68%	-7,51%

En este año el portafolio de menor entropía el de Markowitz con un valor de 2,1 rentabilidad de 0,11% y riesgo de 1,04% seguido por componentes principales con entropía de 2,3 rentabilidad negativa de 0.07% y alto riesgo de 2,04%, en tercer lugar volatilidad del activo con entropía de 14.2 rentabilidad negativa de 0.03% y alto riesgo de 2.01%, los más diversificados Meucci con 17,7% rentabilidad negativa de 0.03 , riesgo de 0.68% , paridad de riesgo con entropía de 18,2 rentabilidad de 0.05% y riesgo de 0,61%

5 CONCLUSIONES

De acuerdo a los cálculos realizados de la entropía para los diferentes enfoques de portafolio, y de acuerdo a la evidencia presentada anteriormente podemos concluir que la combinación realizada por Markowitz en el Colcap 20 es la más óptima, porque maximiza la rentabilidad a un nivel de riesgo dado comparándolo con las otras teorías de portafolio óptimo, de acuerdo a su riesgo se observa que el portafolio de Markowitz es el de menor riesgo y con un grado de entropía medio comparándolo con el de máxima entropía que es 19, seguido por el de paridad de riesgo. Cuando se analizó la rentabilidad vs su riesgo estos portafolios replicaron el mismo patrón de comportamiento siendo el dominante Markowitz, seguido de paridad en riesgo, sucediendo lo mismo en la comparación de la rentabilidad vs entropía lo que se puede concluir que la mejor combinación Óptima de inversión es la realizada por el portafolio de Harry Markowitz, el portafolio de componentes principales siempre fue el más diversificado a excepción del año 2014 y los portafolio de Meucci y paridad de riesgo fueron los más diversificados con entropías muy similares entre estos. Se analizó que el portafolio más diversificado no siempre es el menos riesgoso Pola(2014) fue el caso del portafolio de igual ponderación, ni el más concentrado es el más riesgoso. Markowitz obtiene un equilibrio entre riesgo, entropía y rentabilidad. El portafolio de Markowitz a excepción del 2012 ofreció una mejor razón de Sharpe.

Al realizar la prueba de robustez anual se observó que el portafolio que maximiza la rentabilidad a un nivel de riesgo dado fue el de a Markowitz que no son portafolio muy diversificados, los portafolios de Meucci y paridad de riesgo son similares en entropía.

6. Glosario

Diversificación: Asignación de pesos de inversión para la conformación de un portafolio de inversión.

Entropía: Grado de diversificación de una cartera Meucci (2010).

Razón de Sharpe: Medida del exceso de rentabilidad de un inversionista por cada unidad adicional de riesgo.

Portafolio óptimo: Conjunto de inversiones que maximizan la rentabilidad aun nivel de riesgo dado.

Frontera eficiente: Área de una elipsoide donde se encuentran los portafolios dominantes.

Riesgo idiosincrático: Es un tipo de riesgo diversificable que se puede mitigar por medio de la diversificación.

Ecuación de Shannon: Ecuación que calcula el grado de diversificación de un portafolio en finanzas.

Contribución Marginal al Riesgo: Mide el grado de sensibilidad de la variación del peso del activo con respecto al riesgo total de cartera.

Línea de mercado de capitales: Ponderaciones realizadas con el portafolio óptimo y el activo libre de riesgo.

Colcap: Índice de la bolsa de Colombia que agrupa las 20 acciones más importantes del mercado ponderadas por su nivel de liquidez.

BIBLIOGRAFIA

Auto regulador del Mercado de valores. (2012). ¿Qué es el mercado de valores? El ABC del inversionista (2nd ed., pp. 2)

Bolsa de Valores de Colombia. Mercado de capitales en Colombia y vehículos de inversión. La guía para el inversionista extranjero y perfil del mercado colombiano (pp. 32).

Carlos Fradique-Méndez L. (2014). I. aspectos generales. Guía del mercado de valores (pp. 24).

Cover, T. M., Thomas, J. A., 1991. Elements of Information Theory, Wiley series in Telecommunications and Signal Processing.

Maillard, S., Roncalli, T., Teiletche, J., 2010. “The Properties of Equally Weighted Risk Contribution Portfolios”, Journal of Portfolio Management, 36(4), 60-70

Markowitz, H. 1952. Portfolio Selection. The Journal of Finance, 7(1), 77-91.

Meucci, A. 2009. Managing Diversification. Risk-Bloomberg Education & Quantitative Research and Education paper, 74-79.

Qian, E., 2006, On the financial interpretation of risk contribution: Risk budgets do add up, Journal of Investment Management 4, 1–11.

Qian, E. (2011). Risk parity and diversification. Journal of Investing, 20(1), 119.

Pola, G. 2014. Is your portfolio effectively diversified? Various perspectives on portfolio diversification. Balanced Quantitative Research – Amundi. Working Paper – WP-040-2014.

Pola, G., Zerrad, A., 2014. “Entropy, Diversification, and the Inefficient Frontier”, Amundi Cross Asset Special Focus April 2014.

