



CÁLCULO DE UNA VARIABLE

EXAMEN FINAL. 18 de mayo de 2006

NOMBRE: _____ GRUPO: _____

1. (8 puntos)

(a) Si $f(x) = \int_1^x g(t) dt$, donde $g(t) = \int_1^{t^2} \frac{\sqrt{1+u^3}}{u^2} du$, encuentre $f''(3)$.

(b) ¿En cuáles valores **positivos** de x la función $h(x) = \int_0^x \sin(\pi t^2/2) dt$ tiene valores máximos locales?

2. (8 puntos) Evalúe las siguientes integrales

i) $\int_0^\infty \ln x dx$ ii) $\int \frac{dx}{(x+1)(x^2+1)}$

3. (12 puntos)

(a) Encuentre el área de la región plana encerrada por las curvas: $y = 15 - x^2$ y $y = 2x$

(b) Halle el volumen del sólido obtenido al girar la región plana limitada por las curvas $y = 4 - x^2$ y $y = 0$ alrededor de la recta $x = 3$.

4. (8 puntos) Encuentre los puntos sobre la hipérbola $y^2 - x^2 = 4$ que están más próximos al punto $(2,0)$.

5. (14 puntos) Determine el valor de verdad de las proposiciones siguientes, justificando en cada caso su respuesta:

(a) Si $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = f(2)$ entonces f es diferenciable en $x = 2$.

(b) Dada una función f tal que $f(1) = 3$ y $f(4) = -3$ entonces debe existir por lo menos un número c en el intervalo $(1,4)$ tal que $f(c) = 0$.

(c) Existe una recta tangente a la curva $g(x) = \frac{x}{x-1}$ que pasa por el punto $(0,6)$ y tiene pendiente -4 .

(d) $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{\ln x} - \frac{x}{x-1} \right) = 0$

(e) Si f es continua sobre R entonces $\int_a^b f(x+c) dx = \int_{a+c}^{b+c} f(x) dx$.