

Taller #3

Regresión Múltiple

Econometría 06216

Profesor: Julio César Alonso

Monitores: Paúl Semaán

Francisco Quevedo

Notas:

- o Recuerde que sólo tres preguntas, seleccionadas al azar, serán calificadas.
- o Este taller es para ser entregado en los primeros 10 minutos de la clase del próximo 4 de septiembre.

INSTRUCCIONES:

- Este taller puede ser escrito a mano, pero con letra legible.
- Cuando sea posible, debe mostrar el procedimiento efectuado para llegar a sus resultados.

Usted ha sido contratado como consultor en COLAVASTOS, y su primera tarea consiste en analizar la demanda de la papa dado que de acuerdo a los reportes de meteorología se esperan fuertes nevadas en la sabana cundí boyacense, por lo tanto se desea conocer como será el comportamiento de la demanda de este bien, para lo cual usted cuenta con 21 observaciones semanales, (los datos están disponibles en el archivo T3-02-06.xls). Donde (Y_t) corresponde al consumo de papa expresado en decenas de miles de toneladas, (X_{1t}) es el precio observado de la libra de papa, (X_{2t}) es el precio del arroz por libra, y finalmente (X_{3t}) corresponde al nivel de renta en billones de pesos, para lo cual usted inicia la investigación con la siguiente especificación sugerida por su jefe.

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 X_{1t} + \beta_2 X_{2t} + \beta_3 X_{3t} + \varepsilon_t \quad (1)$$

1. Estime los parámetros $\beta^T = (\beta_0 \ \beta_1 \ \beta_2 \ \beta_3)$ del modelo por medio del método de MCO (muestre todo el procedimiento y resultados parciales) (no emplee EasyReg, haga los cálculos matriciales en Excel y muestre claramente la matriz $X^T X$ y $X^T y$)
2. De acuerdo a sus resultados en el numeral anterior:
 - a. Interprete el significado de los coeficientes estimados.
 - b. Estime σ^2 y la matriz de varianzas y covarianzas. (no emplee EasyReg, haga los cálculos matriciales en Excel y muestre claramente los resultados parciales)
3. Continuando con la pregunta anterior,
 - a. Construya la tabla ANOVA del nuevo modelo. Encuentre el R^2 e interprételo y calcule el R^2 ajustado. (no emplee EasyReg, haga los cálculos matriciales en Excel y muestre claramente los resultados parciales)
4. Usted cree que la especificación dada por su jefe no es la adecuada, dado que no concuerdan con lo esperado por la teoría económica, para lo cual usted sugiere estimar la siguiente función de demanda:

$$Y_t = A^{\gamma_0} X_{1t}^{\gamma_1} X_{2t}^{\gamma_2} X_{3t}^{\gamma_3} U_t \quad (2)$$

- Estime el modelo por medio del método de MCO (emplee Excel para invertir las matrices), y resuma los resultados en una tabla (muestre todo el procedimiento empleado).
5. Interprete los coeficientes estimados.
 6. Con base en la información anterior
 - a. ¿Qué diferencia existe entre los cálculos de las elasticidades en el modelo (1) y (2)?
 - b. ¿Qué criterio emplearía usted para determinar cuál de los dos modelos es mejor?

Taller #3
Respuestas Sugeridas
Regresión Múltiple
Econometría 06216

Profesor: Julio César Alonso
Monitores: Paúl Semaán
Francisco Quevedo

Notas:

- o Recuerde que sólo tres preguntas, seleccionadas al azar, serán calificadas.
- o Este taller es para ser entregado en los primeros 10 minutos de la clase del próximo 4 de septiembre.

INSTRUCCIONES:

- Este taller puede ser escrito a mano, pero con letra legible.
- Cuando sea posible, debe mostrar el procedimiento efectuado para llegar a sus resultados.

Usted ha sido contratado como consultor en COLAVASTOS, y su primera tarea consiste en analizar la demanda de la papa dado que de acuerdo a los reportes de metereología se esperan fuertes nevadas en la sabana cundí boyacense, por lo tanto se desea conocer como será el comportamiento de la demanda de este bien, para lo cual usted cuenta con 21 observaciones semanales, (los datos están disponibles en el archivo T3-02-06.xls). Donde (Y_t) corresponde al consumo de papa expresado en decenas de miles de toneladas, (X_{1t}) es el precio observado de la libra de papa, (X_{2t}) es el precio del arroz por libra, y finalmente (X_{3t}) corresponde al nivel de renta en billones de pesos, para lo cual usted inicia la investigación con la siguiente especificación sugerida por su jefe.

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 X_{1t} + \beta_2 X_{2t} + \beta_3 X_{3t} + \varepsilon_t \quad (1)$$

1. Estime los parámetros $\beta^T = (\beta_0 \ \beta_1 \ \beta_2 \ \beta_3)$ del modelo por medio del método de MCO (muestre todo el procedimiento y resultados parciales) (no emplee EasyReg, haga los cálculos matriciales en Excel y muestre claramente la matriz $X^T X$ y $X^T y$)

Inicialmente es necesario construir la nueva matriz $X^T X$.

$$X^T X = \begin{Bmatrix} n & \sum X_{1t} & \sum X_{2t} & \sum X_{3t} \\ \sum (X_{1t})^2 & \sum X_{1t} X_{2t} & \sum X_{1t} X_{3t} \\ \sum (X_{2t})^2 & \sum X_{2t} X_{3t} \\ \sum (X_{3t})^2 \end{Bmatrix}$$

Todas las entradas de la matriz pueden ser calculadas de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} \sum X_{1t} &= 2559,59 \\ \sum X_{2t} &= 2706,04 \\ \sum X_{3t} &= 318,10 \\ \sum (X_{1t})^2 &= 315359,89 \\ \sum (X_{2t})^2 &= 355055,66 \\ \sum (X_{3t})^2 &= 7433,24 \\ \sum X_{1t} X_{2t} &= 334212,01 \\ \sum X_{1t} X_{3t} &= 41552,54 \\ \sum X_{2t} X_{3t} &= 44665,19 \end{aligned}$$

Entonces se tiene que $X^T X = \begin{Bmatrix} 21 & 2559,59 & 2706,04 & 318,10 \\ & 315359,89 & 334212,01 & 41552,54 \\ & & 355055,66 & 44665,19 \\ & & & 7433,24 \end{Bmatrix}$.

Ahora es necesario construir la matriz $X^T y = \begin{Bmatrix} \sum Y_t \\ \sum Y_t X_{1t} \\ \sum Y_t X_{2t} \\ \sum Y_t X_{3t} \end{Bmatrix}$, cada una de las entradas viene

dada por las siguientes sumatorias:

$$\begin{aligned} \sum Y_t &= 952,40 \\ \sum Y_t X_{1t} &= 117753,94 \\ \sum Y_t X_{2t} &= 125440,54 \\ \sum Y_t X_{3t} &= 15956,18 \end{aligned}$$

Por lo tanto $X^T y = \begin{Bmatrix} 952,40 \\ 117753,94 \\ 125440,54 \\ 15956,18 \end{Bmatrix}$.

Ahora ya se puede calcular los coeficientes utilizando la siguiente fórmula:

$\hat{\beta} = (X^T X)^{-1} X^T y$, donde

$$(X^T X)^{-1} = \begin{Bmatrix} 26,602 & -0,267 & 0,016 & 0,255 \\ & 0,004 & -0,002 & -0,002 \\ & & 0,002 & 0,000 \\ & & & 0,003 \end{Bmatrix}$$

Reemplazando en la fórmula se tiene que:

$$\hat{\beta} = (X^T X)^{-1} X^T y = \begin{Bmatrix} 26,602 & -0,267 & 0,016 & 0,255 \\ & 0,004 & -0,002 & -0,002 \\ & & 0,002 & 0,000 \\ & & & 0,003 \end{Bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} 952,40 \\ 117753,94 \\ 125440,54 \\ 15956,18 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 34,2098 \\ -0,7762 \\ 0,7844 \\ 0,3079 \end{Bmatrix}$$

2. De acuerdo a sus resultados en el numeral anterior:
 - a. Interprete el significado de los coeficientes estimados.

$\hat{\beta}_0 = 34,2098$, son las cantidades demandadas de papa en decenas de toneladas que no depende del nivel de precios ni de la renta, es el consumo autónomo de la papa, es decir el consumo de papa autónomo es igual a 342,09 toneladas.

$\hat{\beta}_1 = -0,7762$, representa el nivel en que disminuye la cantidad demandada de papa en decenas de toneladas cuando el nivel de precios de esta aumenta en 1 peso por libra, es decir 7,76 toneladas

$\hat{\beta}_2 = 0,7844$, representa el nivel en que aumenta la cantidad demandada de papa en decenas de toneladas cuando el nivel de precios del arroz/libra aumenta 1 peso, es decir 7,84 toneladas.

$\hat{\beta}_3 = 0,3079$, representa el nivel en que aumenta la cantidad demandada de papa en decenas de toneladas cuando el nivel de renta aumenta en 1 billon de pesos, es decir 3,07 toneladas.

- b. Estime σ^2 y la matriz de varianzas y covarianzas. (no emplee EasyReg, haga los cálculos matriciales en Excel y muestre claramente los resultados parciales)

Para estimar la varianza es necesario emplear la siguiente fórmula $s^2 = \frac{y^T y - \hat{\beta}^T X^T y}{n - k}$.
 $y^T y = \sum (Y_i)^2 = 44529,92$

Entonces

$$s^2 = \frac{44529,92 - \{34,21 \quad -0,78 \quad 0,78 \quad 0,31\} \cdot \begin{Bmatrix} 952,40 \\ 117753,94 \\ 125440,54 \\ 15956,18 \end{Bmatrix}}{21 - 4} = 1,8767$$

Y la matriz de varianzas y covarianzas será:

$$s^2 (X^T X)^{-1} = 1,8767 \cdot \begin{Bmatrix} 26,602 & -0,267 & 0,016 & 0,255 \\ & 0,004 & -0,002 & -0,002 \\ & & 0,002 & 0,000 \\ & & & 0,003 \end{Bmatrix}$$

3. Continuando con la pregunta anterior,
 - a. Construya la tabla ANOVA del nuevo modelo. Encuentre el R^2 e interprételo y calcule el R^2 ajustado. (no emplee EasyReg, haga los cálculos matriciales en Excel y muestre claramente los resultados parciales)

La tabla ANOVA está formada por las siguientes ecuaciones:

Fuente de la Variación	SS	Grados de libertad	MS
Regresión	$SSR = \hat{\beta}^T X^T y - n\bar{Y}^2$	$k - 1$	$MSR = \frac{SSR}{k - 1}$
Error	$SSE = y^T y - \hat{\beta}^T X^T y$	$n - k$	$MSE = s^2 = \frac{SSE}{n - k}$
Total	$SST = y^T y - n\bar{Y}^2$	$n - 1$	

Fuente de la Variación	SS	Grados de libertad	MS
Regresión	$SSR = 44498,02 - 43193,63 = 1304,39$	$4 - 1 = 3$	$MSR = 434,80$
Error	$SSE = 44529,92 - 44498,02 = 31,90$	$21 - 4 = 17$	$MSE = 1,88$
Total	$SST = 44529,92 - 43193,63 = 1336,29$	$21 - 1 = 20$	

Dado que $R^2 = \frac{SSR}{SST}$, para este modelo sería igual a $R^2 = \frac{1304,39}{31,90} = 0,9761$. Por lo tanto

el modelo empleado explica el 97,61% de la variabilidad de la variable del volumen de ventas.

Por otro lado el $\bar{R}^2 = 1 - (1 - R^2) \frac{n-1}{n-k}$, entonces sería igual a 0,9719

4. Dados los resultados observados en las elasticidades, usted cree que la especificación dada por su jefe no es la adecuada, dado que no concuerdan con lo esperado por la teoría económica, para lo cual usted sugiere estimar la siguiente función de demanda:

$$Y_t = A^{\gamma_0} X_{1t}^{\gamma_1} X_{2t}^{\gamma_2} X_{3t}^{\gamma_3} \nu_t \quad (2)$$

- a. Estime el modelo por medio del método de MCO (emplee EasyReg), y resume los resultados en una tabla (muestre todo el procedimiento empleado).

Primero se debe linealizar el modelo sugerido, para lo cual se emplea el logaritmo natural para reparametrizar las variables.

$$\ln(Y_t) = \delta_0 + \gamma_1 \ln(X_{1t}) + \gamma_2 \ln(X_{2t}) + \gamma_3 \ln(X_{3t}) + \varepsilon_t$$

Donde $\delta_0 = \ln(\gamma_0)$ y $\varepsilon_t = \ln(\nu_t)$

Los resultados de la estimación se resumen en la Tabla 1.

Tabla 1. Estimación del modelo (2).

Variable Dependiente:

MAT_t

Estadísticos t entre paréntesis

Ecuación (2)

MCO

Constante	0,5641 (0,775)
X_{1t}	-1,56577 (-6,258) ***
X_{2t}	2,2029 (11,915) ***
X_{3t}	0,0268 (1,468)
R^2	0,9643
R^2 Ajustado	0,958
F	152,91 ***
No. De Obs.	21

(*): Nivel de significancia 10%

(**): Nivel de significancia 5%

(***): Nivel de significancia 1%

MCO: Mínimos Cuadrados Ordinarios

5. Interprete los coeficientes estimados y comente sobre su significancia individual.

$\hat{\delta}_0 = 0,5641$, No tiene interpretación económica, no es estadísticamente significativo al 10%.

$\hat{\gamma}_1 = -1,56577$, se refiere a la disminución porcentual del consumo de papa, medida como decenas de toneladas, cuando el precio observado de la papa aumenta en un 1%, es estadísticamente significativo al 1%, es la elasticidad-precio de la demanda de papas asociado con el regresor $\hat{\gamma}_1$.

$\hat{\gamma}_2 = 2,2029$, se refiere al aumento porcentual del consumo de papa, medida como decenas de toneladas, cuando el precio observado de la libra de arroz aumenta en un 1%, es estadísticamente significativo al 1%, es la elasticidad-cruzada de la demanda de papas con respecto al precio del arroz asociado con el parámetro $\hat{\gamma}_2$.

$\hat{\gamma}_3 = 0,0268$, se refiere al aumento porcentual del consumo de papa, medida como decenas de toneladas, cuando el el nivel de renta aumenta en un 1%, no es

estadísticamente significativo al 10%, es la elasticidad-renta de la demanda de papas asociado con el parámetro $\hat{\beta}_3$.

6. Con base en la información anterior

- a. ¿Qué criterio emplearía usted para determinar cual de los dos modelos es mejor?

En este caso no es posible emplear el R^2 para decidir cuál es el mejor modelo, puesto que los dos modelos no poseen la misma variable dependiente, además tampoco se puede emplear como herramienta de análisis la significancia individual y global (estadístico F). Dado que las variables explicativas no son iguales en los dos modelos.

Por lo tanto no es posible decidir entre el modelo (1) y (2). No existe un criterio con el que se pueda concluir cual es el mejor modelo.