



## CÁLCULO DE UNA VARIABLE

EXAMEN FINAL. 18 de mayo de 2006

NOMBRE: \_\_\_\_\_ GRUPO: \_\_\_\_\_

1. (8 puntos)

(a) Si  $f(x) = \int_1^x g(t) dt$ , donde  $g(t) = \int_1^{t^2} \frac{\sqrt{1+u^3}}{u^2} du$ , encuentre  $f''(3)$ .

(b) ¿En cuáles valores **positivos** de  $x$  la función  $h(x) = \int_0^x \sin(\pi t^2/2) dt$  tiene valores máximos locales?

2. (8 puntos) Evalúe las siguientes integrales

i)  $\int_0^\infty \ln x dx$     ii)  $\int \frac{dx}{(x+1)(x^2+1)}$

3. (12 puntos)

(a) Encuentre el área de la región plana encerrada por las curvas:  $y = 15 - x^2$  y  $y = 2x$

(b) Halle el volumen del sólido obtenido al girar la región plana limitada por las curvas  $y = 4 - x^2$  y  $y = 0$  alrededor de la recta  $x = 3$ .

4. (8 puntos) Encuentre los puntos sobre la hipérbola  $y^2 - x^2 = 4$  que están más próximos al punto  $(2,0)$ .

5. (14 puntos) Determine el valor de verdad de las proposiciones siguientes, justificando en cada caso su respuesta:

(a) Si  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = f(2)$  entonces  $f$  es diferenciable en  $x = 2$ .

(b) Dada una función  $f$  tal que  $f(1) = 3$  y  $f(4) = -3$  entonces debe existir por lo menos un número  $c$  en el intervalo  $(1,4)$  tal que  $f(c) = 0$ .

(c) Existe una recta tangente a la curva  $g(x) = \frac{x}{x-1}$  que pasa por el punto  $(0,6)$  y tiene pendiente  $-4$ .

(d)  $\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{1}{\ln x} - \frac{x}{x-1} \right) = 0$

(e) Si  $f$  es continua sobre  $R$  entonces  $\int_a^b f(x+c) dx = \int_{a+c}^{b+c} f(x) dx$ .