ECUACIONES DIFERENCIALES. Grupo 01 Profesor: Hendel Yaker A.

QUIZ No. 1 11 de agosto de 2009

1. (20 puntos) Considere la ecuación diferencial $y' + 2xy^2 = 0$

   (a) Resuelva el problema de valor inicial que consiste en la ecuación dada y la condición inicial $y(-2) = 1/3$. Identifique claramente los conjuntos $\mathbf{R}$, $\mathbf{I}$, $\mathbf{I_0}$ mencionados en el teorema de Piccard.

   (b) ¿Es posible resolver el problema de valor inicial si la condición inicial es $y(0) = 0$? En caso afirmativo determine la solución. En cualquier caso explique claramente su respuesta apoyándose en el teorema de Piccard.

2. (16 puntos) Considere la ecuación diferencial $2(y-1)y' = 2x - 1$

   (a) Compruebe que la familia uniparamétrica $y^2 - 2y = x^2 - x + c$ es una solución implícita de la ecuación y encuentre una función implícita $y = \phi(x)$ que satisfaga $\phi(0) = 1$.

   (b) La función $y = 1 - \sqrt{x(x-1)}$ satisface la ecuación dada. ¿Puede obtener esta función de la familia paramétrica? ¿Es esta función una solución del problema de valor inicial que consiste en la ecuación dada y la condición inicial $y(0) = 1$? Explique claramente.

3. (18 puntos)

   (a) Describa los intervalos de concavidad, en el eje y, de las soluciones de la ecuación $y' = y^2 - y - 6$. Analice por qué cada curva solución que pase por (x_0, y_0), con $-2 < y_0 < 3$, tiene un punto de inflexión con la misma coordenada y. ¿Cuál es esa coordenada y?

   (b) Compruebe que la función $y = x + 4\sqrt{x+2}$ satisface la ecuación diferencial $(y-x)y' = y - x + 8$. Identifique un intervalo apropiado de definición, donde la función $y(x)$ es una solución de la ecuación dada.

   (c) De una ecuación autónoma $y' = f(y)$ se tiene la siguiente información: f tiene una única discontinuidad en $y = 1$ y $f(y)$ nunca es cero. Analice los posibles comportamientos de las soluciones de la ecuación.

4. (6 puntos) Encuentre x_0 y el intervalo I más grande posible para el cual la función $y = x - \dfrac{2}{x}$ es una solución del P.V.I. $xy' + y = 2x$, $y(x_0) = 1$.

NOTA: Se califica sobre 50 puntos.